

В. А. Ковалев, Ю. Н. Радаев

КОНЕЧНЫЕ ДЕФОРМАЦИИ И ЭКСТРАДЕФОРМАЦИИ ТЕРМОУПРУГОГО КОНТИНУУМА ВТОРОГО ТИПА С МИКРОСТРУКТУРОЙ

Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН, г. Москва

Московский городской университет управления Правительства Москвы, г. Москва

Аннотация. Рассматривается новая теоретико-полевая модель нелинейного термоупругого континуума с „тонкой“ (в частности, микрополярной) микроструктурой. Построение модели осуществляется в терминах 4-ковариантного полевого лагранжева формализма. „Тонкая“ микроструктура континуума задается микроструктурными d -векторами и d -тензорами произвольно высоких рангов. d -тензоры вводятся в теоретико-полевую схему как экстра-полевые переменные (d -переменные). Микроструктурные векторные и тензорные экстра-полевые переменные могут быть подчинены уравнениям связей (кинематическим ограничениям). Указывается плотность вариационного интегрального функционала термоупругого действия и сформулирован соответствующий вариационный принцип наименьшего действия. При этом выполнен учет инерционности микроструктурной „составляющей“ поля. Ковариантные уравнения термоупругого поля в континууме с микроструктурой получаются в канонической форме Эйлера—Лагранжа.

Ключевые слова: термоупругость, микроструктура, поле, экстра-поле, действие, ковариантность, закон сохранения, d -тензор, 4-ток, тензор энергии—импульса.

УДК: 539.374

ЛИТЕРАТУРА

[1] Радаев, Ю. Н. Гиперболические теории и задачи механики деформируемого твердого тела/ Международная конференция „Современные проблемы механики“, посв.

© Ковалев В. А., Радаев Ю. Н., 2015

Ковалев Владимир Александрович

e-mail: vlad_koval@mail.ru, доктор физико-математических наук, профессор, Московский городской университет управления Правительства Москвы, г. Москва.

Радаев Юрий Николаевич

e-mail: radayev@ipmnet.ru, y.radayev@gmail.com, доктор физико-математических наук, профессор, ведущий научный сотрудник, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН, г. Москва.

Поступила XX.XX.2015

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект XX-XX-XXXXX „Тема“).

100-летию Л. А. Галина, 20-21 сентября 2012 г., г. Москва. Тезисы докл. М., 2012. – С. 75–76.

[2] Радаев, Ю. Н. Гиперболические теории и задачи механики континуума/ Четвертая международная конференция „Математическая физика и ее приложения“, 25 августа - 1 сентября, 2014 г., г. Самара: Материалы межд. конференции (под ред. чл.-корр. РАН И. В. Волочича и д.ф.-м.н., проф. В. П. Радченко) / Ю. Н. Радаев, В. А. Ковалев. – Самара : СамГТУ, 2014. – С. 289–290.

[3] *Toupin, R. A.* Theories of Elasticity with Couple-stress / R. A. Toupin // Arch. Rational Mech. Anal. – 1964. – Vol. 17. – №5. P. 85–112.

[4] *Гюнтер, Н. М.* Курс вариационного исчисления / Н. М. Гюнтер. – М. ; Л. : Гостехтеоретиздат, 1941. – 308 с.

Y. N. Radayev, V. A. Kovalev

FINITE STRAINS AND EXTRA STRAINS OF TYPE-II THERMOELASTIC CONTINUUM WITH FINE MICROSTRUCTURE

Institute for Problems in Mechanics of RAS, Moscow

Moscow City Government University of Management, Moscow

Abstract. A new non-linear mathematical model of type-II thermoelastic continuum with fine microstructure is developed. The model is described in terms of 4-covariant field theoretical formalism. Fine microstructure is represented by d -vectors and d -tensors, playing role of extra field variables. A Lagrangian density for type-II thermoelastic continuum with fine microstructure is given and the least action principle is formulated. Virtual microstructural inertia is added to the considered action density. Corresponding 4-covariant field equations of type-II thermoelasticity are derived. Constitutive equations of type-II microstructural thermoelasticity are discussed. Variational symmetries of the thermoelastic action are used to formulate covariant conservation laws in a plane spacetime. Following the usual procedure for type-II micropolar thermoelastic Lagrangians functionally independent rotationally invariant arguments are obtained. A formal proof of the completeness of the system of rotationally invariant arguments is given. An alternative approach of constructing a complete system of independent rotationally invariant arguments is discussed. Objective forms of the Lagrangians satisfying the frame indifference principle are given. Those are derived by using extra strain vectors and tensors.

Keywords: thermoelasticity, microstructure, field, extra field, action, covariance, conservation law, d -tensor, 4-current, energy–momentum tensor.

REFERENCES

- [1] *Radayev, Yu. N.* Hyperbolic theories and problems of mechanics of a deformable solid body / International conference „Modern problems of mechanics“, L. A. Galina devoted to the 100 anniversary (Moscow, 20–21 September 2012) : theses of reports / Yu. N. Radayev. – 2012. – P. 75–76. (in Russian)
- [2] *Radayev, Yu. N.* Hyperbolic theories and problems of mechanics of a continuum / Fourth international conference „Mathematical physics and its appendices“ (Samara, 25 August–1 September 2014) : materials of the international conference (under edition corresponding member RAS I. V. Volovich and doctor of physical and mathematical sciences, professor V. P. Radchenko) / Yu. N. Radayev, V. A. Kovalev. – Samara : SamSTU, 2014. – P. 289–290. (in Russian)
- [3] *Toupin, R. A.* Theories of Elasticity with Couple-stress / R. A. Toupin // Arch. Rational Mech. Anal. – 1964. – Vol. 17. – №5. P. 85–112.
- [4] *Gunter, N. M.* Course of calculus of variations / N. M. Gunter. – M. ; L. : Gostekhizdat, 1941. – 308 p. (in Russian)

Kovalev Vladimir Aleksandrovich

e-mail: vlad_koval@mail.ru, Dr. Sci. Phys. & Math., Professor, Moscow City Government University of Management, Moscow.

Radayev Yuri Nickolaevich

e-mail: radayev@ipmnet.ru, y.radayev@gmail.com, Dr. Sci. Phys. & Math., Professor, Leading Researcher, Institute for Problems in Mechanics of RAS, Moscow.