

НАЧАЛЬНОЕ ПЛАСТИЧЕСКОЕ ТЕЧЕНИЕ ПРИ ВЫСАДКЕ ВЫСОКОГО ЦИЛИНДРА

(Московский государственный технологический университет «Станкин»)

Рассмотрено начальное пластическое течение высокого идеально пластического цилиндра при однородном напряженном состоянии в задаче высадки плоским инструментом с различными условиями трения. Показано, что поле скоростей перемещений, зависящее от кинематических граничных условий, оказывается неоднородным и определяет искривление свободной границы цилиндра, удовлетворительно согласующееся с экспериментом.

Процессы высадки утолщений различной формы на концах длинной цилиндрической заготовки широко распространены в машиностроении [4]. Первой операцией обычно является высадка заготовки с большой высотой свободной границы для образования предварительной формы заготовки, обеспечивающей получение окончательной формы утолщения на последующих операциях. Интересной особенностью высадки высокой цилиндрической заготовки на первой операции является однородное напряженное состояние осевого сжатия при неоднородном пластическом течении, которое приводит к образованию криволинейной боковой границы цилиндра.

Ниже приведена расчетная модель начального пластического течения высокого цилиндра при высадке с различными кинематическими граничными условиями для идеально пластической модели материала при условии полной пластичности [2; 3]. Форма искривленной свободной границы цилиндра при малом относительном перемещении инструмента хорошо согласуется с экспериментом при холодной высадке цилиндрической заготовки из малоуглеродистой стали.

На рис.1 показана правая половина расчетной области при высадке цилиндра диаметром d и высотой h , закрепленного по диаметру d в нижнем неподвижном инструменте, плоским подвижным верхним инструментом. Используем цилиндрическую систему координат r, z, θ принимая плоскость $z = 0$ на торце нижнего инструмента. Координаты r, z , напряжения и скорости перемещений принимаем безразмерными величинами, отнесенными к радиусу цилиндра $d/2$, напряжению текучести σ_s и скорости V подвижного инструмента, соответственно.

В случае идеально гладкого или шероховатого верхнего инструмента при $h > 1$ или $h > 2$ соответственно, напряженное состояние цилиндра в пластической области определяется свободной границей AB как однородное осевое сжатие с прямолинейными линиями скольжения ζ и η в пластической области

$$\sigma_r = \sigma_\theta = 0, \sigma_z = -1, \varphi = -\pi/4, \quad (1)$$

где φ – угол наклона ζ – линии скольжения с осью r .

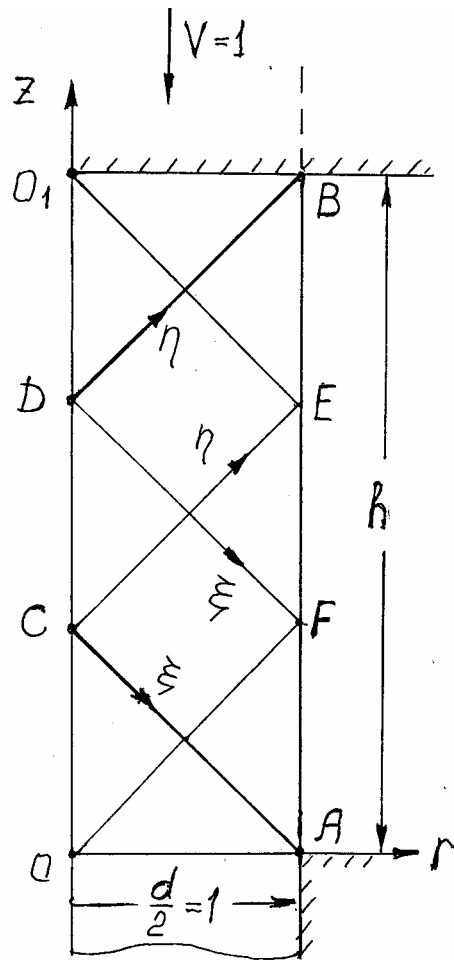


Рис. 1

Линия скольжения AC является границей пластической области с жесткой областью цилиндра, ограниченного нижним неподвижным инструментом. При наличии контактного трения на границе подвижного верхнего инструмента линия скольжения BD также является жесткопластической границей с жесткой областью BDO_1 , перемещающейся вместе с инструментом. Прямолинейные линии скольжения могут быть продолжены в жесткие области, как показано на рис.1, поэтому однородное напряженное состояние осевого сжатия (1) является статически допустимым. Поле линий скольжения с жесткопластической границей BD справедливо также при наличии канала диаметром d в верхнем инструменте, как показано на рис.1 штриховой линией. В случае идеально гладкого плоского верхнего инструмента область BDO_1 является пластической с неоднородным полем скоростей перемещений.

Для расчета скоростей перемещений в пластической области используем дифференциальные соотношения вдоль линий скольжения, которые при положительной радиальной скорости перемещения имеют вид [1]

$$dV_{\xi} - V_{\eta}d\varphi + \frac{V_{\xi}dr - V_{\eta}dz}{2r} = 0 \quad \text{вдоль } \xi, \quad (2)$$

$$dV_{\eta} + V_{\xi}d\varphi + \frac{V_{\xi}dz + V_{\eta}dr}{2r} = 0 \quad \text{вдоль } \eta. \quad (3)$$

Скорости перемещений вдоль линий скольжения V_{ξ} и V_{η} связаны со скоростями перемещений V_r и V_z в цилиндрических координатах соотношениями, которые при $\varphi = -\pi/4$ имеют вид

$$V_{\xi} = (V_r - V_z)/\sqrt{2}, \quad V_{\eta} = (V_r + V_z)/\sqrt{2}, \quad (4)$$

$$V_r = (V_{\xi} + V_{\eta})/\sqrt{2}, \quad V_z = (V_{\eta} - V_{\xi})/\sqrt{2}. \quad (5)$$

При $\varphi = -\pi/4$ имеем соотношения $dz = -dr$ вдоль ξ - линии скольжения и $dz = dr$ вдоль η - линии скольжения, и дифференциальные соотношения (2), (3) при $d\varphi = 0$ принимают вид

$$dV_{\xi} + \frac{(V_{\xi} + V_{\eta})dr}{2r} = 0 \quad \text{вдоль } \xi, \quad (6)$$

$$dV_{\eta} + \frac{(V_{\xi} + V_{\eta})dr}{2r} = 0 \quad \text{вдоль } \eta. \quad (7)$$

Заметим, что при сжатии цилиндра идеально гладкими плитами однородному напряженному состоянию (1) соответствует однородное поле скоростей деформаций

$$\varepsilon_r = \varepsilon_{\theta} = 1/2h, \quad \varepsilon_z = -1/h \quad (8)$$

и линейное изменение скоростей перемещений

$$V_r = r/2h, \quad V_z = -z/h, \quad (9)$$

удовлетворяющее кинематическим граничным условиям

$$V_r = 0 \text{ при } r = 0, \quad V_z = 0 \text{ при } z = 0, \quad V_z = -1 \text{ при } z = h. \quad (10)$$

В этом случае нестационарный процесс пластического сжатия цилиндра оказывается автомодельным с неизменным напряженно-деформированным состоянием без искривления боковой границы при уменьшении высоты h . Девиатор напряжений напряженного состояния (1) имеет вид

$$S_r = S_{\theta} = 1/3, \quad S_z = -2/3. \quad (11)$$

Из соотношений (8) и (11) следует пропорциональность девиаторов напряжений и скоростей деформаций в соответствии с теорией течения Мизеса.

В рассматриваемой ниже задаче высадки цилиндра условие соосности тензоров напряжений и скоростей деформаций выполняется, как и в приведенной выше задаче сжатия цилиндра гладкими плитами. Но вследствие изменения кинематических граничных условий для скоростей перемещений пропорциональность девиаторов напряжений и скоростей деформаций не имеет места, тогда как условие неотрицательности диссипации энергии в пластической области выполняется, и полученное решение является полным в рамках теории идеальной пластичности [1-3].

На неподвижной жесткопластической границе AC скорости перемещений непрерывны

$$V_{\xi} = 0, \quad V_{\eta} = 0, \quad z = 1 - r, \quad 0 \leq r \leq 1. \quad (12)$$

В случае трения на границе контакта с верхним инструментом непрерывны скорости перемещений $V_r = 0$, $V_z = -1$ на жесткопластической границе BD , и из соотношений (4) находим

$$V_\xi = 1/\sqrt{2}, \quad V_\eta = -1/\sqrt{2}, \quad z = h - 1 + r, \quad 0 \leq r \leq 1. \quad (13)$$

В случае гладкой границы верхнего инструмента непрерывна только скорость $V_z = -1$, и из второго соотношения (5) следует

$$V_\xi = V_\eta + \sqrt{2}, \quad z = h, \quad 0 \leq r \leq 1. \quad (14)$$

На оси симметрии принимаем линейное изменение скоростей перемещений аналогичное соотношениям (9). В случае трения на границе контакта с верхним инструментом скорости на отрезке CD оси симметрии имеют вид

$$V_z = \frac{1-z}{h-2}, \quad V_r = 0, \quad r = 0, \quad 1 \leq z \leq h-1. \quad (15)$$

В случае гладкой границы контакта с верхним инструментом скорости перемещений на отрезке CO_1 оси симметрии имеют вид

$$V_z = \frac{1-z}{h-1}, \quad V_r = 0, \quad r = 0, \quad 1 \leq z \leq h. \quad (16)$$

Граничные условия для скоростей перемещений вдоль линий скольжения на указанных отрезках оси симметрии находим из соотношений (4)

$$V_\eta = -V_\xi = V_z / \sqrt{2}. \quad (17)$$

Поле скоростей перемещений в пластической области находили численным интегрированием дифференциальных соотношений (6), (7) с граничными условиями (12) – (17). В случае трения на границе верхнего инструмента сначала определяли скорости перемещений в области $ACDF$, решая задачу Коши с граничными условиями (15), (17) на отрезке CD оси симметрии, с последующим решением задачи Гурса с граничными условиями (12) на ξ - линии скольжения AC и известными скоростями перемещений на η - линии скольжения, проходящей через точку C . Затем определяли скорости перемещений в области BDF из решения задачи Гурса с граничными условиями (13) на η - линии скольжения BD и известными скоростями перемещений на ξ - линии скольжения DF . В случае гладкой границы верхнего инструмента сначала определяли скорости перемещений в области ACO_1EA , решая задачу Коши с граничными условиями (16), (17) на отрезке CO_1 оси симметрии, с последующим решением смешанной задачи в области, ограниченной линиями скольжения, проходящими через точки O_1 и B , с граничными условиями (14) на O_1B , и задачи Гурса в области, ограниченной линиями скольжения проходящими через точки B и E с известными на них скоростями перемещений.

Расчеты выполняли для сетки линий скольжения с квадратными ячейками и постоянным шагом Δr между узловыми точками. Дифференциалы и переменные в соотношениях (6) и (7) заменяли конечными разностями и средними значениями между узловыми точками и получали линейную систему уравнений, решение которой для регулярных узлов имеет вид

$$V_\xi = [b_1 + a(b_1 - b_2)] / (1 + 2a), \quad (18)$$

$$V_\eta = [b_2 - a(b_1 - b_2)] / (1 + 2a), \quad (19)$$

$$a = \frac{\Delta r}{2(2r_{12} + \Delta r)}, b_1 = V_{\xi 1} - a(V_{\xi 1} + V_{\eta 1}), b_2 = V_{\eta 2} - a(V_{\xi 2} + V_{\eta 2}), \quad (20)$$

Координаты r и скорости перемещений с нижними индексами 1 и 2 в соотношениях 20 обозначают известные переменные в узловых точках 1 и 2 на ξ - и η - линиях скольжения соответственно. Аппроксимация дифференциального соотношения (7) конечными разностями и граничное условие (14) определяют значения скоростей перемещений в узлах сетки на гладкой границе инструмента

$$V_{\eta} = (b_2 - \sqrt{2} a) / (1 + 2a), V_{\xi} = V_{\eta} + \sqrt{2}, \quad (21)$$

Коэффициенты a и b_2 в (21) определяются соотношениями (20).

Приведенные ниже численные результаты получены на сетке с шагом $\Delta r = 0.0167$. Профили, рассчитанные по скоростям перемещений V_r, V_z границы AB цилиндра для шероховатого (1) и гладкого (2) верхнего инструмента для $h = 4.6$ и перемещения $\Delta h = 0.8$, и $h = 2$ и $\Delta h = 0.35$ показаны на рис. 2 и 3 соответственно.

При высадке цилиндра высотой $h = 4.6$ шероховатым инструментом выпуклый профиль боковой поверхности оказывается несимметричным со смещением максимума к верхнему подвижному

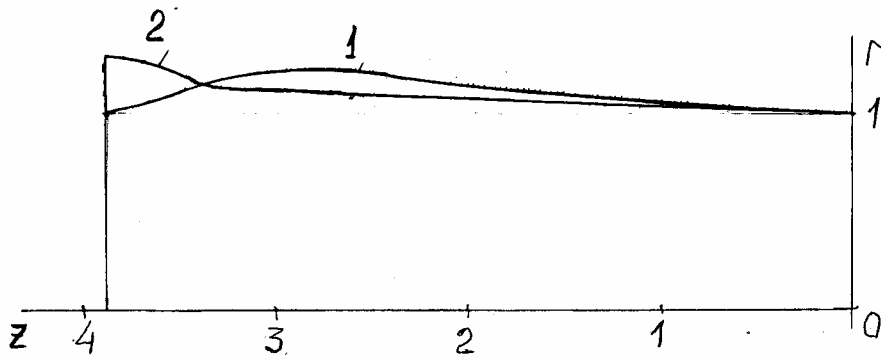


Рис. 2

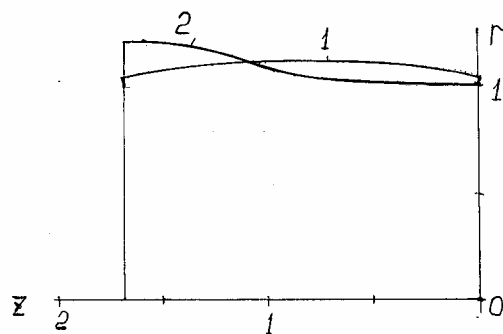


Рис. 3

инструменту. При высоте цилиндра высотой $h = 2$ жесткопластическая граница BD совпадает с линией скольжения CE (рис. 1), и в точке D на оси симметрии скорость V_z меняется скачком от -1 до нуля. В результате этого вдоль линий скольжения ближайших к жесткопластическим границам происходит быстрое изменение скоростей, и на боковой поверхности цилиндра в точках ближайших к точкам A и B наблюдается сдвиговой характер смещения. На остальной части боковой границы скорости перемещений изменяются плавно и приводят к образованию симметричного выпуклого профиля (рис. 3).

При высадке цилиндра гладким инструментом (кривые 2 на рис. 2 и 3) скорости перемещений непрерывны во всей пластической области. Профиль смещенной боковой поверхности цилиндра получается выпукло-вогнутым с максимумом на границе подвижного инструмента и плавным переходом к конической поверхности около нижнего неподвижного инструмента.

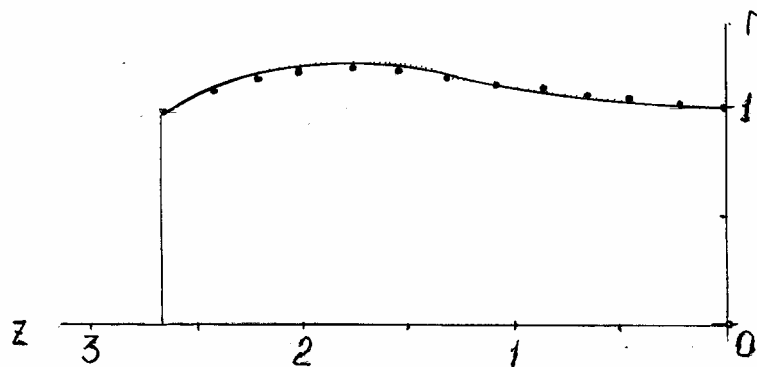


Рис. 4

На рис. 4 показано сравнение расчетного (сплошная кривая) и экспериментального (•) профилей боковой границы цилиндра, ограниченного по диаметру d в полостях подвижного и неподвижного инструмента, для $h = 3.47$ и $\Delta h = 0.8$. Материал цилиндра – малоуглеродистая сталь. Диаметр цилиндра $d = 10$ мм. Измерение профиля после высадки выполнено с точностью 0.1 мм. Расчетный профиль практически совпадает с экспериментальным профилем с точностью до погрешностей измерений.

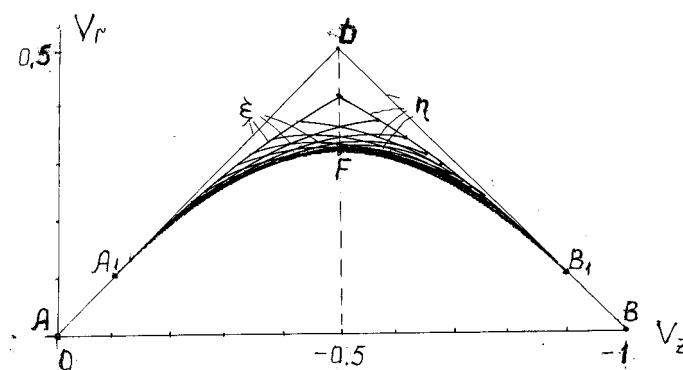


Рис. 5

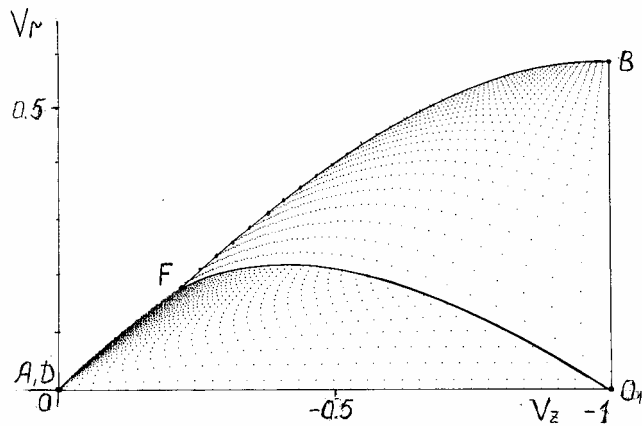


Рис. 6

На рис. 5 и 6 показаны годографы скоростей перемещений на плоскости $\{V_r, V_z\}$ для шероховатого и гладкого инструмента соответственно при $h = 2$.

При шероховатом подвижном инструменте (рис. 5) линии скольжения AD и BD отображаются на плоскости годографа прямыми линиями с разрывом скорости $1/\sqrt{2}$. Отображение ξ - и η - линий скольжения симметрично относительно нормальной плоскости, проходящей через точку D , на которой скорость $V_z = -0.5$ постоянна. Линии скольжения обоих семейств на плоскости годографа асимптотически приближаются к куполообразной огибающей AFB , отображающей боковую границу цилиндра. Из годографа видно, что в большей части пластической области скорости перемещений близки к скоростям боковой границы. Линии годографа AFB на рис. 3 соответствует симметричный профиль 1 с угловыми точками около точек A и B инструмента, которым на плоскости годографа соответствуют точки A_1 и B_1 .

При гладком подвижном инструменте поле скоростей непрерывно и отображается на плоскости годографа (рис. 6) точками, соответствующими узловым точкам поля линий скольжения. Линии B годографа соответствует профиль 2 смещенной боковой границы на рис. 3. Отрезку FB линии годографа на рис. 3 соответствует выпукло-вогнутая часть профиля 2, и отрезку AF годографа – коническая часть профиля 2 около неподвижного инструмента.

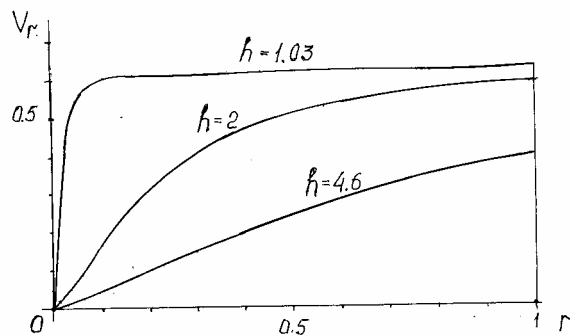


Рис. 7

На рис. 7 показаны распределения радиальной скорости перемещения на границе контакта с гладким подвижным инструментом для трех значений h , при которых поле скоростей перемещений в пластической области непрерывно. Из этого рисунка видно нелинейное распределение скоростей даже при больших значениях h . При $h \rightarrow 1$ изменение скорости приближается к разрывному в малой области около оси симметрии при малом изменении скоростей в большей части пластической области. Этот предел соответствует средней линии $V_z = -0.5$ на рис. 5, и среднему сечению симметричного профиля 1 на рис. 3.

г. Москва

Поступила: 13 ноября 2007 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Друянов, Б. А. Теория технологической пластичности / Б. А. Друянов, Р. И. Непершин. – М. : Машиностроение, 1990. – 272 с.
2. Ивлев, Д. Д. Теория идеальной пластичности / Д. Д. Ивлев. – М.: Наука, 1966. – 232 с.
3. Ишлинский, А. Ю. Математическая теория пластичности / А. Ю. Ишлинский, Д. Д. Ивлев. – М. : Физматлит, 2001. – 704 с.
4. Машиностроение. Энциклопедия. Том III-2. Технологии заготовительных производств. – М. : Машиностроение, 1996. – 209. – 212 с.