

К. И. Быкова, Н. Д. Вerveйко

## ИНТЕНСИВНОСТЬ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЗА ДИФРАГИРОВАННОЙ ВОЛНОЙ НА СФЕРЕ И ЗА ПОРОЖДЕННОЙ УПРУГОЙ ВОЛНОЙ В ШАРЕ

*Воронежский государственный университет*

**Аннотация.** В работе рассмотрена задача дифракции предельной пластической волны на выпуклой поверхности в предположении, что напряженное состояние за плоской продольной волной удовлетворяет условию пластичности Мизеса. В качестве жесткой поверхности выбрана сферическая поверхность. Интенсивность дифрагированной волны на поверхности сферы вычислена по уравнению «переноса» вдоль криволинейных лучей, которыми является образующая сферы:

$$\frac{\delta w}{\delta t} - \Omega w = F.$$

Для решения задачи Коши дифференциального уравнения «переноса», необходимо знание геометрических характеристик дифрагированной волны, а именно первой и второй главных кривизн, что позволяет вычислить среднюю кривизну  $\Omega(\varepsilon, t)$ . Геометрические характеристики дифрагированной волны являются функциями времени  $t$  и параметра  $\varepsilon$ , характеризующего положение текущей точки на дифрагированной волне. Параметр  $\varepsilon$  принят за поверхностную координату этой точки в меридианальной плоскости  $\varphi = \text{const}$ . Вторая координата  $\varphi$  текущей точки по широте дифрагированной волны является произвольной в силу осесимметричности задачи.

Показано, что интенсивность дифрагированной волны экспоненциально убывает при ее распространении вдоль меридиана по сфере и геометрического затухания за счет развертывания дифрагированного фронта.

Рассмотрен так же расчет интенсивности напряженного состояния в случае падения продольной волны на шар из упругого материала, который проведен лучевым методом в окрестности переднего фронта дифрагированной волны. Из проведенного рассмотрения следует, что продольная дифрагированная волна вызывает в материале препятствия только продольную волну, интенсивность которой отличается от интенсивности дифрагированной волны коэффициентом, зависящим от отношения плотностей и отношения упругих параметров материала упругой среды и материала препятствия. Показано, что в материале шара в месте контакта дифрагируемой и генерируемой волн интенсивность затухает со временем.

**Ключевые слова:** дифракция, шар, упругие волны, интенсивность напряжений.

УДК: 539.215

**Постановка задачи расчета интенсивности дифрагированной волны на сфере.** Рассмотрим задачу дифракции предельной пластической волны на выпуклой поверхности. Будем предполагать, что напряженное состояние за плоской продольной волной удовлетворяет условию пластичности Мизеса [4]:  $I_2^2(0) = 2k^2$ . На рис. 1 представлена геометрическая картина падения плоской волны на выпуклую поверхность и продвижение этой волны в область тени. В качестве жесткой поверхности выбрана сферическая поверхность. В соответствии с принципом Гюйгенса [3], [5], [10] каждая точка поверхности  $S$  в момент достижения волновым фронтом является источником возмущения. Поэтому касательная  $\vec{T}$  к дифрагированной поверхности  $S$  будет нормалью зарождающегося фронта, а нормаль  $\vec{N}$  к дифрагированной поверхности  $S$  будет касательной к зарождающейся дифрагированной волне.

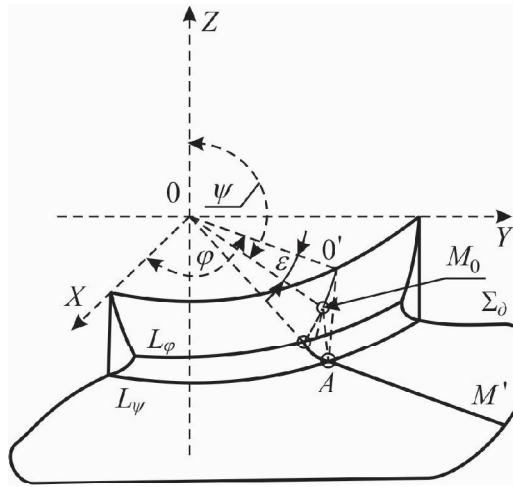


Рис. 1. Схематическое изображение падающей и дифрагированной волн

В процессе распространения сильных и слабых волн их интенсивность изменяется в соответствии с уравнением переноса (1) [2], [9]:

$$\frac{\delta w}{c \delta t} - \Omega w = F, \quad (1)$$

где  $w$  – интенсивность (скачок скорости) на переднем фронте волны,  $\Omega = (\Omega_0 - K_0 c t) / 1 - 2\Omega_0 c t + K_0 c^2 t^2$  – средняя кривизна переднего фронта [9],  $\Omega_0 = (\chi_1 + \chi_2) / 2$  – начальная средняя кривизна,  $K_0 = \chi_1 \chi_2$  – начальная гауссова кривизна,  $\chi_1, \chi_2$  – главные кривизны переднего фронта,  $c$  – скорость переднего фронта падающей волны,  $t$  – время (здесь время  $t$  отсчитывается от начала рассмотрения задачи переноса интенсивности),  $\delta / \delta t$  – производная по времени от функции, заданной на переднем фронте бегущей волны,  $F$  – функция, определяющая диссипацию интенсивности волны за счет вязкости. В рассматриваемом случае  $F = 0$ . Для решения этого уравнения необходимо задание начального условия и знание начальных средней  $\Omega_0$  и гауссовой  $K_0$  кривизн. Рассмотрим вопрос определения начальных геометрических и кинематических параметров дифрагированных волн.

Как видно из рис. 1, линиями главных кривизн будут сечения дифрагированной волны плоскостью  $\varphi = \text{const}$  (задающей линию долготы)  $L_\varphi$  и плоскостью  $z = \text{const}$  (задающей линию широты)  $L_z$ .

При вычислении средней и гауссовой кривизн необходимо иметь в виду, что время  $t'$  существования определенной точки  $M_0^*$  поверхности  $\Sigma_\partial$  определяется параметром  $\varepsilon$ , фиксирующим положение точки  $M_0$  зарождения дифрагированной волны так, что

$$t' = t - (R\varepsilon/c). \quad (2)$$

Геометрические характеристики дифрагированной волны будут функциями времени  $t$  и параметра  $\varepsilon$ . Угол  $\varepsilon$  характеризует положение текущей точки  $M_0^*$  на дифрагированной волне так, что  $\varepsilon$  можно принять за поверхностную координату точки на дифрагированной волне в плоскости  $\varphi = \text{const}$ . Вторая координата  $\varphi$  текущей точки дифрагированной волны является произвольной вследствие осесимметричности дифрагированной волны, и она не входит в выражение для средней и гауссовой кривизн. Таким образом, имеем  $\Omega_0 = \Omega_0(\varepsilon, t)$  и  $K_0 = K_0(\varepsilon, t)$ .

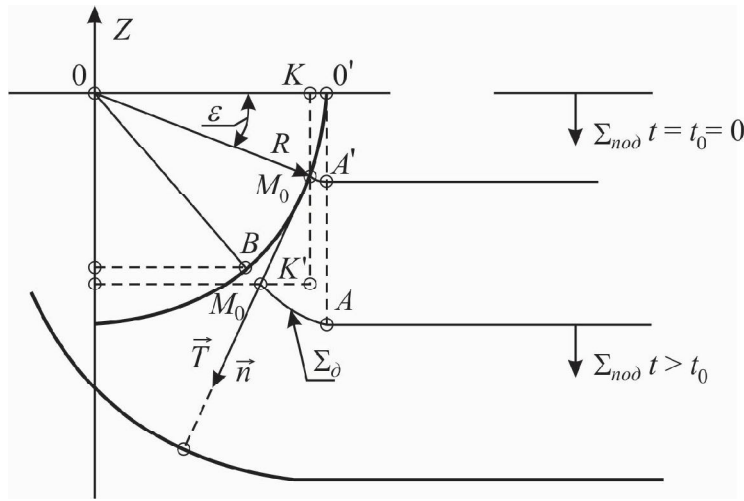


Рис. 2. Схематическое изображение дифрагированной волны

Радиус кривизны дифрагированной поверхности в плоскости  $z = -R \sin \varepsilon$  (рис. 2), легко определяется в точке  $M_0$ .

$$R_1 = R \cos \varepsilon; \quad \chi_{01} = -1/R_1 = -1/R \cos \varepsilon. \quad (3)$$

Для произвольного момента времени  $t = t' + R\varepsilon/c$  существования дифрагированной волны радиус ее кривизны в плоскости  $z = \text{const}$  вычисляется (рис. 2) следующим образом:

$$R_1(t, \varepsilon) = R \cos \varepsilon - (ct - R\varepsilon) \sin \varepsilon,$$

а кривизна соответственно

$$\chi_1(t, \varepsilon) = \frac{-1}{R_1(t, \varepsilon)} = \frac{-1}{R \cos \varepsilon - (ct - R\varepsilon) \sin \varepsilon}. \quad (4)$$

Рассмотрим дифрагированную поверхность  $\Sigma_\partial$  в меридианальной плоскости [1]. Как видно из рис. 2, след дифрагированной волны в меридианальной плоскости представляет собой множество точек, образованных лучами, исходящими по касательному направлению  $\vec{T}$  к окружности и, следовательно, след дифрагированной волны в меридианальной плоскости есть огибающая нормалей  $\vec{n}$  к окружности, причем нормали образуют семейство прямых, начало которых на окружности бежит со скоростью  $\vec{c}_1$  вдоль окружности. Приведены значения радиуса кривизны этой линии в начальный и текущий моменты времени

$$R_{20} = 4R \sin 2\varepsilon, \quad R_2(t, \varepsilon) = 4R \sin 2\varepsilon - 3(ct - R\varepsilon) \cos 2\varepsilon \quad (5)$$

так, что вторая главная кривизна в начале и текущий момент времени известна:

$$\chi_{2_0} = \frac{-1}{4R \sin 2\varepsilon}; \quad \chi_2(t, \varepsilon) = \frac{-1}{4R \sin 2\varepsilon - 3(ct - R\varepsilon) \cos 2\varepsilon}. \quad (6)$$

Знание первой и второй главных кривизн (4), (6) позволяет вычислить среднюю кривизну  $\Omega(\varepsilon, t) = (\chi_1 + \chi_2)/2$  и решить задачу Коши для дифференциального уравнения «переноса» (1).

**Вычисление начальной интенсивности дифрагированной волны на сфере.** Интенсивность дифрагированной волны на поверхности сферы будем вычислять по уравнению "переноса" вдоль криволинейных лучей, которыми является образующая сферы. Тогда уравнение "переноса" примет следующий вид:

$$\frac{\delta w_0(\varepsilon)}{R \delta \varepsilon} + \frac{1}{2R} \left( \frac{1}{\cos \varepsilon} + \frac{1}{4 \sin 2\varepsilon} \right) w_0(\varepsilon) = 0. \quad (7)$$

Начальным условием для  $w_0(\varepsilon)$  является значение интенсивности падающей волны при  $\varepsilon = 0$ :  $w(0) = w_0(0)$ . Решением дифференциального уравнения (7) является

$$\frac{w_0(\varepsilon)}{w_0(0)} = \exp \left( - \int_0^\varepsilon \frac{1}{2 \cos \psi} \left( 1 + \frac{1}{8 \sin \psi} \right) d\psi \right). \quad (8)$$

Интенсивность дифрагированной волны от момента ее зарождения и до текущего момента времени  $t$  удовлетворяет уравнению (1) и выражается формулой

$$\frac{w(t, \varepsilon)}{w_0} = \exp \left( - \int_0^\xi \frac{1}{2 \cos \psi} \left( 1 + \frac{1}{8 \sin \psi} d\psi \right) - \int_0^{\xi-\varepsilon} \Omega_\partial \left( \frac{R}{c} \tau, \varepsilon \right) c d\tau \right), \quad (9)$$

где средняя кривизна дифрагированного фронта  $\Omega_\partial$  определяется по значениям ее главных кривизн  $\chi_1(t, \varepsilon)$ ,  $\chi_2(t, \varepsilon)$ :

$$\Omega_\partial(t, \varepsilon) = \frac{1}{2R} \left[ \frac{1}{\cos \varepsilon - (\xi - \varepsilon) \sin \varepsilon} + \frac{1}{4 \sin 2\varepsilon - 3(\xi - \varepsilon) \cos 2\varepsilon} \right], \quad (10)$$

причем  $t > R\varepsilon/c$ ,  $\xi = ct/R$ .

Формула (9) позволяет сделать вывод, что интенсивность дифрагированной волны экспоненциально убывает за счет ее распространения вдоль меридиана по сфере и геометрического затухания разворачивания дифрагированного фронта.

На рис. 3 представлен график относительной интенсивности  $w(t, \varepsilon)/w_0$  дифрагированной волны вдоль ее фронта в зависимости от времени и угла  $\varepsilon$ , характеризующего положение точки на фронте дифрагированной волны в момент ее зарождения. Интерес представляет интенсивность волны на ее фронте для  $\varepsilon \in \left[ 0, \frac{\pi}{2} \right]$ , так как при  $\varepsilon = \frac{\pi}{2}$  интенсивность продольной волны по направлению  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  становится равной 0 и дальше для  $\varepsilon > \frac{\pi}{2}$  будет распространяться волна слабого разрыва порядка больше, чем падающая.

Выражение (9) для интенсивности волны содержит множители, которые определяют интенсивность дифрагированной волны на поверхности сферы и интенсивность волны при ее распространении вдоль прямолинейных лучей, имеющих своим началом точки на поверхности сферы. Как следует из рис. 3, интенсивность дифрагированной волны совпадает с интенсивностью падающей волны в начальный момент зарождения дифрагированной волны и далее экспоненциально убывает вдоль поверхности сферы и вдоль фронта волны.

**Интенсивность напряжений за дифрагированной волной.** Скачок напряженного состояния за фронтом дифрагированной волны порождается скоростью продольного деформирования упругого материала среды и определяется выражением [2]

$$-c_1 [\sigma_{ij}] = (\lambda \delta_{ij} + 2\mu n_i n_j) w_n, \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (11)$$

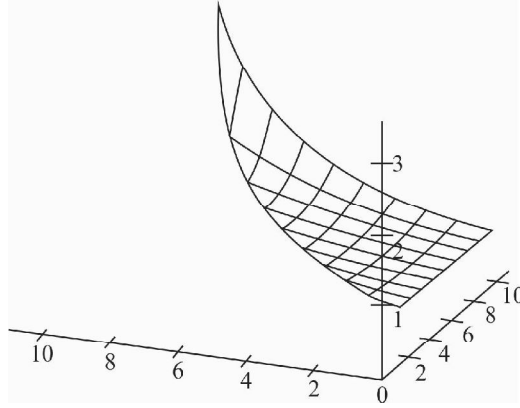


Рис. 3. График изменения интенсивности дифрагированной волны вдоль фронта волны в зависимости от времени и угла  $\varepsilon$

Заметим, что в случае покоя материала перед фронтом дифрагированной волны  $[\sigma_{ij}] = -\sigma_{ij}$ , где  $\sigma_{ij}$  – напряжение за фронтом  $\Sigma_{\partial}$ , так что

$$\sigma_{ij} = (\lambda\delta_{ij} + 2\mu n_i n_j) \frac{w}{c_1}. \quad (12)$$

Интенсивность касательных напряжений за фронтом дифрагированной волны, задаваемая вторым инвариантом девиатора тензора напряжений  $I_2$ , определяется через интенсивность падающей волны:

$$I_2^2 = \sigma'_{ij} \cdot \sigma'_{ij} = \frac{2}{3}\mu(4\mu - 3\lambda) \cdot \left(\frac{w}{c_1}\right)^2, \quad (13)$$

где  $w$  – интенсивность дифрагированной волны. В процессе распространения падающая предельная пластическая волна, напряженное состояние за которой удовлетворяет условию пластичности Мизеса:  $I_2^2(0) = 2k^2$ , становится упругой, и ее относительная интенсивность определяется из знания интенсивности скорости за фронтом волны (9):

$$\frac{I_2}{I_2(0)} = e^{\frac{1-\cos\xi}{16\cos\xi}} \cdot \left(\frac{1+\sin\xi}{1-\sin\xi}\right)^{\frac{23}{32}} \cdot \left(\frac{\cos\varepsilon}{\cos\varepsilon - (\xi - \varepsilon) \cdot \sin\varepsilon}\right)^{\frac{1}{\sin\varepsilon}} \times \\ \times \left(\frac{4\sin 2\varepsilon}{4\sin 2\varepsilon - (\xi - \varepsilon) \cdot 3\cos 2\varepsilon}\right)^{\frac{1}{3\cos 2\varepsilon}}. \quad (14)$$

Из выражения (14) следует асимптотическое убывание интенсивности касательных напряжений  $I_2/I_2(0)$  за фронтом дифрагированных волн (рис. 3).

**Исследование напряженного состояния в материале сферы в окрестности внешних порожденных дифрагированных волн.** Рассмотрим случай прохождения дифрагированной волны  $\Sigma_{\partial}$  за упругим препятствием, ограниченным поверхностью  $S$ , внутри которого дифрагированная волна порождает возмущение в виде двух волн: продольной  $\Sigma_1$  и сдвиговой  $\Sigma_2$  [8]. Локальное представление о состоянии волн в момент их совместного распространения изображено на рис. 4.

В соответствии с законом Шнелла синусы углов, ориентирующих поверхности  $\Sigma_1$  и  $\Sigma_2$ , определяются выражениями [6]

$$\sin\theta = \frac{c_{12}}{c_1} = \sqrt{\frac{\rho}{\rho_1} \cdot \frac{\lambda_1 + 2\mu_1}{\lambda + 2\mu}} \leq 1, \quad \sin\gamma = \frac{c_{22}}{c_1} = \sqrt{\frac{\rho}{\rho_1} \cdot \frac{\mu_1}{\lambda + 2\mu}} \leq 1. \quad (15)$$

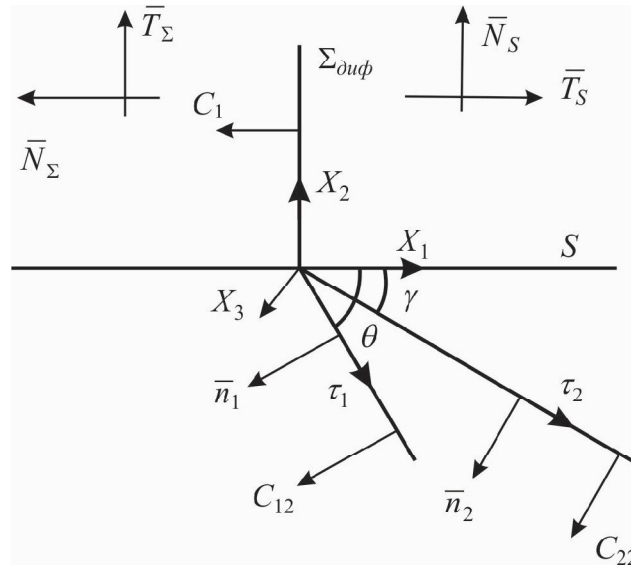


Рис. 4. Схематическое изображение момента совместного распространения вдоль элемента поверхности  $S$  дифрагированной и двух порожденных в препятствии волн

Здесь  $c_1$  – скорость дифрагированной волны,  $c_{12}$  – скорость порожденной продольной волны,  $c_{22}$  – скорость порожденной сдвиговой волны. Индекс «1» относится к параметрам материала препятствия.

Из выражений для углов  $\theta$  и  $\gamma$  следует, что предложенная геометрическая картина не всегда имеет место, и в случае большей плотности  $\rho < \rho_1$  или большей упругости материала препятствия  $\lambda_1 < \lambda$ ,  $\mu_1 < \mu$  порожденные волны  $\Sigma_1$  и  $\Sigma_2$  «убегают» вперед дифрагированной волны, а дифрагированная волна может порождать рэлеевские волны [7] в препятствии.

Для расчета напряженного состояния за фронтами сдвиговой  $\Sigma_2$  и продольной  $\Sigma_1$  волн воспользуемся условием непрерывности напряжений на поверхности  $S$  в области напряженного состояния материала и условиями динамической совместности на продольной  $\Sigma_1$  и сдвиговой  $\Sigma_2$  волнах:

$$\sigma_{\tau\Sigma\tau\Sigma} = \sigma_{n^I n^I n^I S}, \quad \sigma_{n\Sigma\tau\Sigma} = 0. \quad (16)$$

$$[\sigma_{ij}]n_j + \rho c[v_i] = 0 \text{ – на } \Sigma_1 \text{ и на } \Sigma_2. \quad (17)$$

Преобразуем эти условия, введя интенсивности  $\omega_1$  и  $w_1$  продольной и сдвиговой порожденных  $\Sigma_1$  и  $\Sigma_2$  волн так, что

$$v_i|_I = \omega_1 n_i^I, \text{ то есть } v_i|_I \cdot n + i^I = \omega_1, \quad (18)$$

$$[v_i]_{\Sigma_2} = w_1 \tau_i^{II},$$

или

$$(v_i^I - v_i^{II})\tau_i^{II} = w_1. \quad (19)$$

Для удобства в дальнейших расчетах выберем локальную систему координат  $(x_1, x_2, x_3)$  таким образом, чтобы направление  $x_1$  совпадало с направлением нормали дифрагированной поверхности  $\Sigma_\partial$ , а направление  $x_2$  с направлением нормали к элементу поверхности  $S$ . Тогда

система балансовых уравнений для интенсивностей порожденных волн примет вид

$$\sigma_{n_I n_I^I} = -\rho_1 c_1 \omega_1, \quad (20)$$

$$\sigma_{n_I \tau_I}^I = 0, \quad (21)$$

$$\sigma_{n_{II} n_{II}}^I - \sigma_{n_{II} n_{II}}^{II} = 0, \quad (22)$$

$$\sigma_{n_{II} \tau_{II}}^I - \sigma_{n_{II} \tau_{II}}^{II} = -\rho c_2^I \omega_1, \quad (23)$$

$$\sigma_{n^S \tau^S}^{II} = 0, \quad (24)$$

$$\sigma_{n^S n^S}^{II} = \sigma_{\tau^S \tau^S}^{II} \Big|_{\Sigma} = -\frac{\lambda_1}{c} [v_{n^S}], \quad (25)$$

где

$$n_1(-\sin \theta, -\cos \theta, 0), \quad \tau_1(\cos \theta, -\sin \theta, 0), \quad n_2(-\sin \gamma, -\cos \gamma, 0), \quad \tau_2(\cos \gamma, -\sin \gamma, 0).$$

Балансовые уравнения на поверхности  $S$  и на фронтах  $\Sigma_1, \Sigma_2$  порожденных волн представляют собой:

- уравнение совместности напряжений и скорости волны на поверхности  $\Sigma_1$  в проекции на нормаль к  $\Sigma_1$  (20);
- условие совместности на поверхности  $\Sigma_2$  в проекции на касательную к  $\Sigma_1$ , то есть условие продольности волны  $\Sigma_1$  и условие отсутствия касательных напряжений за ней (21);
- условие непрерывности нормальных напряжений на границе раздела двух материалов, а именно внешней среды и материала (22);
- условие совместности напряжений и скорости волны на фронте сдвиговой волны  $\Sigma_2$  (23);
- условие отсутствия касательных напряжений на границе раздела двух материалов (24);
- условие динамической совместности на фронте дифрагированной волны  $\Sigma$  (25).

Полученные уравнения позволяют сделать вывод об отсутствии сдвиговой волны (21), (24) в материале препятствия, при этом интенсивность продольной волны в материале определяется

$$\omega_1 = \frac{\lambda}{c_{na\partial} \rho_1 c_1} \omega_{na\partial}, \quad \omega_1 = \omega_{na\partial} \sqrt{\frac{\rho}{\rho_1} \cdot \frac{\lambda^2}{(\lambda + 2\mu)(\lambda_1 + 2\mu_1)}}. \quad (26)$$

Из проведенного рассмотрения следует, что продольная дифрагированная волна вызывает в материале препятствия только продольную волну, интенсивность которой  $\omega$  отличается от интенсивности дифрагированной волны коэффициентом, зависящим от отношения плотностей и отношения упругих параметров материала упругой среды и материала препятствия.

Область пространства, возмущенная дифрагированной волной в препятствии, определяется углом  $\theta$ , величина которого зависит от отношения упругих параметров окружающей среды и материала препятствия в соответствии с законом Снелла.

Для оценки напряженного состояния в материале препятствия проведем вычисление второго инварианта девиатора тензора напряжений в материале для сравнения его с пределом пластичности в соответствии с условием Мизеса.

Скорость продольного деформирования упругого материала за фронтом дифрагированной волны порождает напряженное состояние, определяемое скачком напряжений аналогично (11):

$$-c_1 [\sigma_{ij}] = (\lambda_1 \delta_{ij} + 2\mu_1 n_i n_j) \omega_1, \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (27)$$

Заметим, что в случае покоя материала перед фронтом дифрагированной волны  $[\sigma_{ij}] = -\sigma_{ij}$ .

С учетом последнего из (27) получим:

$$\sigma_{ij} = (\lambda_1 \delta_{ij} + 2\mu_1 n_i n_j) \frac{\omega_1}{c_1}.$$

Второй инвариант девиатора тензора напряжений определяется выражением

$$I_2^2 = \sigma_{ij}\sigma_{ij} = \frac{2}{3}\nu_1(4\mu_1 - 3\lambda_1) \left(\frac{\omega_1}{c_1}\right)^2. \quad (28)$$

Предельная пластическая волна, распространяющаяся в материале препятствия, вызывает напряженное состояние, не удовлетворяющее условию пластичности Мизеса  $I_2^2(0) = 2k^2$ , становится упругой, и ее относительная интенсивность определяется из знания интенсивности скорости за фронтом волны.

Из знания интенсивности продольной дифрагированной волны в материале можно подсчитать интенсивность напряжений в материале препятствия через интенсивность внешней дифрагированной волны в текущий момент времени. Очевидно, интенсивность напряжений за продольной волной в материале препятствия будет определяться соотношением упругих параметров препятствия и окружающей среды:

$$\frac{I_{2npen}^2}{I_{2gfd}^2} = \frac{\lambda^2\mu_1(4\mu_1 - 3\lambda_1)}{\mu(4\mu - 3\lambda)(\lambda_1 + 2\mu_1)^2}. \quad (29)$$

Для частного случая идеальной упругой среды  $\lambda = \mu$ ,  $\lambda_1 = \mu_1$  интенсивность напряжений за дифрагированной волной в препятствии будет в три раза меньше, чем в окружающей среде.

$$\frac{I_{2npen}}{I_{2nad}} = \frac{1}{3}.$$

**Заключение.** Из (28) следует, что величина второго инварианта девиатора тензора напряжений за порожденной волной в препятствии пропорциональна плотности внешней среды и обратно пропорциональна плотности материала препятствия, а также обратно пропорциональна скорости упругих волн препятствия, то есть чем «мягче» материал препятствия, тем большее напряженное состояние вызывает в нем дифрагированная волна.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Быковцев, Г. И. О распространении волн в трехмерных упругопластических телах при условии полной пластичности / Г. И. Быковцев, А. А. Калужин, Л. Д. Кретова // Инж. журнал МГТ. – 1967. – № 3. – С. 13–20.
- [2] Вервейко, Н. Д. Лучевая теория упруговязкопластических волн и волн гидроудара / Н. Д. Вервейко. – Воронеж : Воронежский госуниверситет, 1997. – 204 с.
- [3] Гузь, А. Н. Дифракция упругих волн / А. Н. Гузь, В. Д. Кубенко, М. А. Черевко. – Киев : Наукова думка, 1978. – 308 с.
- [4] Ивлев, Д. Д. Механика пластических сред. Т. 1 / Д. Д. Ивлев. – М. : Физматлит, 2001. – 448 с.
- [5] Исраилов, М. Ш. Динамическая теория упругости и дифракция волн / М. Ш. Исраилов. – М. : Издательство МГУ, 1999. – 208 с.
- [6] Кольский, Г. Волны напряжений в твердых телах / Г. Кольский. – М. : Изд. иностр. лит., 1955. – 190 с.
- [7] Ландау, Л. Д. Механика сплошных сред / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – Изд. 2-е, перераб., дополн. – М. : Госуд. изд-во технико-теоретической литературы, 1954. – 795 с.
- [8] Новацкий, В. Теория упругости / В. Новацкий // М. : Мир, 1975. – 872 с.
- [9] Томас, Т. Пластическое течение и разрушение в твердых телах / Т. Томас. – М. : Мир, 1964. – 308 с.
- [10] Фриндлер, Ф. Звуковые импульсы / Ф. Фриндлер. – М. : Иностран. лит., 1962. – 234 с.

Быкова Ксения Игоревна,

аспирант кафедры теоретической и прикладной механики, Воронежский государственный университет, г. Воронеж



e-mail: [ksynichka\\_b@mail.ru](mailto:ksynichka_b@mail.ru)

*Вервейко Николай Дмитриевич,*

*доктор технических наук, профессор кафедры теоретической и прикладной механики, Воронежский государственный университет, г. Воронеж*

K. I. Bykova, N. D. Verveyko

**INTENSITY OF THE STRESS-DEFORMED STATE BEHIND THE  
DIFFRACTIONAL WAVE ON THE SPHERE AND BEHIND THE GENERATED  
ELASTIC WAVE IN THE BALL**

Voronezh State University

**Abstract.** The article is devoted to the problem of diffraction of the ultimate plastic wave on the convex surface. The stress state satisfies the condition Mises plasticity behind the flat longitudinal wave. The spherical surface was chosen as obstacle. The intensity of diffractive wave was calculated due to the «transfer» equation along the curved beams, that is forming sphere:

$$\frac{\delta w}{c \delta t} - \Omega w = F.$$

In order to solve Cauchy problem we must know the geometric characteristics of the diffractive wave, the first and second main curvatures. Due to that we can calculate the average curvature  $\Omega(\varepsilon, t)$ . The geometric characteristics of the diffractive wave are the functions of the time  $t$  and parameter  $\varepsilon$ . Parameter  $\varepsilon$  characterizes the position of the current point on the diffractive wave. The parameter  $\varepsilon$  adopted for the surface coordinate of this point in the plane  $\varphi = \text{const}$ . The second coordinate  $\varphi$  is arbitrary due to the axisymmetric problem.

It is shown that intensity of diffractive wave exponentially decreases due to its distribution along the meridian of the sphere and due to geometric attenuation deployment diffractive front.

It is considered the calculation of the stress state in the case of the fall of the longitudinal wave in a ball of elastic material. The calculations are performed in the neighborhood of the forefront of the diffractive wave by the ray method. It is shown that longitudinal diffractive wave causes only longitudinal wave in the material of the obstacle. Its intensity differs from the intensity of the diffractive wave by coefficient, which depends on the ratio of the densities and on the ratio elastic parameters of the material elastic medium and material obstacle. The intensity of the diffractive wave in the space and in the material of the sphere decays with time at the place of contact of the diffractive and generated waves.

**Keywords:** plasticity, ideal, absolute, elasticity, stress, fluidity limit, coefficient, intensity, static definability.

### REFERENCES

- [1] *Bykovcev, G. I.* The waves propagation in the threedimensional elastoplastic bodies assuming full plasticity / G. I. Bykovcev, A. A. Kaluzhin, L. D. Kretova // Eng. Journal MHB. – 1967. – № 3. – P. 13–20.
- [2] *Verveyko, N. D.* The ray theory of the elastoviscoplastic waves and hidroimpact waves / N. D. Verveyko. – Voronezh : Voronezh State University, 1997. – 204 p.
- [3] *Guz, A. N.* The diffraction of elastic waves / A. N. Guz, V. D. Kubenko, M. A. Cherevko. – Kiev : Naukova dumka, 1978. – 308 p.
- [4] *Ivlev, D. D.* The mechanics of plastic media, v. 1 / D. D. Ivlev // M. : PhysMatLit, 2001. – 448 p.
- [5] *Israilov, M. Sh.* The dynamic elastic theory and the wave diffraction / M. Sh. Israilov. – M. : Publishing house of Moscow State University, 1999. – 208 p.
- [6] *Kolskiy, G.* The stress waves in the the hard bodes / G. Kolskiy. – M. : Publishing house of foreign literature, 1955. – 190 p.
- [7] *Landau, L. D.* The continuum mechanics / L. D. Landau, E. M. Lifshic. – M. : State publishing house of technical and theoretical literature, 1954. – 795 p.
- [8] *Nowackiy, V.* The elastic theory / V. Nowackiy. – M. : World, 1975. – 872 p.

[9] *Tomas, T.* The plastic flow and destruction of the hard bodes / T. Tomas. – M. : World, 1964. – 308 p.

[10] *Frindler, F.* Sound pulses / F. Frindler. – M. : Foreign lit., 1962. – 234 p.

*Bykova Ksenya Igorevna*

*Postgraduate Student, Department of the theoretical and apply mechanics, Voronezh State University, Voronezh*

*Verveyko Nikolay Dmitrievich*

*Doctor of Technical Science, Professor of the Department of the theoretical and apply mechanics, Voronezh State University, Voronezh*