

Р. А. Исмаилова

## НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ СТЕРЖНЕВОГО ТЕПЛОВЫДЕЛЯЮЩЕГО ЭЛЕМЕНТА, ОСЛАБЛЕННОГО СИСТЕМОЙ ТРЕЩИН

*Институт математики и механики НАН Азербайджана*

**Аннотация.** Рассматривается плоская задача механики разрушения для стержневого теплового элемента, сечение которого занимает область в виде круга радиуса  $R_1$  и ослабленного системой произвольно размещенных прямолинейных трещин с концевыми зонами ослабленных межчастичных связей материала. Взаимодействие берегов в концевых зонах моделируется путем введения связей (сил сцепления) между берегами трещин в концевых зонах. Система “тепловыделяющий элемент и защитная оболочка” рассматривается при установившемся режиме. Предложена модель разрушения теплового элемента, основанная на рассмотрении зоны процесса разрушения вблизи вершины трещины с концевыми зонами. Принято, что зона процесса разрушения представляет собой слой конечной длины, с материалом частично нарушенными связями между его отдельными структурными элементами (концевая зона). Определение неизвестных параметров, характеризующих развитие трещин, сводится к решению системы сингулярных интегральных уравнений с ядром типа Коши. С помощью процедуры алгебраизации система интегральных уравнений сводится к системе нелинейных алгебраических уравнений, которая решается методом последовательных приближений. Из решения этой системы уравнений находятся нормальные и касательные усилия в концевых зонах предразрушения. Анализ предельного равновесия теплового элемента выполняется на основе деформационного критерия разрушения.

**Ключевые слова:** стержневой теплового элемент, защитная оболочка, система прямолинейных трещин, концевые зоны со связями между берегами, силы сцепления.

УДК: 539.375

Тепловыделяющие сборки часто изготавливают в виде пучка цилиндрических теплового элементов (ТВЭЛов), в зазорах между которыми параллельно оси элемента течет теплоноситель. В процессе работы ядерного реактора возможны различные повреждения ТВЭЛов, в частности, образования трещин в топливном стержне. В результате таких повреждений температура, напряжения и деформации могут превысить допустимые для ТВЭЛ значения, что может привести к аварийной ситуации.

Рассмотрим систему “ТВЭЛ – защитная оболочка” при установившемся режиме. Рассматривается задача термоупругости для системы “ТВЭЛ – защитная оболочка”, для случая, когда ТВЭЛ ослаблен системой произвольно размещенных прямолинейных трещин. Считается, что выполняются условия плоской деформации.

Пусть сечение рассматриваемого стержневого ТВЭЛ занимает в плоскости  $z = x + iy$  круг радиуса  $R_1$  с центром в начале координат, ограниченную извне окружностью  $L_1$ , а поперечное сечение защитного цилиндра занимает в этой же плоскости кольцо, ограниченную извне

окружностью  $L_2$  радиуса  $R_2$ , центр которой совпадает с центром окружности  $L_1$ , а изнутри – с окружностью  $L_1$ .

Пусть твэл ослаблен  $N$  прямолинейными трещинами длиной  $2\ell_{ok}$  ( $k = 1, 2, \dots, N$ ). Берега трещин вне концевых зон свободны от внешних нагрузок. В центрах трещин разместим начала локальных систем координат  $x_k O_k y_k$ , оси  $x_k$  которых совпадают с линиями трещин и образуют углы  $\alpha_k$  с осью  $x$  (рис. 1).

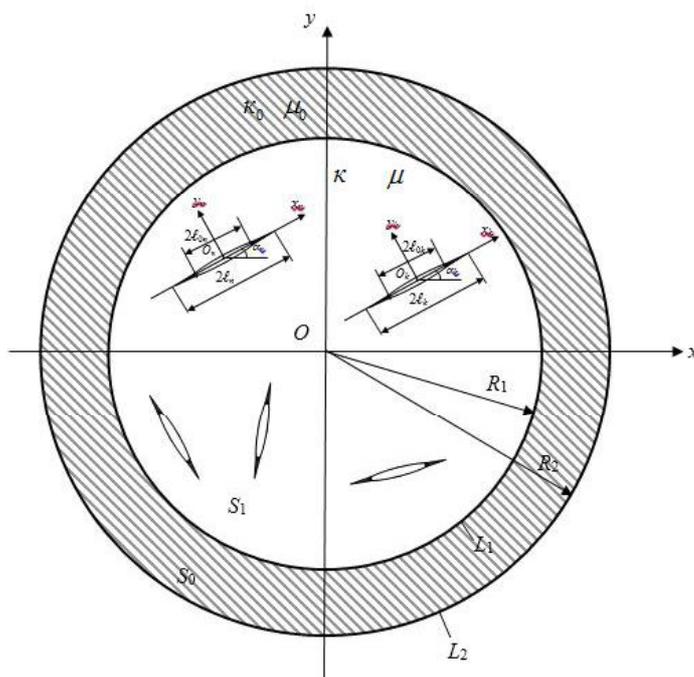


Рис. 1. Расчетная схема задачи механики разрушения тепловыделяющего элемента

Область твэла, ограниченную окружностью  $L_1$ , обозначим через  $S$ , а область защитного покрытия через  $S_0$ .

Материалы твэла и защитного цилиндра будем считать изотропными, однородными с неодинаковыми механическими свойствами. Обозначим их соответственно через  $\kappa$ ,  $\mu$  и  $\kappa_0$ ,  $\mu_0$ . Здесь  $\kappa$  и  $\kappa_0$  – постоянные Мусхелишвили для материалов твэла и защитной оболочки. А  $\mu$  и  $\mu_0$  соответственно – модули сдвигов материалов.

Высокая концентрация напряжений вблизи вершин трещин в некоторых случаях приводит к разупрочнению материала, окружающего трещину. Это может проявляться в образовании зон ослабленных межчастичных связей материала. Анализ экспериментальных данных [1], а также условий равновесия и развития трещин с учетом взаимодействия ее берегов и зон разупрочнения приводит к модели трещины с концевой зоной (зоной предразрушения).

По мере повышения интенсивности тепловыделения в элементе в вершинах трещин будут возникать зоны предразрушения (концевые зоны), которые моделируются как области ослабленных межчастичных связей материала. Взаимодействие берегов этих областей моделируется путем введения между берегами связей, имеющих заданную диаграмму деформирования. Физическая природа таких связей и размеры зон предразрушения зависят от вида материала.

Межчастичные связи между берегами трещин в концевых зонах сдерживают развитие разрушения. В случае, когда размер концевой зоны трещины не является малым по сравнению с длиной трещины, приближенные методы оценки трещиноплощности твэлов, основанные на рассмотрении трещины с малой концевой зоной, неприменимы. В этих случаях [2], [3] необходимо прямое моделирование напряженного состояния в концевой зоне трещины с учетом деформационных характеристик связей.

Рассмотрим задачу механики разрушения для твэла ослабленного произвольно размещенной системой  $N$  прямолинейных трещин и скрепленного защитной оболочкой при условии, что удельная мощность внутренних источников тепла  $q$  в твэле распределена по объему равномерно. По мере увеличения интенсивности тепловыделения в связях, соединяющих берега трещин, будут возникать нормальные  $q_{y_k}(x_k)$  и касательные  $q_{x_k y_k}(x_k)$  ( $k = 1, 2, \dots, N$ ) усилия. Эти напряжения и размеры концевых зон заранее неизвестны и подлежат определению.

Граничные условия задачи на берегах трещин с концевыми зонами имеют вид

$$\sigma_{y_k} - i\tau_{x_k y_k} = 0 \quad \text{на } L'_k, k = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

$$\sigma_{y_k} - i\tau_{x_k y_k} = q_{y_k} - iq_{x_k y_k} \quad \text{на } L''_k,$$

где  $L'_k$  – совокупность свободных берегов трещин;  $L''_k$  – совокупность концевых зон трещин.

Краевые условия на круговых границах будут

$$\text{при } |z| = R_1 \quad \sigma_r - i\tau_{r\theta} = \sigma_r^0 - i\tau_{r\theta}^0, \quad (2)$$

$$v_r - iv_{r\theta} = v_r^0 - iv_{r\theta}^0;$$

$$\text{при } |z| = R_2 \quad \sigma_r^0 - i\tau_{r\theta}^0 = 0. \quad (3)$$

Основные соотношения рассматриваемой задачи необходимо дополнить уравнениями, связывающими раскрытие берегов концевых зон и усилия в соответствующих связях. Без потери общности эти уравнения представим в виде [3]

$$(v_k^+ - v_k^-) - i(u_k^+ - u_k^-) = C(x_k, \sigma_k)(q_{y_k}(x_k) - iq_{x_k y_k}(x_k)), \quad (4)$$

$$\sigma_k = \sqrt{q_{y_k}^2 + q_{x_k y_k}^2} \quad k = 1, 2, \dots, N.$$

Функция  $C(x_k, \sigma_k)$  представляет собой эффективную податливость связей, зависящую от натяжения.  $\sigma_k$  – модуль вектора напряжений в соответствующих связях,  $(v_k^+ - v_k^-)$  – нормальная связь,  $(u_k^+ - u_k^-)$  – касательные составляющие раскрытие берегов концевых зон  $k$ -той трещины. При использовании комплексных потенциалов Колосова – Мухелишвили [4] рассматриваемая задача сводится к отысканию двух пар комплексных функций  $\Phi_j(z)$  и  $\Psi_j(z)$  ( $j = 0, 1$ ) комплексного переменного  $z = x + iy$ , аналитических в областях  $S_j$  ( $j = 0, 1$ ) и удовлетворяющим граничным условиям

$$\Phi_0(\tau_2) + \overline{\Phi_0(\tau_2)} - \frac{\tau_2^2}{R_2^2} \left[ \frac{R_2}{\tau_2} \Phi_0'(\tau_2) + \Psi_0(\tau_2) \right] = 0 \quad \text{на } L_2, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \Phi_0(\tau_1) + \overline{\Phi_0(\tau_1)} - \frac{\tau_1^2}{R_1^2} \left[ \frac{R_1^2}{\tau_1} \Phi_0'(\tau_1) + \Psi_0(\tau_1) \right] = \quad \text{на } L_1, \\ & = \Phi_1(\tau_1) + \overline{\Phi_1(\tau_1)} - \frac{\tau_1^2}{R_1^2} \left[ \frac{R_1^2}{\tau_1} \Phi_1'(\tau_1) + \Psi_1(\tau_1) \right] + \frac{q_* \tau_1 \bar{\tau}_1}{32}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$k_0 \overline{\Phi_0(\tau_1)} - \Phi_0(\tau_1) + \frac{\tau_1^2}{R_1^2} \left[ \frac{R_1^2}{\tau_1} \Phi_0'(\tau_1) + \Psi_0(\tau_1) \right] = \quad \text{на } L_1,$$

$$= \frac{\mu_0}{\mu} \left\{ \overline{\kappa\Phi_1(\tau_1)} - \Phi_1(\tau_1) + \frac{\tau_1^2}{R_1^2} \left[ \frac{R_1^2}{\tau_1} \Phi_1'(\tau_1) + \Psi_1(\tau_1) \right] - \frac{q_* \tau_1 \bar{\tau}_1}{32} \right\};$$

на берегах трещин с концевыми зонами  $|x_k| \leq \ell_k, y_k = 0$

$$\Phi_1(t_n) + \overline{\Phi_1(t_n)} + t_n \overline{\Phi_1'(t_n)} + \overline{\Psi_1(t_n)} + \frac{3q_* t_n^2}{32} = a. \quad (7)$$

Здесь  $q_* = \frac{\alpha E q}{\lambda}$ ;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности топлива;  $a = 0$  на берегах трещин;  $a = q_{y_k} - i q_{x_k y_k}$  на прослойках ослабленных связей материала (концевые зоны);  $\tau_2 = R_2 e^{i\theta}$ ;  $\tau_1 = R_1 e^{i\theta}$ ;  $t_n$  – аффикс точек берегов  $n$ -ой трещины с концевыми зонами;  $\alpha$  – коэффициент линейного температурного расширения материала;  $E$  – модуль упругости материала топлива.

Под действием внутренних источников тепла за счет разности упругих свойств материалов твэла и защитной оболочки на твэл со стороны оболочки действует некоторая самоуравновешенная система сил. Считая эту нагрузку на твэл заданной, найдем комплексные потенциалы  $\Phi_1(z)$  и  $\Psi_1(z)$ .

Согласно краевым условиям (6) и (7) для определения потенциалов  $\Phi_1(z)$  и  $\Psi_1(z)$  имеем на контуре  $L_1$  граничные условия

$$\Phi_1(t) + \overline{\Phi_1(t)} - \frac{t^2}{R_1^2} \left[ \frac{R_1^2}{t} \Phi_1'(t) + \Psi_1(t) \right] + \frac{q_* t \bar{t}}{32} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_k e^{ik\theta} \quad \text{на } L_1, \quad (8)$$

на отрезках  $y_k = 0, |x_k| \leq \ell_k$

$$\Phi_1(t_n) + \overline{\Phi_1(t_n)} + t_n \overline{\Phi_1'(t_n)} + \overline{\Psi_1(t_n)} + \frac{3q_* t_n^2}{32} = a. \quad (9)$$

Решение краевой задачи (8)–(9) ищем в виде [5]

$$\Phi_1(z) = \Phi_{11}(z) + \Phi_{12}(z);$$

$$\Psi_1(z) = \Psi_{11}(z) + \Psi_{12}(z); \quad (10)$$

$$\Phi_{11}(z) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^N \int_{-\ell_k}^{\ell_k} \frac{g_k(t) dt}{t - z_k};$$

$$\Psi_{11}(z) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^N e^{-2i\alpha_k} \int_{-\ell_k}^{\ell_k} \left[ \frac{\overline{g_k(t)}}{t - z_k} - \frac{\bar{T}_k e^{i\alpha_k}}{(t - z_k)^2} g_k(t) \right] dt; \quad (11)$$

$$T_k = t e^{i\alpha_k} + z_k^0; \quad z_k^0 = x_k^0 + i y_k^0; \quad z_k = e^{-i\alpha_k} (z - z_k^0);$$

$$\frac{i(k+1)}{2\mu} g_k(x) = \frac{\partial}{\partial x} [u_k^+ - u_k^- + i(v_k^+ - v_k^-)] \quad (k = 1, 2, \dots, N).$$

Потенциалы  $\Phi_{12}(z)$  и  $\Psi_{12}(z)$  регулярны в сплошном круге радиуса  $R_1$ , они должны быть определены из решения для сплошного круга согласно краевому условию (8), а для определения неизвестных функций  $g_k(x)$  ( $k = 1, 2, \dots, N$ ) служат граничные условия (9) на отрезках  $y_k = 0, |x_k| \leq \ell_k$ .

Удовлетворяя функциями (10)–(11) граничным условиям на берегах трещин с концевыми зонами, получим систему сингулярных интегральных уравнений относительно неизвестных функций  $g_k(x)$  ( $k = 1, 2, \dots, N$ ):

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\ell_k}^{\ell_k} \frac{g_n(t) dt}{t - x_n} + \frac{1}{\pi} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq n}}^N \int_{-\ell_k}^{\ell_k} \left[ g_k(t) K_{nk}(t, x_n) + \overline{g_k(t)} L_{nk}(t, x_n) \right] dt +$$

$$+ \frac{3q_n x_n^2}{32} + \Phi_{12}(x_n) + \overline{\Phi_{12}(x_n)} + x_n \overline{\Phi'_{12}(x_n)} + \overline{\Psi_{12}(x_n)} = a \quad (12)$$

$$|x_n| \leq \ell_n \quad (n = 1, 2, \dots, N)$$

Здесь  $K_{nk}(t, x) = \frac{e^{i\alpha_k}}{2} \left[ \frac{1}{T_k - X_n} + \frac{e^{-2i\alpha_n}}{\overline{T_k} - \overline{X_n}} \right]$ ;

$$L_{nk}(t, x) = \frac{e^{-i\alpha_k}}{2} \left[ \frac{1}{\overline{T_k} - \overline{X_n}} + \frac{T_k - X_n}{(\overline{T_k} - \overline{X_n})^2} e^{-2i\alpha_n} \right];$$

$$X_n = x e^{i\alpha_n} + z_n^0.$$

Граничное условие (8) позволяет получить вспомогательную граничную задачу для сплошного круга, решение которой получено методом Н. И. Мухелишвили [4].

К системе сингулярных интегральных уравнений (12) следует добавить дополнительные условия, вытекающие из физического смысла задачи

$$\int_{-\ell_n}^{\ell_n} g_n(t) dt = 0 \quad (n = 1, 2, \dots, N). \quad (13)$$

Для неизвестных коэффициентов  $A_{2k}$  получена бесконечная система алгебраических уравнений, связанная с системой сингулярных интегральных уравнений (12).

Система комплексных сингулярных интегральных уравнений (12) при дополнительных условиях (13) с помощью процедуры алгебраизации [5], [6] сводится к системе  $N \times M$  алгебраических уравнений для определения  $N \times M$  неизвестных  $g_n(t_m)$  ( $n = 1, 2, \dots, N$ ;  $m = 1, 2, \dots, M$ ):

$$\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^N \ell_k \left[ g_k^0(t_m) R_{nk}(\ell_k t_m, \ell_n x_r) + \overline{g_k^0(t_m)} S_{nk}(\ell_k t_m, \ell_n x_r) \right] = f_n(x_r)$$

$$(n = 1, 2, \dots, N; r = 1, 2, \dots, M - 1), \quad (14)$$

$$\sum_{m=1}^M g_n^0(t_m) = 0$$

Здесь  $t_m = \cos \frac{2m-1}{2M} \pi$  ( $m = 1, 2, \dots, M$ ),  $x_r = \cos \frac{\pi r}{M}$  ( $r = 1, 2, \dots, M-1$ ).

$$R_{nk}(t, x) = K_{nk}(t, x) - \frac{e^{i\alpha_k}}{2} \left[ \frac{X_n \overline{T_k}^2}{1 - X_n \overline{T_k}} + \frac{\overline{X_n}^2 T_k - 2\overline{X_n} + \overline{T_k}}{(1 - T_k \overline{X_n})^2} + \right.$$

$$\left. + e^{-2i\alpha_n} \frac{2X_n (T_k \overline{T_k} - 1) + T_k^2 (\overline{X_n} + \overline{T_k}) (\overline{X_n} T_k - 3) + 4T_k}{(1 - T_k \overline{X_n})^3} \right];$$

$$S_{nk}(t, x) = L_{nk}(t, x) - \frac{e^{-i\alpha_k}}{2} \left[ \frac{T_k^2 \overline{X_n}}{1 - T_k \overline{X_n}} + \frac{X_n^2 \overline{T_k} - 2X_n + T_k}{(1 - X_n \overline{T_k})^2} + \frac{T_k^2 (X_n - T_k) e^{-2i\alpha_n}}{(1 - T_k \overline{X_n})^2} \right].$$

Перейдя в (14) к комплексно сопряженным значениям, получаем еще  $N \times M$  алгебраических уравнений.

Полученные алгебраические системы уравнений не являются пока замкнутыми. Для замыкания алгебраических систем необходимо добавить условия конечности напряжений у вершин трещин (условия разрешимости краевой задачи).

Условия конечности напряжений в окрестности концов трещин можно представить в виде

$$\sum_{m=1}^M (-1)^m g_n^0(t_m) \cdot ctg \frac{2m-1}{4M} \pi = 0 \quad (n = 1, 2, \dots, N); \quad (15)$$

$$\sum_{m=1}^M (-1)^{M+m} g_n^0(t_m) \cdot tg \frac{2m-1}{4M} \pi = 0.$$

Совокупность  $2 \times N$  дополнительных уравнений позволяет определить размеры концевых зон (прослоек ослабленных связей материала).

В правые части системы (14) входят неизвестные значения нормальных  $q_{y_k}(x_k)$  и касательные  $q_{x_k y_k}(x_k)$  напряжений ( $k = 1, 2, \dots, N$ ) в узловых точках соответствующей зоны ослабленных межчастичных связей материала (концевых зон). Для их нахождения используем дополнительные уравнения (4). Используя полученное решение задачи, дополнительные уравнения (4) представим в виде

$$g_k(x_k) = \frac{2\mu}{1+\kappa} \frac{d}{dx_k} [C(x_k, \sigma_k)(q_{y_k}(x_k) - iq_{x_k y_k}(x_k))] \quad (16)$$

$$(k = 1, 2, \dots, N).$$

Эти комплексные дифференциальные уравнения служат для нахождения неизвестных напряжений  $q_{y_k}(x_k)$  и  $q_{x_k y_k}(x_k)$  в связях между берегами зон ослабленных межчастичных связей материала. Для построения недостающих уравнений, служащих для нахождения напряжений в связях между берегами концевых зон, потребуем выполнения уравнений (16) в узловых точках, содержащихся в соответствующей зоне предразрушения. В результате получим еще  $N$  системы из  $M_{1,k}$  уравнений, каждая для определения приближенных значений  $q_{y_k}(t_{m,k})$  и  $q_{x_k y_k}(t_{m,k})$ . При этом использует метод конечных разностей.

Из-за неизвестных длин прослоек ослабленных связей объединенная алгебраическая система уравнений нелинейна даже при линейно-упругих связях. Для ее решения использовали метод последовательных приближений. В каждом приближении алгебраическая система решалась методом Гаусса с выбором главного элемента. В случае нелинейного закона деформирования связей для нахождения напряжений в зонах ослабленных межчастичных связей материала использовали также итерационный алгоритм, подобный методу упругих решений [7]. Ее численное решение позволяет найти усилия и размеры прослоек ослабленных связей (зоны предразрушения), значения  $g_k^0(\tau_m)$  ( $k = 1, 2, \dots, N; m = 1, 2, \dots, M$ ), определяющие функции  $g_k(x)$ . Зная функции  $g_k(x)$ , можно найти напряженно-деформированное состояние твэла и защитной оболочки. После нахождения искомых функций  $g_k(x)$  ( $k = 1, 2, \dots, N$ ) вычислялось раскрытие трещины у вершин любой из трещин по соотношению

$$-\frac{\kappa+1}{2\mu} \int_{-\ell_{0k}}^{\ell_k} g_k(x) dx = v_k(\ell_{0k}, 0) - iu_k(\ell_{0k}, 0),$$

где принято  $v_k(\ell_{0k}, 0) = v^+(\ell_{0k}, 0) - v^-(\ell_{0k}, 0)$ ;

$$u_k(\ell_{0k}, 0) = u^+(\ell_{0k}, 0) - u^-(\ell_{0k}, 0).$$

Теперь, используя замену переменной интегрирования и заменяя интеграл с помощью квадратурной формулы Гаусса суммой, найдем

$$-\frac{\kappa+1}{2\mu} \frac{\pi\ell_k}{M} \sum_{m=1}^{M_{1k}} g_k(t_m) = v_k(\ell_{0k}, 0) - iu_k(\ell_{0k}, 0), \quad (17)$$

где  $M_{1k}$  – число узловых точек, принадлежащих отрезку  $(-\ell_k, -\ell_{0k})$

Из соотношения (17), находим

$$v_k(\ell_{0k}, 0) = -\frac{1+\kappa}{2\mu} \frac{\pi\ell_k}{M} \sum_{m=1}^{M_{1k}} v_k(t_m);$$

$$u_k(\ell_{0k}, 0) = -\frac{1+\kappa}{2\mu} \frac{\pi\ell_k}{M} \sum_{m=1}^{M_{1k}} u_k(t_m)$$

Тогда, для модуля вектора перемещений на берегах трещины при  $x = \ell_{0k}$  ( $k = 1, 2, \dots, N$ ), получим

$$V_{0k} = \sqrt{(v_k^+ - v_k^-)^2 + (u_k^+ - u_k^-)^2} = \frac{1+\kappa}{2\mu} \frac{\pi\ell_k}{M} \sqrt{A^2 + B^2},$$

где  $A = \sum_{m=1}^{M_{1k}} v_k(t_m)$ ;  $B = \sum_{m=1}^{M_{1k}} u_k(t_m)$ .

В результате расчетов определялись размеры зон предразрушения в зависимости от удельной мощности внутренних источников тепла, хрупкой прочности материала  $\sigma_*$ , длин трещин  $\ell_{0k}/R_2$  и параметра  $R_1/R_2$ . С помощью критерия критического раскрытия трещины найдено условие, определяющее предельный уровень мощности внутренних источников тепла для окрестности каждой трещины.

Значение удельной мощности внутренних источников тепла  $q_{*k}$ , вызывающей рост  $k$ -той трещины, определяется из соотношения

$$\frac{1+\kappa}{2\mu} \frac{\pi\ell_k}{M} \sqrt{A^2 + B^2} = \delta_c. \quad (18)$$

Совместное решение нелинейных систем и условий типа (17) для каждой трещины позволяет определить критическую зависимость интенсивности внутренних источников тепла, при которой происходит рост  $k$ -той трещины, размеры зон предразрушения для предельного состояния и значения функций  $v_k(t_m)$ ,  $u_k(t_m)$  ( $n = 1, 2, \dots, N$ ;  $m = 1, 2, \dots, M$ ).

Критическим значением удельной мощности внутренних источников тепла для твэла с защитным покрытием будет минимальное среди  $q_{*k}$  ( $k = 1, 2, \dots, N$ ),

$$q_*^c = \min \{q_{*k}\} \quad (k = 1, 2, \dots, N).$$

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Витлицкий, П. М. Пластические деформации в окрестности трещин и критерии разрушения / П. М. Витлицкий, В. В. Панасюк, С. Я. Ярема // Проблемы прочности. – 1973. – № 10. – С. 3–18.
- [2] *The special issue: Cohesive models* // Eng. Fract. Mech. – 2003. – Vol. 70. – № 14. – P. 1741–1987.
- [3] Мирсалимов, В. М. К решению задачи механики контактного разрушения о зарождении и развитии трещины со связями между берегами во втулке фрикционной пары / В. М. Мирсалимов // ПММ. – 2007. – Т. 71. – Вып. 1. – С. 132–151.

- [4] *Мусхелишвили, Н. И.* Некоторые основные задачи математической теории упругости / Н. Мусхелишвили. – М. : Наука, 1966. – 707 с.
- [5] *Панасюк, В. В.* Распределение напряжений около трещин в пластинах и оболочках / В. В. Панасюк, М. П. Саврук, А. П. Дацьшин. – Киев : Наукова думка, 1976. – 444 с.
- [6] *Мирсалимов, В. М.* Неоднородные упругопластические задачи / В. М. Мирсалимов. – М. : Наука, 1987. – 256 с.
- [7] *Ильюшин, А. А.* Пластичность / А. А. Ильюшин. – М.; Л. : Гостехиздат, 1948. – 376 с.

*Исмаилова Рена Ашраф кызы,*

*аспирант, Институт математики и механики НАН Азербайджана, г. Баку*

*e-mail: irakon63@hotmail.com*

R. A. Ismayilova

## STATE OF STRESS ROD FUEL ELEMENT WEAKENED BY SYSTEM OF CRACKS

*Institute Mathematics and Mechanics NAN of Azerbaijan*

**Abstract.** The plane problem of mechanics of fracture for rod fuel element which sections are occupied with area in the form of a circle of radius  $R_1$  and weakened by system of any way placed rectilinear cracks with end zones of the weakened interpartial bonds of a material is considered. Interaction of face in end zones is modelled by introduction of bonds (cohesive forces) between faces of cracks in end zones. The system “fuel element and a protective cover” is considered at the established mode. The fracture model fuel element, based on consideration of a zone of process of fracture near to top of a crack with end zones is offered. It is accepted that the zone of process of fracture represents a layer of finite length, with a material partially broken bonds between its separate structural elements (end zone). Definition of the unknown parametres characterising development of cracks, is reduced to the system singular integrated equations with a kernel of type of Koshi. By means of procedure algebraization the system of the integrated equations is reduced to system of the nonlinear algebraic equations which dares a method consecutive approximations. From the solution of this system of the equations are normal and tangents the tractions in end zones of prefracture. The analysis of limiting balance fuel element is carried out on the basis of deformation criterion of fracture.

**Keywords:** rod fuel element, a protective cover, system of rectilinear cracks, end zones with bonds between faces, cohesive forces.

### REFERENCES

- [1] *Vitvitskii, P. M.* Plastic deformation in the vicinity of a crack and the criteria of fracture a review / P. M. Vitvitskii, V. V. Panasyuk, S. Ya. Yarema // Strength of Materials. – 1973. – Vol.5. – Issue 2. – P. 135–151.
- [2] *The special issue: Cohesive models* // Eng. Fract. Mech. – 2003. – Vol. 70. – № 14. – P. 1741–1987.
- [3] *Mirsalimov, V. M.* The solution of a problem in contact fracture mechanics on the nucleation and development of a bridged crack in the hub of a friction pair / V. M. Mirsalimov // J. of Applied Math and Mech. – 2007. – Vol. 71. – P. 120–136.
- [4] *Muskhelishvili, N. I.* Some basic problems in the Mathematical Theory of Elasticity / N. I. Muskhelishvili. – Amsterdam : Kluwer, 1977. – 707 p.
- [5] *Panasyuk, V. V.* Stress Distribution Around Cracks in Plates and Shells / V. V. Panasyuk, M. P. Savruk, A. P. Datsyshin. – Kiev : Naukova Dumka, 1976 – 444 p.
- [6] *Mirsalimov, V. M.* Non-one-dimensional Elastoplastic Problems / V. M. Mirsalimov. – M. : Nauka, 1987 – 256 p.
- [7] *Il'yushin, A. A.* Plasticity / A. A. Il'yushin. – M. ; L. : Gostekhizd, 1948. – 376 p.

*Ismayilova, Rena Ashraf qizi*

*Postgraduate student, Institute of Mathematics and Mechanics NAN of Azerbaijan*