Вестник ЧГПУ им. И. Я. Яковлева
Серия: Механика предельного состояния. 2018. № 4 (38). С. 120–128

М. В. Петров, Т. Г. Федорова, Е. Г. Гоник, Н. Г. Пфаненштиль

СПОСОБ ПРИБЛИЖЕННОГО РАСЧЕТА НА УСТОЙЧИВОСТЬ ПРИ ПОПЕРЕЧНОМ ИЗГИБЕ ТОНКОСТЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК СРЕДНЕЙ ДЛИНЫ, ЗАПОЛНЕННЫХ СЫПУЧИМ МАТЕРИАЛОМ

Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова, г. Чебоксары, Россия

Казанский филиал Российского государственного университета правосудия, г. Казань, Россия

Аннотация. Проведены эксперименты по исследованию потери устойчивости пустых и заполненных сыпучими материалами цилиндрических образцов при изгибе. Образцы были изготовлены по физическому и геометрическому подобию с большегабаритными автоцистернами для перевозки сыпучих материалов. По данным экспериментов были выполнены расчеты по определению критических нагрузок и напряжений. В статье даны результаты приближенного метода расчета оболочек на устойчивость при изгибе при разных граничных условиях.

Ключевые слова: цилиндрическая оболочка, критическая сила, устойчивость, критическое напряжение.

УДК: 539.374.3

Введение.

© Петров М. В., Федорова Т. Г., Гоник Е. Г., Пфаненштиль Н. Г., 2018

Петров Михаил Васильевич
e-mail: rimmapetrova20@gmail.com, доктор технических наук, доцент кафедры строительных конструкций, профессор, Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова, г. Чебоксары, Росссия.
Федорова Татьяна Георгиевна
e-mail: tanusha2884@mail.ru, кандидат технических наук, доцент кафедры строительных конструкций, Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова, г. Чебоксары, Россия.
Гоник Екатерина Григорьевна
e-mail: katya.gonik@mail.ru, старший преподаватель кафедры строительных конструкций, Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова, г. Чебоксары, Росссия.
Пфаненштиль Надежда Георгиевна
e-mail: nfedorova83@mail.ru, кандидат исторических наук, доцент кафедры социально-гуманитарных наук, Казанский филиал Российского государственного университета правосудия, г. Казань, Россия.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-38-60051

Поступила 16.09.2018

Для транспортировки жидких и сыпучих материалов (муки, комбикорма, цемента, воды и т.д.) используют различные автоцистерны. Устойчивость пустых тонкостенных оболочек экспериментально и теоретически исследована в работах Вольмира А.С, Даревского В.М., Ильгамова М.А., Коноплева Ю.Г. [1-4], а устойчивость, заполненных сыпучим материалом тонкостенных оболочек исследовано в работах [5-10]. Задача исследования потери устойчивости тонкостенных оболочек является трехмерной, физически и геометрически нелинейной. Она решена численно в наших предыдущих работах [5-10]. На рис. 1 показана подъемная автоцистерна. Емкость диаметром 2,5м с одного конца поднимается для разгрузки. При этом она изгибается, на середине длины может потерять устойчивость. Такие автоцистерны часто подвергаются смятию при транспортировке, поэтому расчет на устойчивость при изгибе тонкостенных цилиндрических оболочек, заполненных сыпучим материалом, является весьма актуальной задачей, необходимой для производства. В данной работе проводится сравнительный анализ экспериментальных данных с аналитическим расчетом предложенной модели.

Рис. 1. Автоцистерна для транспортировки жидких и сыпучих материалов

Расчетные соотношения.

Для расчета критического напряжения σ_{cr} пустых оболочек, согласно [1] применим зависимость:

$$\sigma'_{cr} = \text{к}(l)\text{E}\frac{h}{R}, \tag{1}$$

где E – модуль упругости материала оболочки; h – толщина стенки; R – радиус образца. Коэффициент к(L) принимает значения 0,3 – для оболочек средней длины, 0,22 – для более длинных оболочек.

Для пустого образца по формуле (1) были рассчитаны критические напряжения, данные внесены в таблицу 1. (первой серии опытов).

В заполненных сыпучим материалом оболочках на σ_{cr} влияют весовая нагрузка и противодействие сыпучего материала образованию вмятин.

Напряжение от весовой нагрузки определяем согласно зависимости[11]:

$$\sigma_1 = \frac{\text{M}}{W}, \quad M = \frac{ql^2}{2}, \tag{2}$$

где q – равномерно распределенная весовая нагрузка на оболочку, M – изгибающий момент в поперечном сечении в месте потери устойчивости от весовой нагрузки.

Сыпучий материал создает давление на внутреннюю поверхность оболочки в зоне образования вмятины равное [12]:

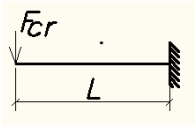
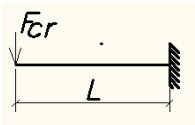
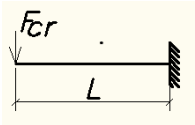
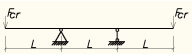
№ серии опытов	Размеры образцов, мм	отношение L/R	Схема нагружения	Критическая нагрузка F_{cr}, kH			
				Пустые		Загрузка 90%	
				Экспер.	Числен. расчет	Экспер.	Числен. расчет
1	R =32,8 h =0,1 l =135	4,1		0,153	0,16	0,215	0,223
2	R=32,8 h=0,1 l =270	8,2		0,06	0,063	0,07	0,075
3	R=41,65 h=0,12 l =165	4		0,262	0,269	0,341	0,349
4	R=32,8 h=0,1 l =145	4,4		0,14		0,144	

Таблица 1.

$$P = \rho g H, \tag{3}$$

где ρ – насыпная плотность, H – высота сыпучего материала, $g = 9,8$м/с^2.

Считая, до потери устойчивости напряженное состояние безмоментным, противодействующая нагрузка создает меридиональное напряжение в оболочке[11]:

$$\sigma_2 = \frac{PD}{4h} = \frac{PR}{2h} = \frac{\rho g H R}{2h}. \tag{4}$$

Потеря устойчивости происходит в упругой зоне, тогда критическое напряжение равно:

$$\sigma_{cr} = \sigma'_{cr} + \sigma_1 + \sigma_2 = k(l)\mathrm{E}\frac{h}{R} + \frac{M}{W} + \frac{\rho g H R}{2h}, \tag{5}$$

Обоснование формулы (5) на модельных образцах.

Для возможного использования формулы (5) сравним результаты проведенных экспериментов и численных расчетов [5-10], (таблица 2). В таблице 1 приведены геометрические размеры, граничные условия и схемы нагружения, критические нагрузки. Материал образцов алюминиевый сплав 3004 в состоянии Н19.

В таблице 2 критические напряжения для пустых и заполненных железным порошком на 90% объема образцов.

№ серии опытов	Критическое напряжение σ_{cr}, МПа					
	Пустые		Загрузка 90%			
	Опытные	Числен. расчет	Опытные	Числен. расчет	Расчет по формуле 5	Расхождение опытного и по формуле 5
1	45...60	63,5	85,4	88,5	69,3	18,8%
2		50	55,6	59,3	56,63	1,8%
3	57,5	68	86	88	66,8	22,3%
4	64		64,7		68,6	6%

Таблица 2.

Для определения критического напряжения выполнены эксперименты на консольно закрепленных образцах первой серии (таблица 1) , загруженных на 90 % объема медным порошком и речным песком. С каждым типом порошка испытывались по 8 – 10 образцов. Результаты приведены в таблице 3.

тип порошка	плотность ρ, г/см^3	критическая нагрузка F_{cr},кН	критическое напряжение опытное σ_{cr},МПа	по формуле (5) σ_{cr},МПа	расхождение σ_{cr},%
железный	2,62	0,215	85,4	69,3	18,8
медный	3,54	0,198	78	70,38	9,7
речной песок	1,52	0,163	64,7	66,9	3,4

Таблица 3.

Результаты расчетов показывают, что критическое напряжение можно рассчитывать для оболочек, заполненных различными сыпучими материалами.

На основе вышеприведенных решений проанализируем формулу (5), влияние сыпучего заполнителя на величину критического напряжения таблица 4.

Обоснование формулы (5) на натурных образцах.

Используя условия подобия, рассчитаем несущую способность изготавливаемых на производстве автоцистерн. Критические нагрузки для модели и натуры связаны соотношением 1.18[13]:

$$F_{cr} = \frac{F'_{cr}}{\mu \cdot \alpha_3^2 \cdot (\frac{\alpha_1 \cdot \alpha_3}{\alpha_2^2})^{1/4}}, \tag{6}$$

№ серии опытов, вид заполнителя	критическое напряжение пустых оболочек σ'_{cr}	напряжение от весовой нагрузки σ_1	меридиональное напряжение в оболочке σ_2	критическое напряжение σ_{cr}	$\frac{\sigma'_{cr}}{\sigma_{cr}}$	$\frac{\sigma_1}{\sigma_{cr}}$	$\frac{\sigma_2}{\sigma_{cr}}$
1, жел. пор.	64	2,56	2,75	69,3	0,92	0,04	0,04
2, жел. пор.	47	9,1	0,5	56,6	0,83	0,16	0,01
1, мед. пор.	64	2,68	3,7	70,38	0,91	0,04	0,05
1, реч. песок	64	1,3	1,6	66,9	0,96	0,02	0,02

Таблица 4.

где F'_{cr}– критическая поперечная сила модели; F_{cr}– критическая поперечная сила натуры.

Коэффициенты подобия:

$$\mu = \frac{\mathrm{E}'}{\mathrm{E}}, \alpha_1 = \frac{R'}{R}, \quad \alpha_2 = \frac{l'}{l}, \quad \alpha_3 = \frac{h'}{h}. \tag{7}$$

Параметры с штрихом относятся к модели.

Критический изгибающий момент равен:

$$M_{cr} = \sigma_{cr} \cdot W \tag{8}$$

По-другому:

$$M_{cr} = F_{cr} \cdot l + \frac{ql^2}{2}, \quad \text{отсюда} \quad F_{cr} = \frac{\mathrm{M}_{\text{ск}} - \frac{ql^2}{2}}{l}. \tag{9}$$

По вышеприведенным формулам были рассчитаны критические нагрузки для стальных цистерн заводских размеров. Данные приведены в таблице 5.

Можно написать условие устойчивости тонкостенных цилиндрических цистерн, загруженных сыпучим материалом:

$$\sigma = k(l)\mathrm{E}\frac{h}{R} + \frac{\mathrm{M}}{W} + \rho g H \frac{R}{2h} \leq \frac{\sigma_{cr}}{n}. \tag{10}$$

Пользуясь условием устойчивости (10) можно подсчитать критическую длину цистерны или другие размеры, если известно будет σ_{cr} и коэффициент запаса устойчивости n.

Выводы.

Расчеты показывают, что приближенная формула (5) справедлива для оболочек с различными граничными условиями и различными геометрическими размерами.

Расхождение значений критических напряжений составило 1,8–22,3%.

Выполненные расчеты на устойчивость подъемной автоцистерны подтверждают условие устойчивости (10).

№	размеры цистерны	вид сыпучего материала	значение критического напряжения по ф-ле 5, МПа	значение критической силы		погрешность. %
				по формуле 9, МН	по формуле 6, МН	
1	R =1,2м $h =$ $5 \cdot 10^{-3}$м l =4,5м	медный порошок на 90 % объема	427	1,79	1,69	5,9
2	R =0,5м $h =$ $2 \cdot 10^{-3}$м l =2м	железный порошок на 90 % объема	145,4	0,0955	0,0935	2,1

Таблица 5.

Критическое напряжение можно посчитать по формуле (5) для оболочек различных геометрических размеров.

Критический изгибающий момент подсчитывается по формуле (8).

Критическая поперечная сила подсчитывается по формуле (9).

ЛИТЕРАТУРА

[1] Вольмир А. С. Устойчивость деформируемых систем. М.: Наука, 1967. 984 с.

[2] Даревский В. М. Устойчивость консольной цилиндрической оболочки при изгибе поперечной силой с кручением и внутренним давлением // Расчет пространственных конструкций. 1959. Вып. 5. С. 431–449.

[3] Ильгамов М. А. Экспериментальное исследование устойчивости консольно закрепленной цилиндрической оболочки под действием поперечной силы и внутреннего давления//Исследования по теории пластин и оболочек. Изд-во Казанского ун-та. 1964. Вып. 2. С. 186–191.

[4] Коноплев Ю. Г. Экспериментальное исследование устойчивости цилиндрической оболочки под действием произвольного числа локальных осевых сил // Исследования по теории пластин и оболочек. 1970. №6-7. С. 481–484.

[5] Баженов В. Г., Кибец А. И., Петров М. В., Шошин Д. В. Численный анализ деформирования, потери устойчивости и закритического поведения большегабаритных емкостей для автомобильной транспортировки сыпучих грузов // Проблемы прочности и пластичности. 2008. №70. С.89–97.

[6] Bazhenov V. G., Gonik E. G., Kibets A. I., Petrov M. V. and Fedorova T. G. Stability and supercritical behavior of large-size tankers for transportation of loose goods//Journal of machinery manufacture and reliability. 2015. Vol.44, №5. P. 422–427.

[7] Bazhenov V. G., Gonik E. G., Kibets A. I., Petrov M. V., Fedorova T. G., Frolova I. A. Stability and supercritical behavior of thin- walled cylindrical shell with discrete aggregate in bending //Materials Physics and Mechanics. 2016. Vol.28,. P. 16–20.

[8] Баженов В. Г., Гоник Е. Г., Кибец А. И., Петров М. В., Федорова Т. Г., Фролова И. А. Экспериментальное и теоретическое исследование упругопластического

выпучивания цилиндрических оболочек, заполненных сыпучим материалом, под действием поперечной силы // Ученые записки казанского университета. Серия: физико-математические науки. Казань: 2017.

[9] Гоник Е. Г., Кибец А. И., Петров М. В., Федорова Т. Г., Фролова И. А. Влияние аппроксимации диаграммы деформирования на критические нагрузки при поперечном изгибе цилиндрической оболочки // Проблемы прочности и пластичности. 2017. Т.79, №2. С. 169–181.

[10] Федорова Т. Г., Гоник Е. Г., Петров М. В. Влияние заполнения тонкостенных оболочек различными сыпучими материалами на устойчивость при изгибе // В сборнике: Материалы XX Юбилейной Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС 2017, Алушта). 2017. С. 332–334.

[11] Моссаковский В. И., Маневич Л. И., Мильцын А. М. Моделирование несущей способности цилиндрических оболочек. Киев Наукова думка. 1977. 141 с.

M. V. Petrov, T. G. Fedorova, E. G. Gonik, N. G. Pfanenshti

METHOD OF APPROXIMATE CALCULATION ON STABILITY FOR CROSS-BENDING OF THIN-WALL CYLINDRICAL SHELLS OF MIDDLE LENGTH FILLED WITH LOOSE MATERIAL

I.N. Ulyanov Chuvash State University, Cheboksary, Russia

Kazan Branch of the Russian State University of Justice, Kazan, Russia

Abstract. experiments have been carried out to study the buckling of empty cylindrical specimens filled with bulk materials during bending. The samples were made in physical and geometric similarity with large-sized tankers for the transport of bulk materials. According to the experimental data, calculations were performed to determine the critical loads and stresses. The article presents the results of the approximate method of calculation of shells for bending stability under different boundary conditions.

Keywords: cylindrical shell, critical force, stability, critical stress.

REFERENCES

[1] Vol'mir A. S. Ustojchivost' deformiruemyh sistem. M.: Nauka, 1967. 984 s. (in Russian).

[2] Darevskij V. M. Ustojchivost' konsol'noj cilindricheskoj obolochki pri izgibe poperechnoj siloj s krucheniem i vnutrennim davleniem // Raschet prostranstvennyh konstrukcij. 1959. Vyp. 5. S. 431–449. (in Russian).

[3] Il'gamov M. A. EHksperimental'noe issledovanie ustojchivosti konsol'no zakreplennoj cilindricheskoj obolochki pod dejstviem poperechnoj sily i vnutrennego davleniya//Issledovaniya po teorii plastin i obolochek. Izd-vo Kazanskogo un-ta. 1964. Vyp. 2. S. 186–191. (in Russian).

[4] Konoplev YU. G. EHksperimental'noe issledovanie ustojchivosti cilindricheskoj obolochki pod dejstviem proizvol'nogo chisla lokal'nyh osevyh sil // Issledovaniya po teorii plastin i obolochek. 1970. №6-7. S. 481–484. (in Russian).

[5] Bazhenov V. G., Kibec A. I., Petrov M. V., SHoshin D. V. CHislennyj analiz deformirovaniya, poteri ustojchivosti i zakriticheskogo povedeniya bol'shegabaritnyh emkostej dlya avtomobil'noj transportirovki sypuchih gruzov // Problemy prochnosti i plastichnosti. 2008. №70. S.89–97. (in Russian).

Petrov Mikhail Vasilyevich
e-mail: rimmapetrova20@gmail.com, Dr. Sci. Tech., Professor, I.N. Ulyanov Chuvash State University, Cheboksary, Russia.
Fedorova Tatyana Georgievna
e-mail: tanusha2884@mail.ru, Ph.D., Senior lecturer, I.N. Ulyanov Chuvash State University, Cheboksary, Russia.
Gonik Ekaterina Grigoryevna
e-mail: katya.gonik@mail.ru, Senior Lecturer, I.N. Ulyanov Chuvash State University, Cheboksary, Russia.
Pfanenshtil Nadezhda Georgievna
e-mail: nfedorova83@mail.ru, Ph.D., , Assoc. Prof., Kazan Branch of the Russian State University of Justice, Kazan, Russia.

[6] Bazhenov V. G., Gonik E. G., Kibets A. I., Petrov M. V. and Fedorova T. G. Stability and supercritical behavior of large-size tankers for transportation of loose goods//Journal of machinery manufacture and reliability. 2015. Vol.44, №5. P. 422–427. (in Russian).

[7] Bazhenov V. G., Gonik E. G., Kibets A. I., Petrov M. V., Fedorova T. G., Frolova I. A. Stability and supercritical behavior of thin- walled cylindrical shell with discrete aggregate in bending //Materials Physics and Mechanics. 2016. Vol.28,. P. 16–20. (in Russian).

[8] Bazhenov V. G., Gonik E. G., Kibec A. I., Petrov M. V., Fedorova T. G., Frolova I. A. EHksperimental'noe i teoreticheskoe issledovanie uprugoplasticheskogo vypuchivaniya cilindricheskih obolochek, zapolnennyh sypuchim materialom, pod dejstviem poperechnoj sily // Uchenye zapiski kazanskogo universiteta. Seriya: fiziko-matematicheskie nauki. Kazan': 2017. (in Russian).

[9] Gonik E. G., Kibec A. I., Petrov M. V., Fedorova T. G., Frolova I. A. Vliyanie approksimacii diagrammy deformirovaniya na kriticheskie nagruzki pri poperechnom izgibe cilindricheskoj obolochki // Problemy prochnosti i plastichnosti. 2017. T.79, №2. S. 169–181. (in Russian).

[10] Fedorova T. G., Gonik E. G., Petrov M. V. Vliyanie zapolneniya tonkostennyh obolochek razlichnymi sypuchimi materialami na ustojchivost' pri izgibe // V sbornike: Materialy HKH YUbilejnoj Mezhdunarodnoj konferencii po vychislitel'noj mekhanike i sovremennym prikladnym programmnym sistemam (VMSPPS 2017, Alushta). 2017. S. 332–334. (in Russian).

[11] Mossakovskij V. I., Manevich L. I., Mil'cyn A. M. Modelirovanie nesushchej sposobnosti cilindricheskih obolochek. Kiev Naukova dumka. 1977. 141 s. (in Russian).