

Е. Г. Гоник¹, М. В. Петров¹

РАСЧЕТ ПРЕДЕЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ ТОНКОСТЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ ИЗГИБЕ, ЗАПОЛНЕННЫХ СЫПУЧИМ ЗАПОЛНИТЕЛЕМ

¹ Чувашский государственный университет им. И. Н. Ульянова, г. Чебоксары

Аннотация. В работе за предельное состояние принято состояние, при котором напряжение в месте потери устойчивости достигает критического значения. Устойчивость оболочек теряется в упругой стадии работы материала, поэтому для расчета критического напряжения используется принцип суперпозиции. Рассчитывается критическое напряжение для пустой оболочки, используя предложенную в работах [1, 11] формулу для расчета критического напряжения. Оболочка, заполненная сыпучим наполнителем, находится под воздействием комбинированной нагрузки: равномерно распределенной по длине весовой нагрузки и давления на внутреннюю поверхность оболочки. Напряжение от весовой нагрузки рассчитывается как отношение изгибающего момента к осевому моменту сопротивления, осевое напряжение от внутреннего гидростатического давления сыпучего наполнителя определяется по безмоментной теории оболочек. Окружным напряжением пренебрегаем ввиду малого его влияния на устойчивость. Суммарное напряжение определяет значение критического напряжения, при котором теряется устойчивость. Выполнена верификация сравнением расчетного критического напряжения с результатами экспериментов и численными расчетами. Рекомендованы расчетные зависимости для определения необходимых геометрических размеров проектируемых автоцистерн для перевозки сыпучих материалов. Методика расчета не учитывает влияние несовершенств на устойчивость, поэтому влияние несовершенств предложено учитывать увеличенным коэффициентом запаса устойчивости.

Ключевые слова: автоцистерна, устойчивость, оболочка, предельное состояние, напряжение, сила, момент, упругость, плотность.

DOI: 10.26293/chgpu.2019.40.2.010

УДК: 539.3

Введение. Устойчивость пустых тонкостенных оболочек при различных видах нагружения экспериментально и теоретически исследована во многих научных работах

© Гоник Е. Г., Петров М. В., 2019

Гоник Екатерина Григорьевна

e-mail: katty.gonik@mail.ru, старший преподаватель, Чувашский государственный университет им. И. Н. Ульянова, г. Чебоксары.

Петров Михаил Васильевич

e-mail: gimmapetrova20@gmail.com, доктор технических наук, профессор, Чувашский государственный университет им. И. Н. Ульянова, г. Чебоксары.

Поступила 01.06.2019

[1–17] и др. Исследование потери устойчивости тонкостенных оболочек, заполненных сыпучим материалом, анализ закритического их поведения выполнены в работах [17–24] и др. Изучение потери устойчивости тонкостенных оболочек, заполненных сыпучим материалом, началось в связи с изготовлением на машиностроительных предприятиях различных автоцистерн, которые при эксплуатации могут потерять устойчивость.

Проектирование, производство автоцистерн является сложным, высокотехнологичным и многокомпонентным процессом, доступным только специализированным предприятиям, оснащенным современным оборудованием и высококвалифицированными кадрами. Такими предприятиями являются: ЗАО «Чебоксарское предприятие “Сеспель”» (г. Чебоксары), ООО «СеверМолМаш» (г. Вологда), ООО «Геро» (г. Санкт-Петербург), машиностроительные заводы «Бонум» (г. Ростов-на-Дону), «Бецема» (г. Красногорск, Московская обл.), «Алексеевка ХимМаш» (Воронежская обл.), «Tropfer GmbH» (Австрия), «MAISONNEUVE group» (Франция), «Hendricks Fahrzeugwerke GmbH», «SPITZER SILO FAHRZEUGE GmbH», «Feldbinder Spezialfahrzeugwerke GmbH» (Германия) и т.д. В выпускаемой ими продукции более 150 моделей из низколегированной, нержавеющей стали, алюминиевого сплава.

Производимые автоцистерны подлежат сертификации, поэтому одной из главных проблем при проектировании автоцистерн является правильное расчетное назначение геометрических размеров, обеспечивающих прочность и устойчивость конструкции при разных режимах эксплуатации. Для этого необходимо развитие математических методов анализа, компьютерного моделирования с применением современного методического и программного обеспечения, приближенного простого метода расчета на устойчивость при изгибе. Поэтому в настоящее время устойчивость тонкостенных цилиндрических оболочек, заполненных сыпучим материалом при изгибе, изучена недостаточно. Проблема необходима и актуальна.

Целью работы является развитие простого, инженерного метода расчета на устойчивость при изгибе тонкостенных оболочек, заполненных сыпучим наполнителем.

Расчетные соотношения. Критическое напряжение σ_{cr}^I пустых оболочек при изгибе вычисляется по зависимости [1, 11]:

$$\sigma_{cr}^I = k(l)E \frac{h}{R}, \quad (1)$$

где E модуль упругости материала оболочки; h толщина стенки; R радиус оболочки. Коэффициент $k(l)$ зависит от соотношения R/l . Для практических расчетов для оболочек средней длины рекомендуется в работе [1] $k = 0,3$, для больших длинных оболочек $k = 0,22$. Экспериментальные исследования и численные расчеты, выполненные в работах [19, 20, 22], показали, что критическое напряжение, вычисленное по формуле (1), хорошо совпадают с результатами, полученными в экспериментах и численными расчетами, в пределах 18,8%. Поэтому формулу (1) можно использовать для расчета критического напряжения при изгибе для пустых оболочек, теряющих устойчивость в упругой стадии работы в зоне наибольших нормальных напряжений сжатия.

Тонкостенные оболочки, заполненные сыпучим материалом, находятся в условиях комбинированного нагружения. На их устойчивость при изгибе дополнительно влияют весовая нагрузка сыпучего материала и его противодействие образованию вмятин по аналогии с действием внутреннего давления.

От равномерно распределенной весовой нагрузки q максимальное нормальное напряжение сжатия σ_1 в зоне потери устойчивости определяется в зависимости от условий закрепления оболочки. В работах [20, 22] σ_1 определяется по зависимости

$$\sigma_1 = \frac{M}{W}, \quad (2)$$

где M — изгибающий момент в поперечном сечении в месте потери устойчивости от весовой нагрузки; W — осевой момент сопротивления. В случае консольно закрепленной оболочки изгибающий момент равен

$$M = \frac{ql^2}{2}, \quad (3)$$

где l — расстояние от свободного конца оболочки до места потери устойчивости. В случае шарнирного закрепления по концам оболочки

$$M = \frac{ql^2}{8}, \quad (4)$$

где l — расстояние между опорами.

На внутреннюю поверхность оболочки, в зоне образования вмятины, сыпучий материал создает противодействующее гидростатическое давление, равное [25]

$$P = \rho g H, \quad (5)$$

где ρ — насыпная плотность; H — высота загрузки сыпучего материала, $g = 9,8 \text{ м/с}^2$.

Полагая до потери устойчивости напряженное состояние оболочки безмоментным, противодействующее давление сыпучего материала создает меридиональное напряжение, в месте потери устойчивости равное [1]

$$\sigma_2 = \frac{PD}{4h} = \frac{PR}{2h} = \frac{\rho g HR}{2h}. \quad (6)$$

Так как потеря устойчивости оболочки происходит в упругости, критическое напряжение можно рассчитать, используя принцип суперпозиции и зависимости (1)–(6):

$$\sigma_{\text{cr}} = \sigma_{\text{cr}}^I + \sigma_1 \pm \sigma_2 = kE \frac{h}{R} + \frac{M}{W} \pm \frac{\rho g HR}{2h}. \quad (7)$$

В формуле (7) для третьего члена знак плюс принимается, если оболочка изгибается выпуклостью вверх, знак минус принимается, если оболочка изгибается выпуклостью вниз.

Суммарный критический изгибающий момент M_{cr} от комбинированной нагрузки в месте потери устойчивости будет равен

$$M_{\text{cr}} = \sigma_{\text{cr}} W. \quad (8)$$

Поперечная критическая нагрузка для консольно закрепленной цистерны в месте потери устойчивости равна

$$Q_{\text{cr}} = \frac{M_{\text{cr}}}{l}. \quad (9)$$

С учетом весовой нагрузки

$$Q_{\text{cr}} = F_{\text{cr}} + ql = \frac{M_{\text{cr}}}{l}, \quad (10)$$

где F_{cr} — критическая сосредоточенная сила, приложенная на свободном конце цистерны.

Из выражения (10) определяется критическая сила:

$$F_{\text{cr}} = \frac{M_{\text{cr}}}{l} - ql. \quad (11)$$

Тогда из выражения (11) допускаемая сила равна

$$F = \frac{F_{\text{cr}}}{n}, \quad (12)$$

где n коэффициент запаса устойчивости. Из выражения (11) можно рассчитать критическую длину l_{cr} цистерны при заданных силе F и материале загрузки q :

$$Fl_{\text{cr}} = M_{\text{cr}} - ql_{\text{cr}}^2. \quad (13)$$

Из решения квадратного уравнения (13) получим

$$l_{\text{cr}} = \frac{-F + \sqrt{F^2 + 4gM_{\text{cr}}}}{2q}. \quad (14)$$

Для цистерны на двух шарнирных концевых опорах критический изгибающий момент на середине пролета равен

$$M_{\text{cr}} = R\frac{l}{2} - q_{\text{cr}}\frac{l^2}{8} = q_{\text{cr}}\frac{l^2}{4} - q_{\text{cr}}\frac{l^2}{8} = q_{\text{cr}}\frac{l^2}{8} = \sigma_{\text{cr}}W, \quad (15)$$

где R реакция опоры. Из зависимости (15) критическая весовая нагрузка равна

$$q_{\text{cr}} = \frac{8\sigma_{\text{cr}}W}{l^2}. \quad (16)$$

Из зависимости (15) при известной весовой нагрузке q можно рассчитать критическую длину цистерны:

$$l_{\text{cr}} = \sqrt{\frac{8\sigma_{\text{cr}}W}{q}}. \quad (17)$$

Верификация методики расчета. Верификацию методики расчета выполним сравнением результатов расчета с экспериментальными результатами и численным решением.

1. Модельный образец из алюминиевого сплава радиусом $R = 32,8$ мм, толщиной стенки $h = 0,1$ мм, длиной $l = 135$ мм загружен медным порошком насыпной плотностью $\rho = 3,54$ г/см³ на 90% объема и одним концом жестко закреплен, другой конец свободный. На свободный конец приложена поперечная сила, которая постепенно увеличивалась до потери устойчивости образца. Устойчивость образца терялась близко к заземленному концу. В предполагаемом месте потери устойчивости наклеивались тензодатчики для измерения деформаций и расчета критического напряжения. Опытное значение критического напряжения равно $\sigma_{\text{cr}} = 78$ МПа.

Выполним расчет по приближенной методике. Отношение $l/R = 135/32,8 = 4,1$, поэтому образец можно отнести к оболочкам средней длины. Критическое напряжение для пустого образца рассчитаем по формуле (1):

$$\sigma_{\text{cr}}^I = 0,3E\frac{h}{R} = 0,3 \cdot 0,7 \cdot 10^5 \cdot \frac{0,1}{32,8} = 64 \text{ МПа},$$

где $E = 0,7 \cdot 10^5$ МПа модуль упругости материала образцов. Равномерно распределенная весовая нагрузка q равна

$$q = \frac{m}{l} = \frac{1,45 \cdot 10^{-5}}{135 \cdot 10^{-3}} = 0,107 \cdot 10^{-3} \text{ МН/м},$$

где $m = 1,45 \cdot 10^{-5}$ МН масса загрузки. Осевой момент сопротивления

$$W = \pi h R^2 = 3,14 \cdot 0,1 \cdot 32,8^2 \cdot 10^{-9} = 0,34 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

По формулам (2), (3)

$$\sigma_1 = \frac{ql^2}{2W} = \frac{0,107 \cdot 10^{-3} \cdot 135^2 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 0,34 \cdot 10^{-6}} = 2,86 \text{ МПа}.$$

По формуле (6)

$$\sigma_2 = \frac{\rho g H R}{2h} = \frac{3,54 \cdot 10^{-2} \cdot 9,8 \cdot 64 \cdot 10^{-3} \cdot 32,8 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 0,1 \cdot 10^{-3}} = 3,7 \text{ МПа},$$

где $H = 64 \cdot 10^{-3}$ м высота загрузки. По формуле (7) критическое напряжение

$$\sigma_{cr} = \sigma_{cr}^I + \sigma_1 + \sigma_2 = 64 + 2,86 + 3,7 = 70,56 \text{ МПа}.$$

Расхождение между опытным значением $\sigma_{cr} = 78$ МПа и рассчитанным значением $\sigma_{cr} = 70,56$ МПа составляет 9,5%.

2. В работе [18] выполнен численный расчет на устойчивость при изгибе автоцистерны из алюминиевого сплава АМГ-5. Размеры цистерны: $R = 1,175$ м, $h = 5 \cdot 10^{-3}$ м, $l = 16$ м, $E = 0,7 \cdot 10^5$ МПа. Цистерна загружена сыпучим материалом общей массой 1,6 МН. Расчетная схема представлена на рис. 1.

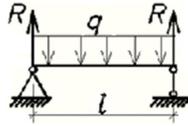


Рис. 1.

Численным расчетом [18] получено критическое напряжение $\sigma_{cr} = 121,6$ МПа.

Расчет выполним приближенным методом. Равномерно распределенная нагрузка

$$q = \frac{m}{l} = \frac{1,6}{16} = 0,1 \text{ МН/м}.$$

Критическое напряжение равно

$$\begin{aligned} \sigma_{cr} &= \sigma_{cr}^I + \sigma_1 - \sigma_2 = 0,22E \frac{h}{R} + \frac{M}{W} - \frac{\rho g H R}{2h} = \\ &= 0,22 \cdot 0,7 \cdot 10^5 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-3}}{1,275} + \frac{3,2}{0,0255} - 0,0218 \cdot 9,8 \cdot 2,15 \cdot \frac{1,275}{2 \cdot 5 \cdot 10^{-3}} = 127,3 \text{ МПа}, \end{aligned}$$

где максимальный изгибающий момент

$$M = \frac{ql^2}{8} = \frac{0,1 \cdot 16^2}{8} = 3,2 \text{ МН} \cdot \text{м};$$

$$W = \pi h R^2 = 3,14 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 1,275^2 = 0,0255 \text{ м}^3;$$

объем цистерны

$$V = \pi R^2 l = 3,14 \cdot 1,275 \cdot 16 = 81,67 \text{ м}^3;$$

объем, занимаемый порошком,

$$V_1 = 0,9V = 0,9 \cdot 81,67 = 73,5 \text{ м}^3;$$

насыпная плотность

$$\rho = \frac{m}{V_1} = \frac{1,6}{73,5} = 0,0218 \text{ МН/м}^3.$$

Третий член принят со знаком минус, потому что цистерна изгибается выпуклостью вниз.

Расхождение критических напряжений двух расчетов составляет 4,5%. Значит, приближенный метод расчета можно принять для проектирования размеров цистерн на предприятиях.

Условие устойчивости запишется следующим образом:

$$\sigma = (0,22 - 0,3)E \frac{h}{R} + \frac{M}{W} \pm \rho g H \frac{R}{2h} \leq \frac{\sigma_{\text{cr}}}{n}. \quad (18)$$

Методика расчета не учитывает влияние геометрических несовершенств на устойчивость. Влияние геометрических несовершенств цистерн можно учесть снижением коэффициента запаса устойчивости n . Пользуясь условием устойчивости (18) и соотношениями (8)–(17), рассчитываются необходимые параметры цистерн.

Выводы:

- 1) рассмотренный метод расчета позволяет рассчитывать предельное состояние автоцистерн, изготавливаемых на предприятиях;
- 2) при проектировании различных цистерн, предназначенных для перевозки сыпучих материалов, можно рассчитать необходимые геометрические размеры цистерн;
- 3) методика расчета не учитывает геометрические несовершенства оболочек. Влияние геометрических несовершенств на устойчивость можно учесть увеличением коэффициента запаса устойчивости.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Вольмир А. С. Устойчивость деформируемых систем. М.: Наука, 1967. 984 с.
- [2] Григолоук Э. И., Кабанов В. В. Устойчивость оболочек. М.: Наука, 1978. 360 с.
- [3] Саченков А. В. О локальной устойчивости оболочек // Изв. Казан. филиала АН СССР. Сер. физ.-мат. и техн. наук. 1960. №14. С. 35–42.
- [4] Коноплев Ю. Г. Экспериментальное исследование задачи о действии сосредоточенной силы на цилиндрическую оболочку // Исследования по теории пластин и оболочек. 1966. №4. С. 83–90.
- [5] Ильгамов М. А. Экспериментальное исследование устойчивости консольно закрепленной цилиндрической оболочки под действием поперечной силы и внутреннего давления // Исследования по теории пластин и оболочек. 1964. №2. С. 186–191.
- [6] Саченков А. В. Теоретико-экспериментальный метод исследования устойчивости пластин и оболочек // Исследования по теории пластин и оболочек. 1970. Вып. 6/7. С. 391–433.
- [7] Mathon C, Limam A. Experimental collapse of thin cylindrical shells submitted to internal pressure and pure bending // Thin-Walled Structure. 2006. Vol. 44. P. 39–50.
- [8] Li L.-Y., Kettle R. Nonlinear bending response and buckling of ring-stiffened cylindrical shells under pure bending // Int. J. of Solids and Structures. 2002. Vol. 39, №3. P. 765–781.
- [9] Бойко Д. В., Железнов Л. П., Кабанов В. В. Исследование нелинейного деформирования и устойчивости овальных цилиндрических оболочек при комбинированном нагружении изгибающим и крутящим моментами // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2007. №3. С. 3–7.

- [10] Brazier L. G. On the flexure of thin cylindrical shells and other “Thin” Sections // *Proceedings of the Royal Society*. 1927. Ser. A, vol. 116, №773. P. 104–114.
- [11] Моссаковский В. И., Маневич Л. И., Мильцын А. М. Моделирование несущей способности цилиндрических оболочек. Киев: Наукова Думка, 1977. 141 с.
- [12] Chen L., Doerich C. and Rotter J. M. A study of cylindrical shells under global bending in the elastic-plastic range // *Steel Construction Design and Research*. 2008. Vol. 1. №1. P. 59–65.
- [13] Houliara S., Karamanos S. Stability of long transversely-isotropic elastic cylindrical shells under bending // *Int. J. of Solids and Structures*. 2010. V. 47. P. 10–24.
- [14] Rotter J. M., Sadowski A. J., Chen L. Nonlinear stability of thin elastic cylinders of different length under global bending // *Int. J. of Solids and Structures*. 2014. V. 51. P. 2826–2839.
- [15] Xu Z., Gardner L., Sadowski A. J. Nonlinear stability of elastic elliptical cylindrical shells under uniform bending // *Int. J. of Mechanical Sciences*. 2017. Vol. 128–129. P. 593–606.
- [16] Wang J., Sadowski A. J. Elastic imperfect tip-loaded cantilever cylinders of varying length // *Int. J. of Mechanical Sciences*. 2018. Vol. 140. P. 200–210.
- [17] Fajuyitan O. K., Sadowski A. J., Wadee M. A., Rotter J. M. Nonlinear behaviour of short elastic cylindrical shells under global bending // *Thin-Walled Structures*. 2018. Vol. 124. P. 574–587.
- [18] Баженов В. Г., Кибец А. И., Петров М. В., Шошин Д. В. Численный анализ деформирования, потери устойчивости и закритического поведения большегабаритных емкостей для автомобильной транспортировки сыпучих грузов // *Проблемы прочности и пластичности*. 2008. Вып. 70. С. 88–96.
- [19] Баженов В. Г., Кибец А. И., Петров М. В., Федорова Т. Г., Шошин Д. В. Теоретическое и экспериментальное исследование потери устойчивости и закритического поведения тонкостенной цилиндрической оболочки при изгибе // *Проблемы прочности и пластичности*. 2009. Вып. 71. С. 77–83.
- [20] Петров М. В., Федорова Т. Г., Гоник Е. Г. Экспериментальное исследование потери устойчивости тонкостенных оболочек при чистом изгибе // *Вестник Чув. гос. пед. ун-та им. И. Я. Яковлева*. Серия: Механика предельного состояния. 2015. №2(24). С. 119–125.
- [21] Vazhenov V. G., Gonik E. G., Kibets A. I., Petrov M. V., Fedorova T. G., Frolova I. A. Stability and supercritical behaviour of thin-walled cylindrical shell with discrete aggregate in bending // *Materials Physics and Mechanics*. 2016. Vol. 28. P. 16–20.
- [22] Баженов В. Г., Гоник Е. Г., Кибец А. И., Кибец Ю. И., Павленкова Ю. В., Петров М. В., Федорова Т. Г. Конечно-элементное решение задачи устойчивости и закритического поведения автоцистерн для транспортировки сыпучих грузов // *Проблемы прочности и пластичности*. 2013. Т. 75, №1. С. 56–62.
- [23] Vazhenov V. G., Gonik E. G., Kibets A. I., Petrov M. V. and Fedorova T. G. Stability and Supercritical Behavior of Large Size Tankers for Transportation of Loose Goods // *J. of Machinery Manufacture and Reliability*. 2015. Vol. 44, №5. P. 422–427.
- [24] Петров М. В., Федорова Т. Г., Гоник Е. Г., Пфаненштиль Н. Г. Способ приближенного расчета на устойчивость при поперечном изгибе тонкостенных цилиндрических оболочек средней длины, заполненных сыпучим материалом // *Вестник ЧГПУ им. И. Я. Яковлева*. Сер. Механика предельного состояния. 2018. №4(38). С. 120–128.
- [25] Цытович Н. А. Механика грунтов. М.: Высш. школа, 1983. 288 с.

E. G. Gonik¹, M. V. Petrov¹

CALCULATION OF THE LIMIT CONDITION OF THIN WALL CYLINDRICAL SHELLS DURING BENDING FILLED WITH A BULK FILLER

¹I. N. Ulyanov Chuvash State University, Cheboksary

Abstract. In the paper, a state in which the voltage at the point of buckling reaches a critical value is taken as the limit state. The stability of the shells is lost in the elastic stage of the material, therefore, the principle of superposition is used to calculate the critical stress. The critical stress for the empty shell is calculated using the formula for calculating the critical stress proposed in [1, 11]. The shell filled with bulk aggregate is under the influence of a combined load: a weight load that is uniformly distributed along the length and pressure on the inner surface of the shell. The stress from the weight load is calculated as the ratio of the bending moment to the axial moment of resistance; the axial stress from the internal hydrostatic pressure of the loose aggregate is determined by the momentless theory of shells. Circumferential stress is neglected due to its small effect on stability. The total voltage determines the value of the critical voltage at which stability is lost. Verification is performed by comparing the calculated critical voltage with experimental results and numerical calculations. Recommended calculated dependencies to determine the required geometric dimensions of the designed tank trucks for transportation of bulk materials. The calculation method does not take into account the effect of imperfections on stability; therefore, the influence of imperfections is proposed to be taken into account by an increased factor of stability.

Keywords: tank truck, stability, shell, limit state, stress, force, moment, elasticity, density.

REFERENCES

- [1] Volmir A. S. Stability of deformable systems. M.: Nauka, 1967. 984 p.
- [2] Grigolyuk E. I., Kabanov V. Century. Stability of shells. M.: Nauka, 1978. 360 p.
- [3] Sachenkov A. B. About local stability of shells // *Izv. Kazan. filiala AN SSSR. Ser.fiz.-mat. i tekhn. nauk.* 1960. No 14. P. 35–42.
- [4] Konoplev Yu. G. Experimental task study on the effect of concentrated force on cylindrical Shell // *Studies on the theory of plates and shells.* 1966. No 4. Page 83–90.
- [5] Ilgamov M. A. Experimental study of stability of cantilevered cylindrical shell Under the action of transverse force and internal pressure // *Studies on the theory of plates and shells.* 1964. No. 2. P. 186–191.
- [6] Sachenkov A. B. Theoretical-experimental method of studying stability of plates and shells // *Research on plate and shell theory.* 1970. 6/7. P. 391–433.
- [7] Mathon C, Limam A. Experimental collapse of thin cylindrical shells submitted to internal pressure and pure bending // *Thin-Walled Structure.* 2006. Vol. 44. P. 39–50.
- [8] Li L. Y., Kettle R. Nonlinear bending response and buckling of ring-stiffened cylindrical shells under pure bending // *Int. J. of Solids and Structures.* 2002. Vol. 39, №3. P. 765–781.

Gonik Ekaterina Grigoryevna

e-mail: katya.gonik@mail.ru, Senior lecturer, I. N. Ulyanov Chuvash State University, Cheboksary, Russia.

Petrov Mikhail Vasilyevich

e-mail: rimmapetrova20@gmail.com, Doctor of technical Sciences, Professor, I. N. Ulyanov Chuvash State University, Cheboksary, Russia.

- [9] D. V., Zhelezov L. P., Boars V. Century. Study of nonlinear deformation and stability Oval cylindrical shells at combined loading with bending and torsional moments //Izvestia Higher education institutions. Aircraft Engineering. 2007. No 3. P. 3–7.
- [10] Brazier L. G. On the flexure of thin cylindrical shells and other “Thin” Sections // Proceedings of the Royal Society. 1927. Ser. A, vol. 116, No 773. P. 104–114.
- [11] Mossakovsky V. I., Manevich L. I., Miltsyn And. M. Modeling the Bearing Capacity of Cylindrical Kiev: Naukova Dumka, 1977. 141 p.
- [12] Chen L., Doerich C. and Rotter J. M. A study of cylindrical shells under global bending in the elastic-plastic range // Steel Construction Design and Research. 2008. Vol. 1, No 1. P. 59–65.
- [13] Houliara S., Karamanos S. Stability of long transversely-isotropic elastic cylindrical shells under bending // Int. J. of Solids and Structures. 2010. V. 47. P. 10–24.
- [14] Rotter J. M., Sadowski A. J., Chen L. Nonlinear stability of thin elastic cylinders of different length under global bending // Int. J. of Solids and Structures. 2014. V. 51. P. 2826–2839.
- [15] Xu Z., Gardner L., Sadowski A. J. Nonlinear stability of elastic elliptical cylindrical shells under uniform bending // Int. J. of Mechanical Sciences. 2017. Vol. 128–129. P. 593–606.
- [16] Wang J., Sadowski A. J. Elastic imperfect tip-loaded cantilever cylinders of varying length // Int. J. of Mechanical Sciences. 2018. Vol. 140. P. 200–210.
- [17] Fajuyitan O. K., Sadowski A. J., Wadee M. A., Rotter J. M. Nonlinear behaviour of short elastic cylindrical shells under global bending // Thin-Walled Structures. 2018. Vol. 124. P. 574–587.
- [18] Bazhenov V. G., Kibets And. I., Petrov M. V., Shoshin D. Century. Numerical strain analysis, loss Stability and short-critical behavior of large-size containers for automotive transportation of loose Cargo //Problems of strength and plasticity. 2008. 70. P. 88–96.
- [19] Bazhenov V. G., Kibets And. I., Petrov M. V., Fedorova T. G., Shoshin D. Century. Theoretical and experimental Study of stability loss and short-term behavior of thin-walled cylindrical shell in case of Bending //Problems of strength and plasticity. 2009. 71. P. 77–83.
- [20] Petrov M. V., Fedorova T. G., Gonik E. . Experimental study of resistance loss Thin-walled shells at pure bending //Bulletin of the Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Series: Mechanics of Limit State. 2015. No. 2 (24). P. 119–125.
- [21] Bazhenov V. G., Gonik E. G., Kibets A. I., Petrov M. V., Fedorova T. G., Frolova I. A. Stability and supercritical behaviour of thin-walled cylindrical shell with discrete aggregate in bending // Materials Physics and Mechanics. 2016. Vol. 28. P. 16–20.
- [22] Bazhenov V. G., Gonik E. G., Kibets And. I., Kibets Yu. I., Pavlenkova Yu. V., Petrov M. V., Fedorova T. . Conotthere is a solution to the problem of stability and short-critical behavior of tankers for Transportation of loose cargoes //Problems of strength and plasticity. 2013. 75, No 1. P. 56–62.
- [23] Bazhenov V. G., Gonik E. G., Kibets A. I., Petrov M. V. and Fedorova T. G. Stability and Supercritical Behavior of Large Size Tankers for Transportation of Loose Goods // J. of Machinery Manufacture and Reliability. 2015. Vol. 44, №5. P. 422–427.
- [24] Petrov M. V., Fedorova T. G., Gonik E. G., Pfanenshtil N. Approximate Calculation Method for Stability at transverse bending of thin-walled cylindrical shells of medium length filled with loose Material //Bulletin of the Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Series: Mechanics of Limit State. 2018. No 4 (38). P. 120–128.
- [25] Tsytoovich N. A. Soil mechanics. M.: Vysch. School, 1983. 288 p.