

Е. О. Сысоев, К. К. Кахоров, О. Е. Сысоев, Е. В. Журавлева

ИССЛЕДОВАНИЕ СВОБОДНЫХ И ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ РАЗОМКНУТЫХ ТОНКОСТЕННЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ОБОЛОЧЕК

Комсомольский-на-Амуре государственный университет, г. Комсомольск-на-Амуре, Россия

Аннотация. Тонкостенные цилиндрические оболочки, выполненные из железобетона, широко используется в качестве покрытий зданий и сооружений. Тонкостенные оболочки могут перекрывать большие пролёты и создавать большие закрытые помещения без дополнительных опор, обладают оптимальной формой и хорошими технико-экономическими показателями.

В настоящее время при проектировании зданий и сооружений не производятся специальные расчёты на возникновение резонансных явлений, отсутствуют расчетные модели и недостаточно экспериментальных данных. При этом тонкостенные оболочки очень чувствительны к внешним воздействиям (ветровые и снеговые нагрузки), вызывающие вынужденные колебания, которые приводят к разрушению конструкции. К примеру, в 2004 г. трагедия в «Трансвааль-парке» г. Москва унесла жизни 28 человек, более 100 получили ранения; в 2010 г. на стадионе в Миннесоте (США) обрушилась одна из секций крыши, завалив трибуну; в 2015 г. авария строящегося резервуара на нефтезаводе в г. Комсомольске-на-Амуре, возникшая из-за колебаний от ветровых нагрузок; в 2015 г. кровля крытого катка (с. Верх-Ирмень Новосибирской обл.) не выдержала совместных ветровых и снеговых нагрузок; в 2017 г. произошёл обвал крыши школы в п. Мурино; в 2018 г. деформации крыши строящегося катка г. Истра носили катастрофический характер.

Целью теоретических расчетов и проведения экспериментов с железобетонными оболочками с разными модулями упругости заключается в обеспечении надежности при эксплуатации здания и сооружения и исключения аварийных ситуаций, возникающих при резонансных явлениях свободных колебаний оболочек от воздействия внешних сил (нагрузок). В статье приведены результаты экспериментальных исследований по определению спектров вынужденных и свободных колебания, частот и форм колебаний разомкнутых оболочек от внешних воздействий. Рассматривается теоретический расчёт разомкнутой оболочки на основе уравнений теории пологих тонкостенных оболочек с использованием метода Бубнова–Галеркина, с помощью которого определены влияние параметров оболочки на процессы свободного колебания. Получены данные зависимости спектра колебаний от класса бетона — из этих результатов можно сделать вывод, что с увеличением класса бетона уменьшаются средние показатели частот колебания, а первоначальные показатели частот колебаний почти затухают.

Ключевые слова: разомкнутая цилиндрическая железобетонная оболочка, колебания, частота, спектр, модуль упругости.

DOI: 10.37972/chgpu.2020.43.1.013

УДК: 692.45

На сегодняшний день строительство зданий и сооружений требует от инженеров, строителей и архитекторов новый подход к своим решениям, чтобы проектируемые здания и сооружения выглядели зрелищными и тем самым изменить облик городского строительства и архитектуры. Одним из решений является использования тонкостенных цилиндрических оболочек в качестве покрытия. Использование пространственных покрытий из тонкостенных оболочек позволяет перекрыть большие пространства без промежуточных опор (колонн). Это свойство весьма ценно для строительства зданий с большими пролетами с гибкой технологией, таких как спортивные комплексы, крытые рынки, выставочные павильоны, вокзалы, цирки и здания других назначений.

Тонкостенные оболочки требуют меньшего расхода строительных материалов по сравнению с плоскостными конструкциями, что способствует уменьшению веса покрытий и повышению экономических показателей.

При эксплуатации зданий и сооружений оболочечного типа они подвергаются статическим и динамическим воздействиям от снеговых, ветровых, вибрационных и сосредоточенных нагрузок. Сосредоточенными нагрузками или присоединёнными массами могут быть спутниковые антенны, вентиляционное оборудование, водяные и солнечные коллекторы и др., они вызывают вынужденные колебания оболочек, что значительно влияет на амплитуду и частоты свободных колебаний.

Задачей исследования является определение напряжённо-деформированного состояния и экспериментальное подтверждение теоретических данных на свободное или вынужденное колебания тонкостенной разомкнутой железобетонной оболочки. Исследуемая модель — шарнирно-опёртая по длине оболочки, которая, как правило, широко встречается на практике. В основе решения поставленных задач лежит теория перемещения оболочки, компоненты которой могут быть выражены следующим образом:

$$\begin{aligned} N_1 &= K \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \sigma \frac{\partial v}{R \partial \theta} + \sigma \frac{\omega}{R} \right), & N_2 &= K \left(\frac{\partial v}{R \partial \theta} + \frac{\omega}{R} + \sigma \frac{\partial u}{\partial x} \right), \\ N_{12} &= K \frac{1 - \sigma}{2} \left(\frac{\partial u}{R \partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), & M_1 &= -D \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \sigma \frac{\partial^2 \omega}{R^2 \partial \theta^2} \right), \\ M_2 &= -D \left(\frac{\partial^2 \omega}{R^2 \partial \theta^2} + \sigma \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right), & M_{12} &= -D(1 - \sigma) \frac{\partial^2 \omega}{R \partial x \partial \theta}, \end{aligned} \quad (1)$$

© Сысоев Е. О., Кахоров К. К., Сысоев О. Е., Журавлева Е. В., 2020

Сысоев Евгений Олегович

e-mail: cia@knastu.ru, кандидат экономических наук, доцент, Комсомольский-на-Амуре государственный университет, г. Комсомольск-на-Амуре, Россия.

Кахоров Комилджон Кахорович

e-mail: comil07@mail.ru, аспирант, Комсомольский-на-Амуре государственный университет, г. Комсомольск-на-Амуре, Россия.

Сысоев Олег Евгеньевич

e-mail: fks@knastu.ru, доктор технических наук, профессор, декан, Комсомольский-на-Амуре государственный университет, г. Комсомольск-на-Амуре, Россия.

Журавлева Екатерина Викторовна

e-mail: fks@knastu.ru, магистр, Комсомольский-на-Амуре государственный университет, г. Комсомольск-на-Амуре, Россия.

Поступила 12.02.2020

$$Q_1 = \frac{\partial M_1}{\partial x} + \frac{\partial M_{12}}{R\partial\theta} = -D \left(\frac{\partial^3 \omega}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 \omega}{R^2 \partial x \partial \theta^2} \right),$$

$$Q_2 = \frac{\partial M_2}{R\partial\theta} + \frac{\partial M_{12}}{\partial x} = -D \left(\frac{\partial^3 \omega}{R^3 \partial \theta^3} + \frac{\partial^3 \omega}{R \partial x^2 \partial \theta} \right),$$

где

$$K = \frac{Eh}{1 - \mu^2}, \quad D = \frac{Eh^3}{12(1 - \mu^2)}, \quad k = \frac{12D}{h^2}, \quad (2)$$

где соответственно E — модуль упругости; μ — коэффициент Пуассона; M_1 , M_2 , M_{12} — изгибающие моменты и момент скручивания.

Изгибающие моменты являются основными показателями для конструирования любой строительной конструкции. И тому подтверждением является общее уравнение колебаний тонкостенной цилиндрической оболочки, с помощью которого (двух дифференциальных уравнений) можно описать малые изгибные колебания.

На основании общего уравнения колебаний оболочки (пластины) получена и подтверждена экспериментально дискретная нелинейная модель колебаний пологой оболочки, несущей систему присоединенных масс, с двумя степенями свободы.

Рассматривается тонкостенная цилиндрическая оболочка прямоугольной формы радиусом R , толщиной δ и присоединённой массой P , высотой h (рис. 1). С исполь-

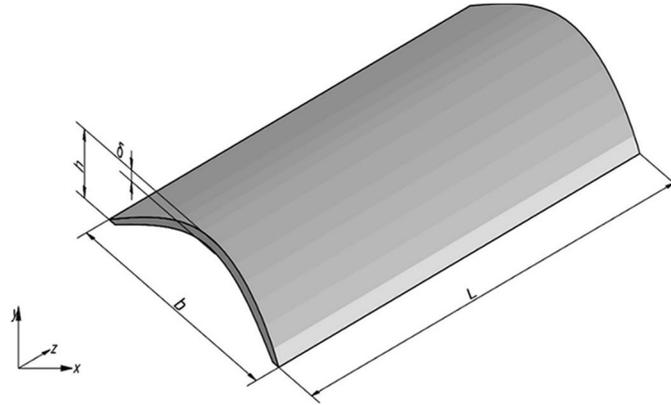


Рис. 1. Разомкнутая цилиндрическая оболочка

зованием математического модели получим величины колебаний оболочки в момент резонанса. Подобный опыт исследования колебаний оболочек рассматривался и в работах [5, 9] с использованием уравнений движения теории пологих оболочек и пластин:

$$\frac{D}{h} \nabla^4 w = \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \quad \frac{1}{E} \nabla^4 \Phi = -\frac{1}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}. \quad (3)$$

В уравнении (3) ∇ — бигармонический оператор Лапласа, который для упругих пластин равен $\Delta^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$; $w(x, y, t)$ — динамический прогиб; $\Phi(x, y, t)$ — функция напряжений в срединной поверхности; ρ — плотность материала; t — время; $\delta(x, y)$ — функция Дирака. Для удовлетворения условий периодичности и тангенциальных условий нужно определить функцию напряжений в срединной поверхности конструкций при $N_1 = T = 0$, которая равна следующему уравнению:

$$\Phi(x, y, t) = [\Phi_1(t) \sin \beta y + \Phi_2(t) \cos \beta y + \Phi_3(t)] \sin \alpha x, \quad (4)$$

где

$$\Phi_1(t) = \frac{E\alpha^2}{R(\alpha^2 + \beta^2)^2} f_1(t), \quad \Phi_2(t) = \frac{E\alpha^2}{R(\alpha^2 + \beta^2)^2} f_2(t), \quad \Phi_3(t) = \frac{E}{R\alpha^2} f_3(t).$$

Функции напряжений в срединной поверхности конструкции приводят к динамическим уравнениям, которые имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \ddot{f}_1 + f_1\omega_n^2 + \frac{4M_c}{M_{so} - M_c} [\ddot{f}_1 \sin^2 \beta y_0 + \ddot{f}_2 \cos \beta y_0 \sin^2 \beta y_0 + \ddot{f}_3 \sin \beta y_0] \sin^2 \alpha x &= 0, \\ \ddot{f}_2 + f_2\omega_n^2 + \frac{4M_c}{M_{so} - M_c} [\ddot{f}_1 \sin \beta y_0 \cos \beta y_0 + \ddot{f}_2 \cos^2 \beta y_0 + \ddot{f}_3 \cos \beta y_0] \sin^2 \alpha x &= 0, \\ f_3 + \left(\frac{p}{\omega_n}\right)^2 f_3 + \frac{2M_c}{M_{so} - M_c} [\ddot{f}_1 \sin \beta y_0 + \ddot{f}_2 \cos \beta y_0 + \ddot{f}_3] \sin^2 \alpha x &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Из уравнений (5) нужно определить квадраты безразмерных частот изгибных и радиальных колебаний оболочки:

$$\omega_n^2 = \frac{\varepsilon(1 + \theta^2)^2}{12(1 - \mu^2)}, \quad p^2 = 1 + \frac{\varepsilon\theta^2}{12(1 - \mu^2)};$$

отсюда $\varepsilon = (n^2 h/R)^2$ и $\theta = \pi R/(nl)$ — параметры оболочки, являются основными показателями при динамическом воздействии. Параметры волнообразования зависят от характеристик относительной толщины и длины оболочки.

Величины диапазона частот колебаний, которые были определены из собственных колебаний в программном обеспечении семейства LIRA SAPR в зависимости от параметров оболочки (в 10 раз больше, чем экспериментальная) и разных классов бетона, приведены в табл. 1.

Таблица 1

Форма колебаний	Класс бетона В	Модуль упругости бетона E , МПа	Допустимое напряжение $\bar{\sigma}$	Частота колебаний, Гц	
				LIRA SAPR	аналитическим методом
	35	$3,52 \cdot 10^4$	19,5	0,618	0,603
	30	$3,25 \cdot 10^4$	17,0	0,646	0,635
	20	$2,75 \cdot 10^4$	11,5	0,712	0,694
	15	$2,35 \cdot 10^4$	8,5	0,769	0,750

Также составлен график частот колебаний в зависимости от класса бетона В (рис. 2).

Теоретический расчет колебаний оболочек в программном обеспечении LIRA SAPR произведен для определения собственных колебаний разомкнутой оболочки при разных классах бетона, результаты которых приведены в табл. 1. Каждый теоретический расчет требует практической (экспериментальной) проверки. Для подтверждения теоретических расчетов были проведены исследования на влияние присоединённой массы на свободные и вынужденные колебания тонкостенных железобетонных оболочек на базе лаборатории ФГБОУ ВО «Комсомольский-на-Амуре государственный университет». Для проведения испытаний был изготовлен специальный стенд, на котором испытывали опытные образцы из композиционного (железобетонного) материала (рис. 3).

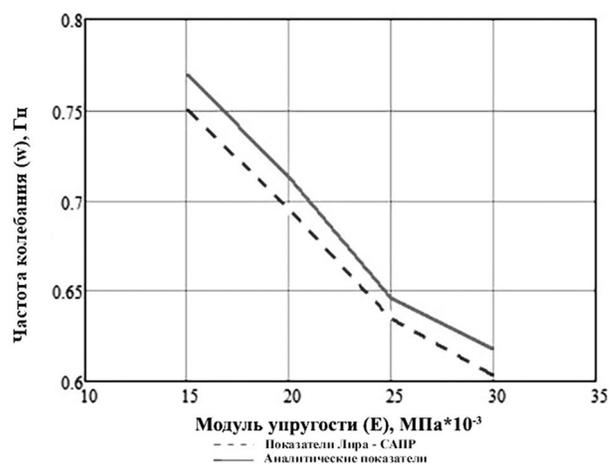


Рис. 2. График зависимости частоты колебаний от модуля упругости

Экспериментальные исследования были проведены с тонкостенными цилиндрическими оболочками из композиционного материала (железобетон) со следующими параметрами: $R = 200$, $b = 400$, $L = 800$, $h = 90$, $\delta = 15$ мм. Схема образца представлена на рис. 4. С помощью стенда можно вычислить граничные условия, приближённые к расчётной модели. В стенде закреплён датчик измерения частоты вынужденных или свободных колебаний (рис. 5). Датчик выполняет роль присоединённой массы,

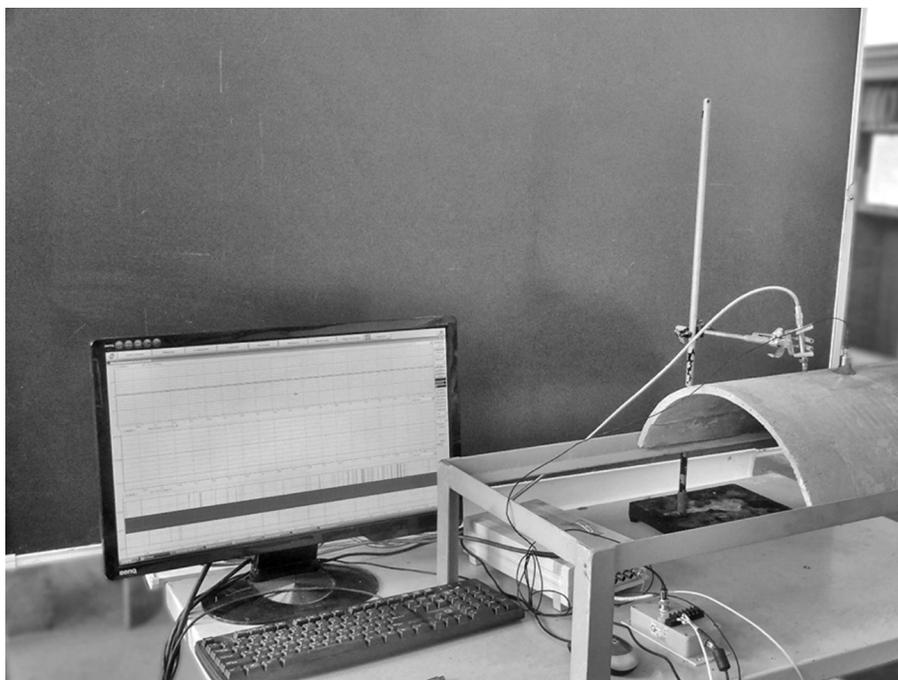


Рис. 3. Фотография проведения эксперимента с железобетонными оболочками

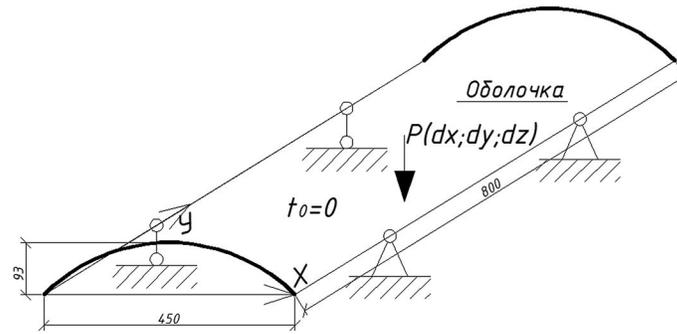


Рис. 4. Схема образца и приложенная нагрузка

т.к. датчик придает дополнительный вес оболочке. Акселерометр является ключевым датчиком, с помощью которого сигнал передается в приёмник анализатора спектра колебаний. Полученные данные анализируются с помощью семейства лабораторных программ Z-LAB.

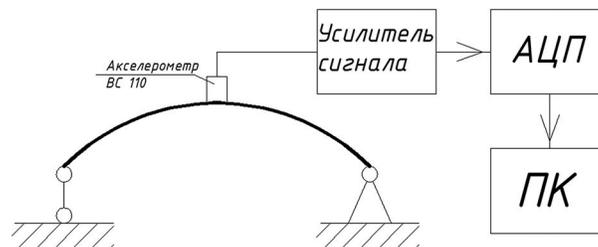


Рис. 5. Схема экспериментальной установки

Вынужденные колебания оболочки получали путём взаимодействия испытательно-го молотка с оболочкой (стук), что дает нам схему работы, которая часто встречается в эксплуатируемых зданиях. Сигнал-информация о колебаниях оболочки принимается датчиками типа ВС 110, которые также выполняли роль присоединённой массы.

В результате исследования колебаний тонкостенных цилиндрических оболочек были получены экспериментальные данные с разными классами бетона (рис. 6), что позволяет нам анализировать, как влияет класс бетона на процесс колебаний оболочки. Стоит отметить, что величина расхождения полученных данных составляет 1,5%, что доказывает о достаточной точности проведения эксперимента и полученных данных в целом.

После проведённых экспериментов с оболочками с разными модулями упругости можно сделать следующие выводы:

- из анализов вынужденных колебаний разомкнутых оболочек можно увидеть, что с ростом модуля упругости (класса бетона) в диапазоне низких и больших частот от 10 до 460 Гц колебания почти затухают, также значительно уменьшаются колебания в среднем диапазоне от 460 Гц до 6,40 кГц;

- из полученных результатов видно, что границы низких и высших частот являются отрезком негативной работы конструкции, в которых с увеличением класса бетона

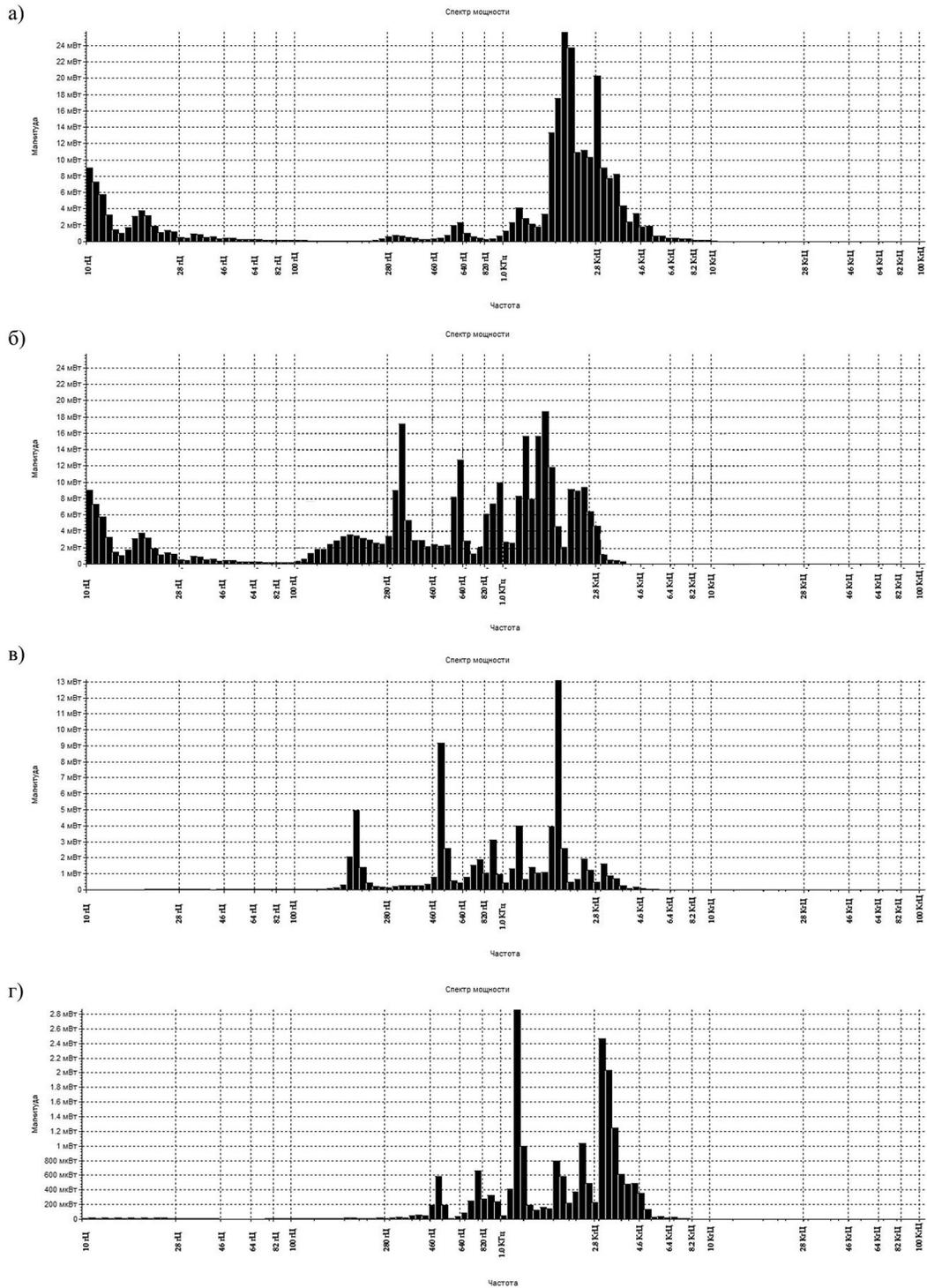


Рис. 6. Диаграммы частотных спектров вынужденных колебаний разомкнутой оболочки: а) V15; б) V20; в) V30; г) V35

уменьшаются их колебательные показатели, что способствует устойчивости конструкции во время эксплуатации.

Полученные результаты расчёта тонкостенной разомкнутой оболочки с разными модулями упругости в ПО LIRA SAPR 2013, приведенные в табл. 1, способствуют достоверности результатов проведенных экспериментов — с ростом значения модуля упругости уменьшаются показатели свободных и вынужденных колебаний.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Байков В. Н., Хайпе Эрхард, Рауэ Эрих. Проектирование железобетонных тонкостенных пространственных конструкций. Москва: Стройиздат, 1990. 232 с.
- [2] Антуфьев Б. А. Колебания неоднородных тонкостенных конструкций: монография. Москва: Изд-во МАИ, 2011. 176 с.
- [3] Власов В. З. Общая теория оболочек и ее приложения в технике. Москва; Ленинград: Гостехиздат, 1949. 784 с.
- [4] Дзюба В. А., Глушкова Ю. С. Применение составной функции диаграммы сжатого бетона для деформационной оценки конструкций // Ученые записки КнАГТУ. 2014. № II-2. С. 109–114.
- [5] Современные испытательные стенды для бесконтактного исследования свободных колебаний замкнутых и разомкнутых цилиндрических оболочек / О. Е. Сысоев, А. Ю. Добрышкин, К. К. Кахоров [и др.] // Ученые записки КнАГТУ. 2017. № 1. С. 110–118.
- [6] Сысоев О. Е., Кохоров К. К. Факторы, влияющие на разрушение зданий оболочечного типа // Региональные аспекты развития науки и образования в области архитектуры, строительства, землеустройства и кадастров в начале III тысячелетия: мат. Междунар. науч.-практ. конф. / под ред. О. Е. Сысоева. 2017. С. 55–60.
- [7] Сысоев О. Е., Кахоров К. К., Сысоев Е. О. Теоретический расчет колебаний тонкостенных железобетонных оболочек с разными модулями упругости // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2019. № 1(39).
- [8] Сысоев О. Е., Добрышкин А. Ю., Нейн С. Н. Влияние присоединенной массы на вынужденные колебания разомкнутых оболочек // Ученые записки КнАГТУ. 2016. № 3. С. 110–116.
- [9] Qahorov K. Q., Sysoev Y. O., Dobryshkin A. Y. The influence of the reinforcement ratio on oscillations of thin-walled concrete shells with different elastic modulus // Materials Science Forum 945 MSF. P. 299–304.

O. Ye. Sysoyev, K. Q. Qahorov, Ye. O. Sysoev, E. V. Zhuravlyova

EXAMINATION OF FREE AND FORCED OSCILLATIONS OF OPEN THIN-WALL REINFORCED CONCRETE SHELLS

Komsomolsk-on-Amur of State University, Komsomolsk-on-Amur, Russia

Abstract. Thin-walled cylindrical shells made of reinforced concrete are widely used as coatings of buildings and structures. Thin-walled shells can cover large flights and create more closure of the room without additional supports, with optimal shape and good techno-economic indicators. At present, the design of buildings and structures does not make special calculations for the occurrence of resonance phenomena, absence of design models and insufficient experimental data. At the same time thin-walled shells are very sensitive to external effects (wind and snow loads) causing forced fluctuations, which lead to the destruction of the structure. For example in 2004 tragedy in Transvaal Park in Moscow killed 28 people, more than 100 were injured; in 2010, a roof section collapsed at a stadium in Minnesota, United States, collapsing the podium; in 2015, an accident at the Komsomolsk-on-Amur oil plant under construction caused by fluctuations from wind loads; in 2015, (Top-Irmen of Novosibirsk region) roof of the covered rink failed to withstand joint wind and snow loads; in 2017, the roof of a school in Murino village collapsed; in 2018, the deformation of the roof of the Istra rink under construction was catastrophic. The purpose of theoretical calculations and carrying out experiments with reinforced concrete shells with different modules of elasticity is to ensure reliability during operation of the building and structure, and to avoid accidents, arising resonance phenomena of free oscillations of shells due to external forces (loads).

The article presents the results of experimental studies on determination of spectra, forced and free oscillations of reinforced concrete shell with different modules of elasticity. The whole, carrying out research of reinforced concrete shells is determination of frequencies and form of oscillation of open shells due to external effects. The paper considers the theoretical calculation of the open shell based on the equations of the theory of shallow thin-walled shells, using the Bubnov–Galerkin method, by which we determine how the parameters of the shell affect the processes of free oscillation.

After the studies, the data of the vibration spectrum dependence on the concrete class are obtained, with the help of these results it can be concluded that as the concrete class increases, the average values of the oscillation frequencies decrease, and the initial values of the oscillation frequencies almost fade.

Keywords: open cylindrical reinforced concrete shell, vibrations, frequency, spectrum, modulus of elasticity.

Sysoev Oleg Evgenyevich, Doctor of Engineering, Professor, Dean, Komsomolsk-on-Amur of State University, Komsomolsk-on-Amur, Russia.

Qahorov Komiljon Qahorovich, graduate student, Komsomolsk-on-Amur of State University, Komsomolsk-on-Amur, Russia.

Sysoev Evgeniy Olegovich, Candidate of Economic Sciences, Associate Professor, Komsomolsk-on-Amur of State University, Komsomolsk-on-Amur, Russia.

Zhuravlyova Ekaterina Victorovna, Undergraduate, Komsomolsk-on-Amur of State University, Komsomolsk-on-Amur, Russia.

REFERENCES

- [1] Baykov V. N., Hyip E., Raue E. Design of reinforced concrete thin-walled spatial structures. Moscow: Stroyizdat, 1990. 232 p. (in Russian).
- [2] Antuf'ev B. A. Vibrations of inhomogeneous thin-walled structures: monograph. Moscow: Publishing house MAI, 2011. 176 p. (in Russian).
- [3] Vlasov V. Z. General theory of shells and its applications in engineering. Moscow; Leningrad: Gostekhizdat, 1949. 784 p. (in Russian).
- [4] Dzuba V. A., Glushkova Y. S. Application of a composite function diagram of compressed concrete for the deformation estimation of structures // *Scientific notes of KnASTU*. 2014. no. II-2. P. 109–114. (in Russian).
- [5] Modern test stands for noncontact study of free oscillations of closed and open cylindrical shells / O. E. Sysoev, A. Dobryshkin, K. Q. Qahorov et al. // *Scientific notes of KnASTU*. 2017. no. 1. P. 110–118. (in Russian).
- [6] Sysoev O. E., Qahorov K. Q. The factors influencing destruction of buildings of shell type // *Regional aspects of development of science and education in the field of architecture, construction, land management and cadastres at the beginning of III Millennium: Materials of the International Conf.* / Ed. by O. E. Sysoev. 2017. P. 55–60. (in Russian).
- [7] Sysoev O. Y., Qahorov K. Q., Sysoev Y. O. Theoretical calculation of vibrations of thin-wall // *Bulletin of the Chuvash state pedagogical University named after I. Ya. Yakovlev. Series: Mechanics of a limit state*. 2019. no. 1(39). (in Russian).
- [8] Sysoev O. E., Dobryshkin A. Y., Nyain S. Influence of connected mass on forced oscillations of open shells // *Scientists of note KnASTU*. 2016. no. 3. P. 110–116. (in Russian).
- [9] Qahorov K. Q., Sysoev Y. O., Dobryshkin A. Y. The influence of the reinforcement ratio on oscillations of thin-walled concrete shells with different elastic modulus // *Materials Science Forum 945 MSF*. P. 299–304.