Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева
Серия: Механика предельного состояния. 2020. № 1 (43). С. 131–141

С. А. Горшков, Е. П. Дац, Е. В. Мурашкин

О ПОДХОДЕ К МОДЕЛИРОВАНИЮ ПРОЦЕССОВ ФОРМИРОВАНИЯ ТЕМПЕРАТУРНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В СРЕДЕ OPENFOAM

Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН г. Владивосток, Россия

Институт прикладной математики ДВО РАН г. Владивосток, Россия

Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН г. Москва, Россия

Аннотация. В работе предлагается реализация алгоритма расчета процесса необратимого деформирования материала в рамках теории температурных напряжений с учетом зависимости предела текучести от температуры в среде численного моделирования OpenFOAM. Рассмотрен пример решения трехмерной задачи о необратимом деформировании полого упругопластического цилиндра, подверженного нестационарному тепловому воздействию. Исследовано влияние скорости изменения теплового поля на формирование напряженно-деформированного состояния материала.

Ключевые слова: температурное напряжение, идеальная пластичность, теплопроводность, термоупругость, OpenFOAM, метод конечных объемов

DOI: 10.37972/chgpu.2020.43.1.014

УДК: 539.374

1. Введение. Можно отметить по обширной литературе нарастающий интерес к функционально-градиентным материалам, конструкциям и покрытиям, посвященной их свойствам, методам исследования и расчета, а также технологиям изготовления [1, 2, 3]. В указанных монографиях зачастую исследуются упругие материалы, что

© Горшков С. А., Дац Е. П., Мурашкин Е. В. 2020

Горшков Сергей Александрович
e-mail: aceberg93@ya.ru, инженер, лаборатория механики необратимого деформирования, Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН, Владивосток, Россия
Дац Евгений Павлович
e-mail: dats@dvo.ru, кандидат физико-математических наук, доцент, Институт прикладной математики ДВО РАН, Владивосток, Россия
Мурашкин Евгений Валерьевич
e-mail: murashkin@ipmnet.ru, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия

Работа выполнена в рамках государственного задания (№ госрегистрации АААА-А20-120011690132-4) и при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований проекты (№ 18-01-00844, № 19-51-60001, № 20-01-00666, № 20-01-00147).

Поступила 25.02.2020

ограничивает классы используемых в технологической практике структур. Зависимость свойств предполагается от одной координаты, не учитывается возможность изменения свойств с течением времени. Анализ аддитивных технологий производства функционально-градиентных материалов не основан на современных методах механики аддитивных технологий и процессов роста, что может привести к принципиальным ошибкам.

Расчет напряженно-деформированного состояния упругопластического материала в условиях быстро изменяющегося температурного поля на сегодняшний день является одной из трудоемких задач численного моделирования. Известно, что нестационарный температурный градиент приводит к возникновению неустановившихся температурных напряжений, следствием которых может являться возникновение и развитие областей необратимого деформирования, в которых накопленные пластические деформации существенным образом влияют на распределение остаточных напряжений и перемещений в материале после остывания.

На сегодняшний день получены аналитические и численно-аналитические решения одномерных задач термоупругопластичности, в которых используются свойства симметрии температурного поля в таких объектах как цилиндры, диски, сферы. Показано, что даже в одномерной постановке развитие процесса пластического течения в одной области материала может одновременно сопровождаться возникновением процесса разгрузки с накопленными деформациями в другой области [4, 5, 6]. Необходимость отслеживания положения границ пластического течения и разгрузки при нестационарном тепловом воздействии даже в одномерном случае заставляет искать способы численного решения уравнений, определяющих условия непрерывности напряжений и перемещений на упругопластических границах [7, 8, 9, 10, 11, 12]. В представленной работе показаны результаты численного моделирования трехмерной задачи о неравномерном нестационарном нагреве упругопластического цилиндра. В качестве среды расчета используется пакет OpenFOAM, основанный на использовании метода контрольных объемов при решении систем дифференциальных уравнений в частных производных. Алгоритм численного расчета напряженно-деформированного состояния упругопластического материала [13] дополнен с учетом термопластических свойств материала [14, 15]. С использованием параллельных вычислений в среде OpenFOAM получены решения для тензоров температурных напряжений и деформаций в декартовой и цилиндрической системах координат.

2. Определяющие модельные соотношения и основные уравнения. Воспользуемся моделью малых упруго-пластических деформаций [7], в которой тензор малых деформаций $\mathbf{d}$ состоит из термоупругой (обратимой) $\mathbf{e}$ и пластической (необратимой) $\mathbf{p}$ составляющих:

$$\mathbf{d} = \mathbf{e} + \mathbf{p} = \frac{1}{2}\left(\boldsymbol{\nabla} \otimes \mathbf{u} + \mathbf{u} \otimes \boldsymbol{\nabla}\right) \tag{1}$$

где $\mathbf{u}$ — вектор перемещений в трехмерной декартовой системе координат, $\boldsymbol{\nabla}$ — оператор Гамильтона.

Предполагается, что материал находится в состоянии термоупругопластического равновесия:

$$\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{0} \tag{2}$$

где $\boldsymbol{\sigma}$ — тензор напряжений Коши. Зависимость между тензором напряжений и упругими компонентами тензора деформаций определена законом Дюамеля-Неймана:

$$\boldsymbol{\sigma} = 2\mu\mathbf{e} + [\lambda\mathrm{tr}(\mathbf{e}) - \alpha(3\lambda + 2\mu)(T - T_0)]\mathbf{I}. \tag{3}$$

Здесь $\mathbf{I}$ — единичный тензор; $\mathrm{tr}(\mathbf{e})$ — след тензора упругих деформаций; $(T - T_0)$ — разница между текущей и начальной температурой в точке среды; λ, μ — параметры Ламе; α — коэффициент линейного теплового расширения.

Температурное поле в исследуемом материале определяется решением уравнением теплопроводности:

$$\rho c_p \partial_t T = \boldsymbol{\nabla} \cdot (\eta \boldsymbol{\nabla} T) \tag{4}$$

где ρ — плотность, c_p — теплоемкость, η — теплопроводность материала, ∂_t — производная по временной координате. При $\mathbf{p} \equiv \mathbf{0}$ система соотношений (1)–(4) вместе с заданными граничными условиями определяет термоупругое равновесие материала.

Начало процесса необратимого деформирование материала свяжем с выполнением условия пластичности Мизеса:

$$F(\boldsymbol{\sigma}) = \boldsymbol{\tau} : \boldsymbol{\tau} - \frac{8}{3}k^2(T) = 0, \quad \boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\sigma} - \frac{1}{3}\mathrm{tr}(\boldsymbol{\sigma})\mathbf{I} \tag{5}$$

где $\boldsymbol{\tau}$ — девиатор тензора напряжений, $k(T)$ — предел текучести при чистом сдвиге, значение которого в каждой точке среды зависит от текущей температуры и не зависит от напряженного состояния материала (идеальная пластичность).

3. Алгоритм расчета необратимых деформаций. Рассмотрим алгоритм расчета компонент вектора перемещений и тензора температурных напряжений с учетом пластических свойств материала.

Уравнения теории пластического течения и определяющие соотношения удобно использовать в скоростях искомых величин. С точки зрения численной реализации в среде OpenFOAM, скорости заменяются на приращения переменных — разницу между текущим значением, и значением, вычисленным на предыдущем временном. Здесь и далее символом Δ будем обозначать приращение величины. Нижними индексами n и $n-1$, обозначаются значения, вычисляемые на текущем временном шаге и известные значения, вычисленные на предыдущем временном шаге соответственно.

Алгоритм расчета:

Шаг 1. В начале каждого n–цикла вычислений при помощи численного решения уравнения теплопроводности (4), записанного в приращениях, рассчитывается поле приращений температуры ΔT_n и определяется распределение температуры на текущем временном шаге : $T_n = \Delta T_n + T_{n-1}$.

Шаг 2. По известному полю приращений температуры производится расчет приращений вектора перемещений $\Delta\mathbf{u}_n$ и полных деформаций $\Delta\mathbf{d}_n$ путем решения системы уравнений равновесия (2), в которых значения приращений компонент тензора необратимых деформаций $\Delta\mathbf{p}_{n-1}$ – значения, вычисленные на предыдущем временном шаге:

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{\nabla} \cdot \mu[\boldsymbol{\nabla} \otimes (\Delta\mathbf{u}_n) + (\Delta\mathbf{u}_{n-1}) \otimes \boldsymbol{\nabla} - 2\Delta\mathbf{p}_{n-1}] + \\ &\quad + \boldsymbol{\nabla} \cdot \lambda\mathbf{I}\{\mathrm{tr}[\boldsymbol{\nabla} \otimes (\Delta\mathbf{u}_{n-1})] - \mathrm{tr}(\Delta\mathbf{p}_{n-1})\} - \alpha(3\lambda + 2\mu)\nabla(\Delta T_n) = 0 \end{aligned} \tag{6}$$

Шаг 3. Производится вычисление компонент вектора перемещений и тензора деформаций на текущем временном шаге: $\mathbf{u}_n = \Delta\mathbf{u}_n + \mathbf{u}_{n-1}$, $\mathbf{d}_n = \Delta\mathbf{d}_n + \mathbf{d}_{n-1}$.

Шаг 4. Производится расчет приращений *возможных* напряжений $\Delta\boldsymbol{\sigma}^*$ в предположении отсутствия процесса необратимого деформирования. Здесь и далее индексом (*) обозначается *возможное* значение искомой величины, которое в процессе реализация алгоритма используется в качестве промежуточного или конечного результата на текущем временном шаге:

$$\Delta\boldsymbol{\sigma}^* = 2\mu\Delta\mathbf{d_n} + [\lambda\mathrm{tr}(\Delta\mathbf{d_n}) - \alpha(3\lambda + 2\mu)\Delta T_n]\mathbf{I} \tag{7}$$

Шаг 5. Вычисляются *возможные* напряжения $\boldsymbol{\sigma}^* = \Delta\boldsymbol{\sigma}^* + \boldsymbol{\sigma}_{n-1}$.

Шаг 6. Выполняется проверка условия пластичности в каждой ячейке, соответствующей контрольному объему:

Шаг 6.1 Если $F(\boldsymbol{\sigma}^*) < 0$ (отсутствие пластического течения в данной точке среды), то для соответствующих ячеек выполняется запись компонент напряжений и пластических деформаций

$$\boldsymbol{\sigma}_n = \boldsymbol{\sigma}^*, \quad \Delta\mathbf{p}_n = 0, \quad \mathbf{p}_n = \mathbf{p}_{n-1} \tag{8}$$

Шаг 6.2 Если $F(\boldsymbol{\sigma}^*) < 0$, то для заданных ячеек реализуется алгоритм “радиального возврата” (radial return) [13] вектора напряжений на поверхность текучести. Компоненты тензора напряжений вычисляются при помощи корректировки девиатора *возможных* напряжений, полученных на шаге 5. Умножение девиаторной части на корректирующий множитель m приводит к выполнению условия пластичности (5).

$$\sigma_n = \frac{1}{3}\mathrm{tr}(\boldsymbol{\sigma^*})\mathbf{I} + m\boldsymbol{\tau^*}, \quad m = \sqrt{\frac{3k^2(T_n)}{8(\boldsymbol{\tau^*} : \boldsymbol{\tau^*})}} \tag{9}$$

Шаг 6.3 Последовательно вычисляются приращения напряжений, упругих и пластических деформаций.

$$\Delta\boldsymbol{\sigma}_n = \boldsymbol{\sigma}_n - \boldsymbol{\sigma}_{n-1}, \quad \Delta\mathbf{e}_n = \frac{\mathrm{tr}(\Delta\boldsymbol{\sigma}_n)\mathbf{I}}{3(3\lambda + 2\mu)} + \frac{1}{2\mu}\Delta\boldsymbol{\tau}_n + \alpha\Delta T \tag{10}$$

$$\Delta\mathbf{p}_n = \Delta\mathbf{d}_n - \Delta\mathbf{e}_n, \quad \mathbf{p}_n = \Delta\mathbf{p}_n + \mathbf{p}_{n-1} \tag{11}$$

Шаг 7. Значения $\Delta\mathbf{p_n}$ используются для вычисления вектора перемещений на следующем временном шаге.

4. Граничные условия

Граничные условия в задачах термопластичности, как правило, бывают двух видов — заданные нулевые перемещения (условие фиксированной поверхности) и заданные нулевые напряжения (условие свободно расширяющейся поверхности). Чтобы исключить влияние внешнего воздействия на формирование напряженно-деформированного состояния материала при неравномерном тепловом расширении, будем полагать, что границы исследуемого объекта свободны от нагрузок и на внешних поверхностях граничных контрольных объемов заданы условия свободного теплового расширения:

$$d\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{N} = \mathbf{0} \tag{12}$$

где $\mathbf{N}$ — вектор нормали внешней поверхности граничного контрольного объема.

С точки зрения численной реализации, граничные условия (12) представляют из себя систему трех уравнений, содержащих приращения перемещений и их производных в каждой ячейке, соответствующей контрольному объему на границе тела. В среде

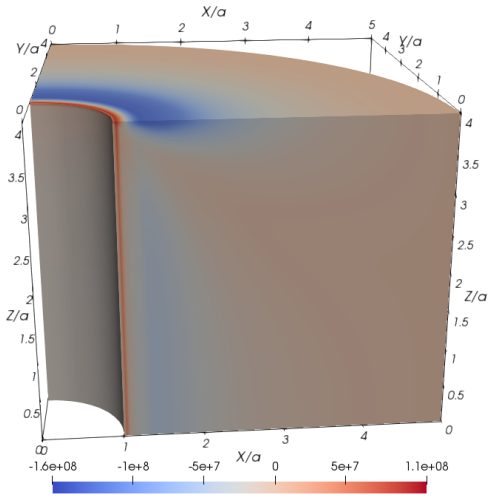

Рис. 1. Напряжение σ_{rr}^{cyl}, $t = 60$.

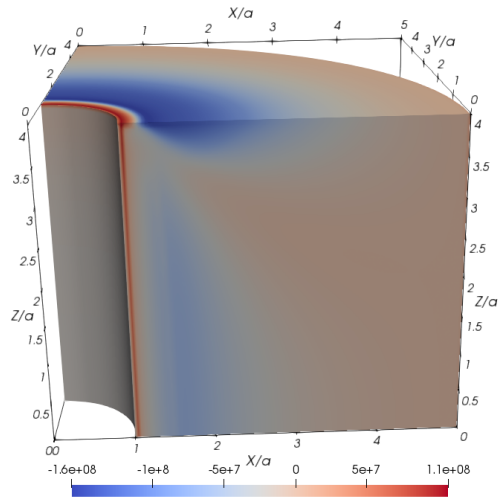

Рис. 2. Напряжение σ_{rr}^{cyl}, $t = 120$.

OpenFOAM такие граничные условия реализованы при помощи задания градиента искомых величин на поверхности. Выражая градиент перемещений из условия (12), получим:

$$\nabla \Delta \mathbf{u}_n \cdot \mathbf{N} = (2\mu \Delta \mathbf{p}_{n-1} - \lambda \mathrm{tr}(\Delta \mathbf{e}_{n-1}) + \alpha(3\lambda + 2\mu)\Delta T_n) \cdot \frac{\mathbf{N}}{2\mu} \tag{13}$$

Данные уравнения решаются на втором шаге алгоритма совместно с системой уравнений равновесия.

При численном исследовании задач важную роль играют искусственные граничные условия, которые связаны с симметрией напряженно деформированного состояния. Использование свойств симметрии постановки краевой задачи позволяет существенно уменьшить расчетную область и , очевидно, время расчета. Эти условия следуют из инвариантности системы уравнений относительно простых преобразований, переводящих искусственные границы (например, плоскости симметрии) в себя [16]. Для цилиндра со свободными боковыми поверхностями, центр оси которого совпадает с центром декартовой системы координат, удобно рассчитывать его одну восьмую часть ($X > 0$, $Y > 0$, $Z > 0$), полагая, что координатные плоскости служат плоскостями симметрии. В таком случае для проекций цилиндра на данные плоскости справедливы условия симметрии:

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{M} = \mathbf{0}, \tag{14}$$

где $\mathbf{M}$ — вектор нормали к плоскости симметрии.

В среде OpenFOAM данные условия являются стандартными и реализуются стандартной процедурой “SYMMETRY”. Решатель описанного выше алгоритма, в среде доступен по ссылке [17].

5. Расчет температурных напряжений полого упругопластического цилиндра в условиях нестационарного температурного градиента.

Рассмотрим полый упругопластический цилиндр длины L с внутренним и внешним радиусами $a < r < b$, поверхности которого свободно расширяются при нагреве (12).

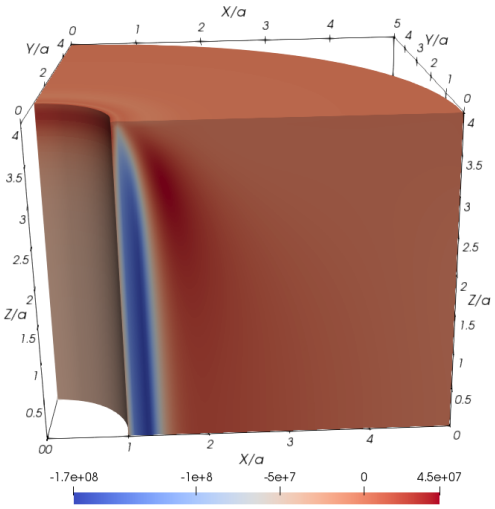

Рис. 3. Напряжение σ_{zz}^{cyl}, $t = 60$.

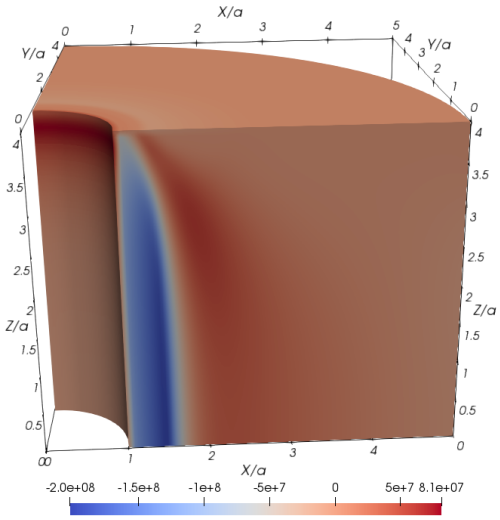

Рис. 4. Напряжение σ_{zz}^{cyl}, $t = 120$.

Пусть торцевые поверхности и внешняя поверхность теплоизолированы, а температура внутренней поверхности равномерно увеличивается с течением времени. Предполагается, что скорость изменения температуры достаточна для создания температурного градиента, вызывающего необратимое деформирование материала. Известно что в общем случае неравномерный тепловой градиент в свободно расширяющемся цилиндре может приводить к возникновению пластического течения на внутренней и внешней поверхности в различные моменты времени. Ограничимся случаем, когда пластическое течение возникнет только на внутренней поверхности цилиндра.

Отметим, что среда OpenFOAM производит расчет только в декартовой системе координат. Для построения тензора напряжений в цилиндрических координатах использовались известные формулы перехода [18]:

$$\sigma_{ij}^{\text{cyl}} = \mathbf{A} \cdot \sigma_{ij} \cdot \mathbf{A}^{\mathbf{T}}, \qquad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & \sin(\varphi) & 1 \\ -\sin(\varphi) & \cos(\varphi) & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \tag{15}$$

где σ_{ij}^{cyl} и σ_{ij} — компоненты тензора напряжений в цилиндрической (r, φ, z) и декартовой (x, y, z) системе координат соответственно.

Для проверки сходимости решения была проведена серия численных экспериментов с заданной пространственной сеткой и различным значением шага по времени $\Delta t = 1,\ 2,\ 4,\ 8$ секунд. Было установлено, что максимальное различие в значениях модуля вектора перемещений для временным шагов 4 и 8 секунд составило 8.5%. Различие в значениях $|u|$ для временных шагов 1 и 2 секунды составило 0.08%. Далее в расчетах, представленных в статье, использована пространственная сетка $100 \times 100 \times 100$ с шагом по времени в 1 секунду и с соответствующем изменением температуры внутренней поверхности на заданное количество градусов.

Начальная температура цилиндра $T_0 = 300$ K. $L = 0.08$ m, $a = 0.01$ m, $b = 0.05$ m, $k = \text{const} = 8 \cdot 10^8$ Pa, $\eta = 4 \cdot 10^{-5}$ m^2/s, $\lambda = 91 \cdot 10^9$ Pa, $\mu = 42 \cdot 10^9$ Pa. Использовались параллельные вычисления на двадцати процессорах. Было произведено разбиение на равные по длине домены вдоль оси Z. Физическое время расчета 1000000 ячеек за 100

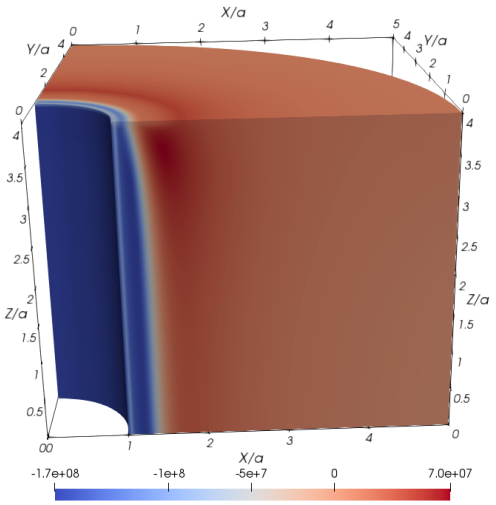

Рис. 5. Напряжение $\sigma^{\text{cyl}}_{\varphi\varphi}$, $t = 60$.

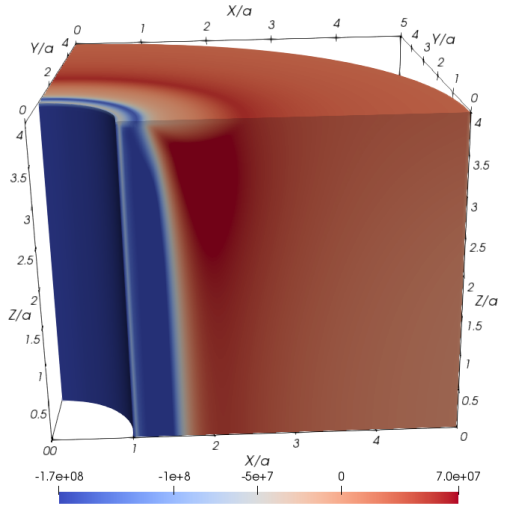

Рис. 6. Напряжение $\sigma^{\text{cyl}}_{\varphi\varphi}$, $t = 120$.

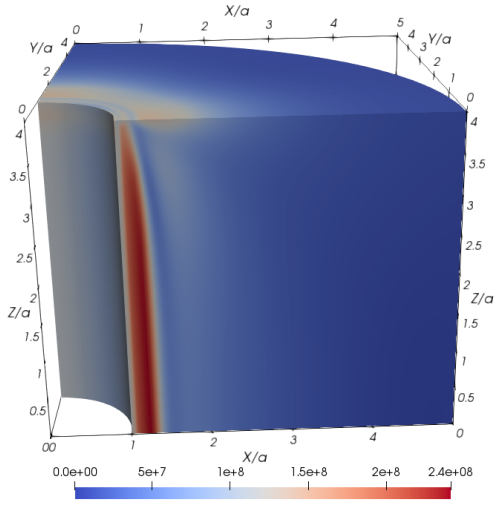

Рис. 7. Эквивалентное напряжение, $t = 60$.

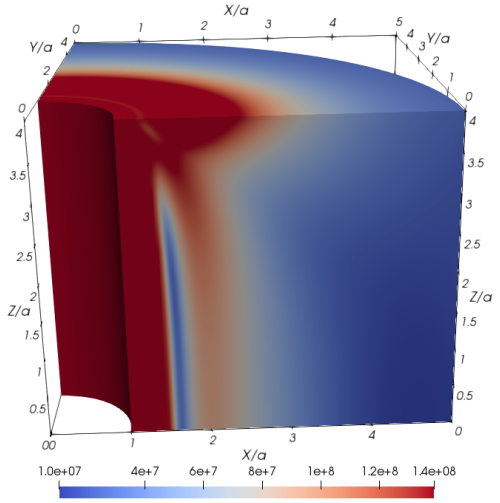

Рис. 8. Эквивалентное напряжение, $t = 120$.

временных шагов составило от 20 до 30 минут в зависимости от размеров областей необратимого деформирования на финальном шаге в каждом случае.

В рамках рассматриваемой постановки задачи при расчетах были выявлены особенности формирования зон пластического течения в зависимости от скорости нагрева внутренней поверхности. В частности, было показано, что при нагреве внутренней поверхности со скоростями из промежутка $2 < \partial_t T < 4$ K/s в окрестности внутренней поверхности формируется область течения, положение которой в радиальном направлении достигает максимума на плоскости симметрии, перпендикулярной оси Z ($Z = 0$).

Так же был исследован диапазон скоростей $5 < \dot{T} < 12$ K/s, при котором при развитии процесса необратимого деформирования на внутренней поверхности появляются зоны пластического течения на торцевых поверхностях. Возникновение таких зон (Рис. 5–8) замедляет продвижение упругопластической границы в радиальном направлении от внутреннего радиуса к внешнему. При $\dot{T} > 12$ K/s появляется третья зона течения на внешней поверхности. Интенсивность процесса необратимого деформирования вблизи торцевых поверхностей пропорционально температурному градиенту в радиальном направлении и зависит от длины цилиндра.

На Рис. 1–8 представлены распределения температурных напряжений, рассчитанных при различных временных параметрах. Максимальные значения эквивалентного напряжения соответствуют зоне необратимого деформирования.

5. Заключение.

Проведено численное моделирование процесса необратимого деформирование полого упругопластического цилиндра, подверженного неравномерному нестационарному тепловому воздействию. Алгоритм расчета реализован в среде OpenFOAM. Исследованы особенности формирования нестационарных полей температурных напряжений в рамках трехмерной постановки. Показано, что учет свободного теплового расширения на торцевых поверхностях цилиндра существенным образом влияет на формирование полей температурных напряжений и необратимых деформаций в условиях высоких нестационарных тепловых градиентов.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Akinlabi ET, Akinlabi SA. Effect of heat input on the properties of dissimilar friction stir welds of aluminium and copper // American Journal of Materials Science. 2012. Т. 2, № 5. С. 147–152.

[2] Scanning velocity influence on microstructure, microhardness and wear resistance performance of laser deposited Ti6Al4V/TiC composite / RM Mahamood, ET Akinlabi, M Shukla [и др.] // Materials & design. 2013. Т. 50. С. 656–666.

[3] Mahamood RM, Akinlabi ET. Functionally graded materials. Springer, 2017.

[4] Дац Е. П., Мокрин С. Н., Мурашкин Е. В. Расчет накопленной остаточной деформации в процессе «нагрева-охлаждения» упругопластического шара // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2012. № 4. С. 250–264.

[5] Murashkin E., Dats E. Applications of Multi-Physics Modelling for Simulations of Thermo-Elastic-Plastic Materials // Fourth International Conference on Mathematics and Computers in Sciences and in Industry. Corfu Island, Greece, 24 - 27 Aug, 2017: Conference Publishing Services of IEEE, 2018. P. 76–80.

[6] Murashkin E., Dats E. Thermal Residual Stresses Computing in Elastic-Plastic Ball with Rigid Inclusion under Heat Treatments // Lecture Notes in Engineering and Computer Science. 2018. Vol. 2235. P. 811–814.

[7] Murashkin E. V., Dats E. P., Klindukhov V. V. Numerical Analysis of the Elastic-Plastic Boundaries in the Thermal Stresses Theory Frameworks // Journal of Physics: Conf. Series. 2017. Vol. 937. p. 012060.

[8] Dats E., Stadnik N., Murashkin E. On a Multi-Physics Modelling Framework for Thermo-elastic-plastic Materials Processing // Procedia Manufacturing. 2017. Vol. 7. P. 427–434.

[9] Dats E., Stadnik N., Murashkin E. On Heating of Thin Circular Elastic-plastic Plate with the Yield Stress Depending on Temperature // Procedia Engineering. 2017. Vol. 173. P. 891–896.

[10] Murashkin E., Dats E. Piecewice Linear Yield Criteria in the Problems of Tmermoplasticity // IAENG International Journal of Applied Mathematics. 2017. Vol. 47. P. 261 – 264.

[11] Dats E., Mokrin S., Murashkin E. Calculation of the Residual Stresses of Hollow Cylinder under Unsteady Thermal Action // Lecture Notes in Engineering and Computer Science. 2015. Vol. 2218. P. 1043–1046.

[12] Dats E., Murashkin E. On Unsteady Heat Effect in Centre of the Elastic-Plastic Disk // Lecture Notes in Engineering and Computer Science. 2016. Vol. 2223. P. 69–72.
[13] Tang T. Implementation of solid body stress analysis in OpenFOAM. A course at Chalmers University of Technology, 2013.
[14] Burenin A. A., Dats E. P., Murashkin E. V. Formation of the residual stress field under local thermal actions // Mechanics of Solids. 2014. Mar. T. 49, № 2. C. 218–224. URL: https://doi.org/10.3103/S0025654414020113.
[15] Горшков С. А., Дац Е. П., Мурашкин Е. В. Расчет плоского поля температурных напряжений в условиях пластического течения и разгрузки // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2014. № 3. С. 169–175.
[16] Садовская О. В. Численное решение пространственных динамических задач моментной теории упругости с граничными условиями симметрии // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2017. Т. 173. С. 891–896.
[17] https://github.com/aceberg9/myspace/tree/master/tpFoam.
[18] Bower A. Applied Mechanics of Solids. Taylor & Francis, 2009.

S. A. Gorshkov, E. P. Dats, E. V. Murashkin

AN APPROACH OF SIMULATION OF THE PROCESSES OF TEMPERATURE STRESSES FORMATION BY OPENFOAM

Institute of Automatics and Control Processes FEB RAS, Vladivostok, Russia

Institute of Applied Mathematics FEB RAS, Vladivostok, Russia

Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of RAS, Moscow, Russia

Abstract. Using the OpenFOAM numerical simulation environment, an algorithm for calculating the process of irreversible material deformation is implemented within the framework of the theory of temperature stresses, taking into account the connectedness of the temperature fields and plastic deformations. The three-dimensional problem of the irreversible deformation of an elastoplastic cylinder subjected to an unsteady thermal gradient is solved. The influence of the rate of change of the thermal field on the formation of the stress-strain state of the material is investigated.

Keywords: thermal stress, ideal plasticity, yield, heat conduction, thermoelasticity

REFERENCES

[1] Akinlabi ET, Akinlabi SA. Effect of heat input on the properties of dissimilar friction stir welds of aluminium and copper // American Journal of Materials Science. 2012. Т. 2, № 5. С. 147–152.

[2] Scanning velocity influence on microstructure, microhardness and wear resistance performance of laser deposited Ti6Al4V/TiC composite / RM Mahamood, ET Akinlabi, M Shukla [и др.] // Materials & design. 2013. Т. 50. С. 656–666.

[3] Mahamood RM, Akinlabi ET. Functionally graded materials. Springer, 2017.

[4] Dats E.P., Mokrin S.N., Murashkin E.V. Calculation of accumulated residual deformation in the process of "heating-cooling"of an elastoplastic ball // Bulletin of the I.Ya. Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Series: Limit State Mechanics. 2012. № 4. С. 250–264.

[5] Murashkin E., Dats E. Applications of Multi-Physics Modelling for Simulations of Thermo-Elastic-Plastic Materials // Fourth International Conference on Mathematics and Computers in Sciences and in Industry. Corfu Island, Greece, 24 - 27 Aug, 2017: Conference Publishing Services of IEEE, 2018. P. 76–80.

[6] Murashkin E., Dats E. Thermal Residual Stresses Computing in Elastic-Plastic Ball with Rigid Inclusion under Heat Treatments // Lecture Notes in Engineering and Computer Science. 2018. Vol. 2235. P. 811–814.

Gorshkov Sergei Aleksandrovich
`e-mail:` aceberg93@ya.ru, Engineer, Institute of Automatics and Control Processes of FEB RAS, Vladivostok, Russia
Dats Evgeniy Pavlovich
`e-mail:` dats@dvo.ru, PhD, Researcher, Institute of Applied Mathematics of FEB RAS, Vladivostok, Russia
Murashkin Evgenii Valerievich
`e-mail:` murashkin@ipmnet.ru, PhD, Senior Researcher, Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of RAS, Moscow, Russia
This work was supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (state registration number AAAA-A20-120011690132-4) and RFBR projects (18-01-00844, 20-01-00666), and financial support of the SA (NRF) / RUSSIA (RFBR) joint science and technology research collaboration (project No. RUSA180527335500/19-51-60001)

[7] Murashkin E. V., Dats E. P., Klindukhov V. V. Numerical Analysis of the Elastic-Plastic Boundaries in the Thermal Stresses Theory Frameworks // Journal of Physics: Conf. Series. 2017. Vol. 937. p. 012060.

[8] Dats E., Stadnik N., Murashkin E. On a Multi-Physics Modelling Framework for Thermo-elastic-plastic Materials Processing // Procedia Manufacturing. 2017. Vol. 7. P. 427–434.

[9] Dats E., Stadnik N., Murashkin E. On Heating of Thin Circular Elastic-plastic Plate with the Yield Stress Depending on Temperature // Procedia Engineering. 2017. Vol. 173. P. 891–896.

[10] Murashkin E., Dats E. Piecewice Linear Yield Criteria in the Problems of Tmermoplasticity // IAENG International Journal of Applied Mathematics. 2017. Vol. 47. P. 261 – 264.

[11] Dats E., Mokrin S., Murashkin E. Calculation of the Residual Stresses of Hollow Cylinder under Unsteady Thermal Action // Lecture Notes in Engineering and Computer Science. 2015. Vol. 2218. P. 1043–1046.

[12] Dats E., Murashkin E. On Unsteady Heat Effect in Centre of the Elastic-Plastic Disk // Lecture Notes in Engineering and Computer Science. 2016. Vol. 2223. P. 69–72.

[13] Tang T. Implementation of solid body stress analysis in OpenFOAM. A course at Chalmers University of Technology, 2013.

[14] Burenin A. A., Dats E. P., Murashkin E. V. Formation of the residual stress field under local thermal actions // Mechanics of Solids. 2014. Mar. T. 49, № 2. C. 218–224. URL: https://doi.org/10.3103/S0025654414020113.

[15] Gorshkov S. A., Dats E. P., Murashkin E. V. Calculation of a flat field of temperature stresses under conditions of plastic flow and unloading // Bulletin of the I.Ya. Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Series: Limit State Mechanics. 2014. № 3. C. 169–175.

[16] Sadovskaya O. V. Numerical solution of spatial dynamic problems of the moment theory of elasticity with boundary conditions of symmetry // J. calc. mat. and mat. physical. 2017. T. 173. C. 891–896.

[17] https://github.com/aceberg9/myspace/tree/master/tpFoam.

[18] Bower A. Applied Mechanics of Solids. Taylor & Francis, 2009.