

М. Ф. Аноп, Е. В. Мурашкин

О РАСЧЕТЕ ОПТИМАЛЬНОГО ЗНАЧЕНИЯ НАГРУЖАЮЩЕГО УСИЛИЯ В УСЛОВИЯХ МЕДЛЕННОГО КРИПА В ОКРЕСТНОСТИ ОДИНОЧНОГО МИКРОДЕФЕКТА

Библиотека академии наук РАН, г. Санкт-Петербург, Россия

Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН, г. Москва, Россия

Аннотация. В работе рассматривается проблема расчета величин оптимального нагружающего усилия при деформировании материала в условиях медленного крипа. Решение краевой задачи строится в рамках модели больших упругоползучих деформаций. Полученное численное решение используется для поиска оптимального процесса нагружения необходимого для достижения заданного размера одиночного микродефекта. Поиск оптимального решения проводится на множестве полиномов сетепни 5 методом полного перебора. Полученное решение анализируется графически и сравнивается с ранее полученными результатами.

Ключевые слова: медленный крип, микродефект, остаточное напряжение, большие деформации, целевая функция, полный перебор

DOI: 10.37972/chgpu.2020.43.1.015

УДК: 539.374

1. Предварительные замечания.

Современная технологическая практика активно использует методы обработки конструкционных материалов и метаматериалов давлением в условиях медленного крипа при повышенных температурах рабочей среды [1, 2, 3]. Полученные в результате такой обработки материалы обладают функционально-градиентными свойствами, а возникающие в изделии остаточные технологические напряжения требуют особой точности

© Анов М. Ф., Мурашкин Е. В. 2020

Аноп Максим Федорович

e-mail: manop@dvo.ru, младший научный сотрудник, Библиотека академии наук РАН, г. Санкт-Петербург, Россия.

Мурашкин Евгений Валерьевич

e-mail: murashkin@ipmnet.ru, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН, г. Москва, Россия.

Работа выполнена в рамках государственного задания (№ госрегистрации АААА-А20-120011690132-4) и при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований проекты № 18-01-00844, № 19-51-60001.

Поступила 25.02.2020

расчетов и адекватности подходов математического моделирования. Зачастую исследования проводятся в рамках теории упругости, что ограничивает классы используемых в технологической практике структур, материалов и физикохимических процессов. Анализ аддитивных технологий производства функционально-градиентных материалов не основан на современных методах механики аддитивных технологий и процессов роста, что может привести к принципиальным ошибкам. Развитие идей современной механики наращиваемых тел обсуждаются в публикациях [4, 5, 6]. Отметим, что медленный крип (ползучесть) материалов при повышенных температурах не описывается линейными теориями.

При моделировании поведения материалов на этапе установившейся ползучести можно трактовать его как нелинейно вязкое. Однако, использование существующих нелинейных моделей затруднено отсутствием соответствующего математического аппарата. Особенно это характерно для стадии неустановившейся ползучести. В теории идеальной пластичности некоторый прогресс был достигнут на основе использования кусочно-линейных потенциалов скоростей деформаций. Д.Д. Ивлевым и Г.И. Быковцевым было замечено [7], что таким же способом может быть построена теория упругости и динамика вязкой жидкости. Г.И. Быковцевым [8] была указана подобная возможность для моделирования необратимого моделирования материалов.

В качестве математической модели примем модель больших упругопластических деформаций подробно изложенную в серии публикаций [9, 10, 11], приняв обозначения принятые в них. Указанная модель была обобщена на случай учета свойств медленного крипа [12, 13]. В работах [14, 15, 16] были получены решения ряда краевых задач разрабатываемой теории. По результатам численных экспериментов были сформулированы оптимизационные задачи и получены результаты методами Монте-Карло и роя пчел [17, 18]. В настоящей работе проведен поиск оптимального решения методом полного перебора и сравним результаты с ранее полученными.

2. Постановка оптимизационной задачи. Формальная постановка оптимизационной задачи для рассматриваемой краевой можно сформулировать следующим образом: найти минимальные внешние нагрузки, которые нужно симметрично прикладывать к поверхности тела так, чтобы в конечный момент времени размер микropoppy в центре имел заданное значение. Математически это можно записать следующим образом. Рассмотрим функционал

$$J(\varphi(\cdot)) = \max_{s(\cdot)} P(\varphi(\cdot)) = \int_{s(\cdot)}^{R(\cdot)} \frac{\Sigma(e_{rr}, e_{\theta\theta})}{r} dr.$$

И следующую оптимизационную задачу $J(\varphi(\cdot)) \rightarrow \inf$, при условии, что функция, определяющая параметры процесса деформирования материала

$$f(t) = 269 \cdot 10^{-7} \left(1 - \exp \left(\int_0^t \left(\sum_{i=2}^5 \alpha_i \tau^i \right)^2 d\tau \right) \right)$$

Определяется полиномом пятой степени с неизвестными коэффициентами, принадлежащими интервалу $\alpha_i \in [-2; 2]$. То есть, по сути, требуется найти набор коэффициентов α_i , доставляющих минимум заданному функционалу.

Таким образом поставленную задачу можно рассматривать как пример задачи дискретной оптимизации. Целевая функция вычисляется численно и это накладывает

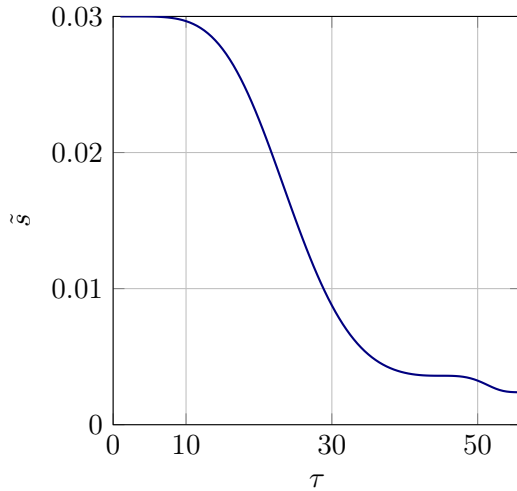


Рис. 1. Оптимальный радиус

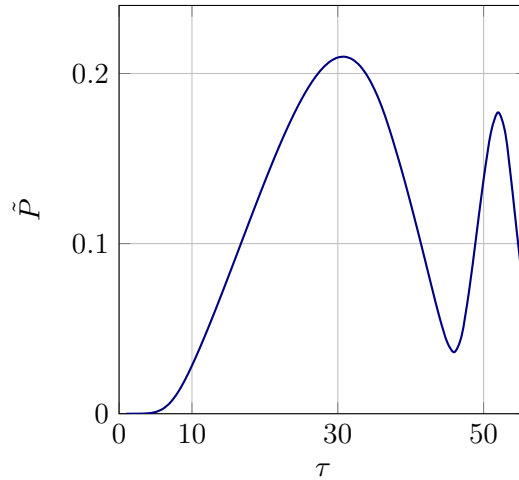


Рис. 2. Оптимальное давление

серьезные ограничения на выбор оптимизационного метода – невозможно использование методов порядка выше нулевого.

Представим множество допустимых решений задачи

$$\Omega = \{(\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5) | \alpha_i \in [-2; 2]\}.$$

в виде конечного множества: 5-мерного куба в пространстве коэффициентов α , разбитого на равномерные интервалы сеткой с выбранным шагом h . От размера шага сетки и зависит точность метода и количество проверяемых элементов.

3. Ход решения поставленной задачи. Для решения поставленной оптимизационной задачи воспользуемся наиболее простым и универсальным алгоритмом перебора (brute force algorithm). Данный метод является наиболее простым для реализации и гарантирующим с определенной точностью, что будет найден наилучший результат.

При его использовании определяется значение целевой функции для всех возможных наборов коэффициентов полинома на заданной сетке. До последнего времени их широкому использованию мешала их вычислительная сложность. Появление многоядерных процессоров и ускорителей позволяет снизить остроту этой проблемы и расширить область применения алгоритмов перебора. Вычислительный процесс строится довольно просто.

Алгоритм поиска решения оптимизационной задачи:

Шаг 1. Генерация набора коэффициентов полинома – узел построенной сетки.

Шаг 2. Вычисление значения целевой функции и проверка на оптимальность.

Эти шаги повторяются, пока не будут перебраны все возможные комбинации значений коэффициентов полинома.

На рисунках 1-2 показаны, найденные в результате полного перебора, оптимальные значения нагружающего усилия и размеров микрополости.

На рисунке 3 приведен график сходимости метода полного перебора. Примерно через 1500 итераций метод сошелся к оптимальному значению целевой функции 0.20961.

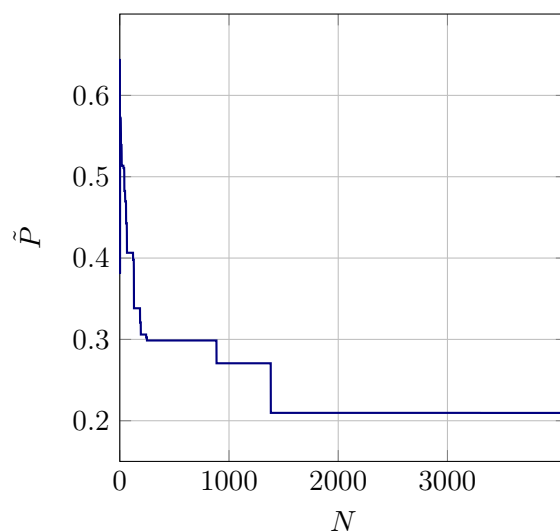


Рис. 3. Сходимость метода полного перебора

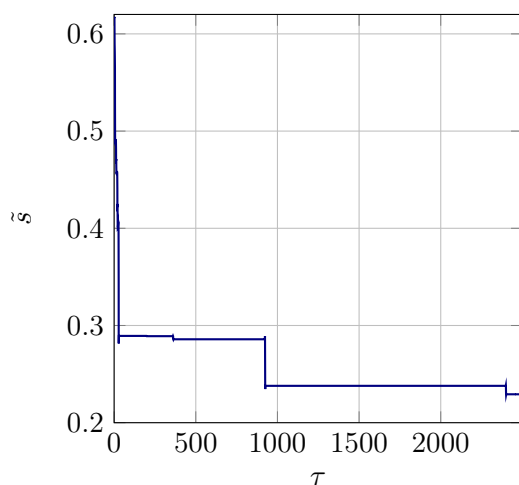


Рис. 4. Оптимальный радиус

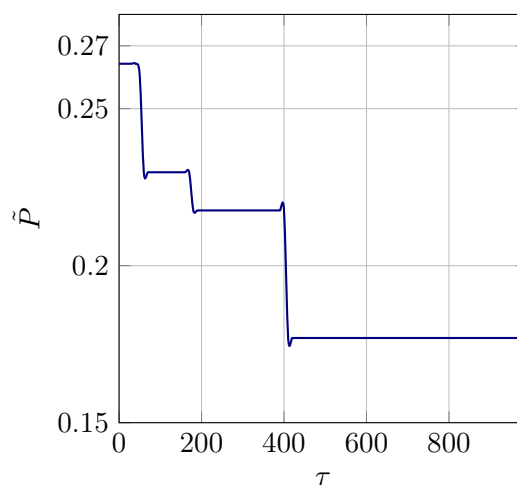


Рис. 5. Сходимость метода роя пчел

Анализ полученных результатов. На рисунках 4, 5 представлены графики сходимости методов случайного поиска и роя пчел, использовавшиеся для нахождения оптимального решения ранее [?].

Как видно из графиков методы случайного поиска, к которым можно отнести и метод роя пчел обладают большей вычислительной эффективностью и сходятся к оптимальному решению за меньшее число итераций. Однако, рассмотренный вариант решения оптимизационной задачи все же обладает рядом достоинств, и его использование для решения данной задачи обосновано. Достоинства метода полного перебора в

том, что он позволяет гарантированно найти глобальный экстремум с заданной точностью. Недостаток оптимизационного алгоритма – высокая вычислительная трудность, растущая экспоненциально в зависимости от выбора шага сетки и количества искоемых оптимальных коэффициентов полинома.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Akinlabi E.T., Akinlabi S.A. Effect of heat input on the properties of dissimilar friction stir welds of aluminium and copper // *American Journal of Materials Science*. 2012. Т. 2, № 5. С. 147–152.
- [2] Scanning velocity influence on microstructure, microhardness and wear resistance performance of laser deposited Ti6Al4V/TiC composite / R.M. Mahamood, E.T. Akinlabi, M. Shukla [и др.] // *Materials & design*. 2013. Т. 50. С. 656–666.
- [3] Mahamood R.M., Akinlabi E.T. *Functionally graded materials*. Springer, 2017.
- [4] Murashkin E.V., Radayev Yu.N. On a differential constraint in asymmetric theories of mechanics of growing solids // *Izv. Ros. Akad. Nauk Mekh. Tv. Tela*. 2019. № 6. С. 38–46.
- [5] Murashkin E.V., Radayev Yu.N. On a class of constitutive equations on a growing surface // *Vestn. ChGPU I.Ya. Yakovleva. Ser. Lim. St. Mech*. 2019. № 3(41). С. 11–29.
- [6] Murashkin E.V., Radayev Yu.N. On a differential constraint in the continuum theory of growing solids // *J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. Math. Sci*. Т. 23.
- [7] Быковцев Г. И. Ивлев Д. Д. *Теория пластичности*. Владивосток: Дальнаука, 1998. 528 с.
- [8] Быковцев Г.И. Общие свойства уравнений нелинейной теории упругости при кусочно-линейных потенциалах // *Прикладная математика и механика*. 1996. Т. 6, № 3. С. 505–515.
- [9] Быковцев Г.И., Шитиков А.В. Конечные деформации упругопластических сред // *Докл. АН СССР*. Т. 311. 1990. С. 59–62.
- [10] Ковтаниук Л.В., Шитиков А.В. О теории больших упругопластических деформаций материалов при учете температурных и реологических эффектов // *Вестник Дальневосточного отделения Российской академии наук*. 2006. № 4.
- [11] Буренин А. А. Ковтаниук Л. В. Большие необратимые деформации и упругое последствие. Владивосток: Дальнаука, 2013. 312 с.
- [12] Bazhin A.A., Murashkin E.V. Creep and stress relaxation in the vicinity of a micropore under the conditions of hydrostatic loading and unloading // *Doklady Physics / Springer*. Т. 57. 2012. С. 294–296.
- [13] Bazhin A.A., Burenin A.A., Murashkin E.V. Simulation of the process of the accumulation of large irreversible deformations under plastic flow and creep conditions // *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 2016. Т. 80, № 2. С. 182–189.
- [14] Мурашкин Е.В. Расчет параметров нагружения полого шара в условиях больших упругоползучих деформаций // *Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия Математика. Механика. Информатика*. 2014. Т. 14, № 1.
- [15] Аноп М.Ф., Балашникова А.В., Мурашкин Е.В. О методах расчета оптимальных остаточных напряжений в окрестности дефекта сплошности в модели больших упругоползучих деформаций // *Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния*. 2015. № 4. С. 125–133.
- [16] Anop M., Murashkin E. On the pressure calculation by the zero-order optimization method for the elastocreep material with microdefect // *Topical problems of continuum mechanics*. 2015. С. 422–426.
- [17] The Methods for Optimum Pressure Computing in Elastic-Creep Microdefect Materials / M. Anop, E. Murashkin, V. Mikhailichuk [и др.] // *Transactions on Engineering Technologies*. Springer, 2016. С. 83–94.
- [18] Anop M., Murashkin E., Polonik M. On Zero-Order Optimization in Problem of the Pressure Computing in Finite Elastic-Creep Deformations // *Key Engineering Materials / Trans Tech Publ*. Т. 685. 2016. С. 300–304.

M. F. Anop, E. V. Murashkin

ON THE CALCULATION OF THE OPTIMAL VALUE OF THE LOADING FORCE IN THE CONDITIONS OF A SLOW CREEP IN THE VICINITY OF A SINGLE MICRODEFECT

*Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of the Russian Academy of Sciences,
101, korp. 1, pr. Vernadskogo, Moscow, 119526, Russian Federation.*

Abstract. In the paper the problem of calculating of the optimal loading pressure during material deformation under creep is considered. The solution of the boundary-value problem is constructed within the frameworks of the model of large elastic-creep deformations. The obtained numerical solution is used to find the optimal loading process necessary to achieve a given size of a single microdefect. The search for the optimal solution is carried out on the set of 5–order polynomials by a brute-force search. The resulting solution is analyzed graphically and compared with previously obtained results.

Keywords: creep, microdefect, residual stress, large deformations, objective function, exhaustive search

REFERENCES

- [1] Akinlabi E., Akinlabi S. Effect of heat input on the properties of dissimilar friction stir welds of aluminium and copper // American Journal of Materials Science. 2012. Vol. 2, no. 5. P. 147–152.
- [2] Scanning velocity influence on microstructure, microhardness and wear resistance performance of laser deposited Ti6Al4V/TiC composite / R. Mahamood, E. Akinlabi, M. Shukla et al. // Materials & design. 2013. Vol. 50. P. 656–666.
- [3] Mahamood R., Akinlabi E. Functionally graded materials. Springer, 2017.
- [4] Murashkin E., Radayev Y. On a differential constraint in asymmetric theories of mechanics of growing solids // Izv. Ros. Akad. Nauk Mekh. Tv. Tela. 2019. no. 6. P. 38–46.
- [5] Murashkin E., Radayev Y. On a class of constitutive equations on a growing surface // Vestn. ChGPU I.Ya. Yakovleva. Ser. Lim. St. Mech. 2019. no. 3(41). P. 11–29.
- [6] Murashkin E.V., Radayev Yu.N. On a differential constraint in the continuum theory of growing solids // J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. Math. Sci. T. 23.
- [7] Bykovtsev G.I. I. D. Plasticity theory. Vladivostok: Dalnauka, 1998. 528 p.
- [8] Bykovtsev G. General properties of equations of the nonlinear theory of elasticity at piecewise linear potentials // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. 1996. Vol. 6, no. 3. P. 505–515.
- [9] Bykovtsev G., Shitikov A. Finite deformations of elastoplastic media // Doc. USSR Academy of Sciences. Vol. 311. 1990. P. 59–62.
- [10] Kovtanyuk L., Shitikov A. On the theory of large elastoplastic deformations of materials with allowance for temperature and rheological effects // Bulletin of the Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences. 2006. no. 4.

Maxim F. Anop, Researcher, The Library of the Russian Academy of Sciences, Birzhevaya liniya, 1, Saint-Petersburg, 190034, Russian Federation.

Evgenii V. Murashkin, Cand. Phys. & Math. Sci., PhD, MD, Senior Researcher, Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of the Russian Academy of Sciences, 101, korp. 1, pr. Vernadskogo, Moscow, 119526, Russian Federation.

This work was supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (state registration number AAAA-A20-120011690132-4) and RFBR projects (18-01-00844, 20-01-00666), and financial support of the SA (NRF) / RUSSIA (RFBR) joint science and technology research collaboration (project No. RUSA180527335500/19-51-60001)

- [11] Burenin A.A. K. L. Large irreversible deformations and elastic aftereffect. Vladivostok: Dalnauka, 2013. 312 p.
- [12] Bazhin A., Burenin A., Murashkin E. Simulation of the process of the accumulation of large irreversible deformations under plastic flow and creep conditions // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. 2016. Vol. 80, no. 2. P. 182–189.
- [13] Bazhin A., Murashkin E. Creep and stress relaxation in the vicinity of a micropore under the conditions of hydrostatic loading and unloading // Doklady Physics / Springer. Vol. 57. 2012. P. 294–296.
- [14] Murashkin E. Calculation of the loading parameters of a hollow ball under conditions of large elastic creeping deformations // News of the Saratov University. New series. Series Mathematics. Mechanics. Computer science. 2014. Vol. 14, no. 1.
- [15] Anop M., Balashnikova A., Murashkin E. On methods for calculating optimal residual stresses in the vicinity of a continuity defect in a model of large elastic creeping strains // Bulletin of the I.Ya Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Series: Limit Mechanics. 2015. no. 4. P. 125–133.
- [16] Anop M., Murashkin E. On the pressure calculation by the zero-order optimization method for the elastocreep material with microdefect // Topical problems of continuum mechanics. 2015. P. 422–426.
- [17] The Methods for Optimum Pressure Computing in Elastic-Creep Microdefect Materials / M. Anop, E. Murashkin, V. Mikhlichuk et al. // Transactions on Engineering Technologies. Springer, 2016. P. 83–94.
- [18] Anop M., Murashkin E., Polonik M. On Zero-Order Optimization in Problem of the Pressure Computing in Finite Elastic-Creep Deformations // Key Engineering Materials / Trans Tech Publ. Vol. 685. 2016. P. 300–304.