

Д. В. Гоцев, А. Е. Бунтов, Н. С. Перунов

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ КРЕПИ ВЕРТИКАЛЬНОГО ШАХТНОГО СТВОЛА С УЧЕТОМ НАЧАЛЬНОЙ ПОРИСТОСТИ МАТЕРИАЛА И УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ СЖАТОГО СКЕЛЕТА

Военный учебно-научный центр военно-воздушных сил "Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина

Воронежский государственный университет

Аннотация. Построена математическая модель, описывающая напряженно-деформированное состояние монолитной крепи вертикального шахтного ствола для материалов с пористой структурой, сжатый скелет которой обладает упрочняющимися упругопластическими свойствами. Деформирование пористой среды под действием заданных равномерно распределенных сжимающих нагрузок разделяется на два взаимосвязанных этапа: упругое деформирование пористой среды и неупругое деформирование сжатой матрицы. Задача нахождения напряженно-деформированного состояния крепи вертикальной выработки с круговой формой поперечного сечения на каждом этапе деформирования решается в рамках плоского деформированного состояния. При этом не учитываются эффекты, связанные с тем, что выработка имеет конечную глубину. Получены соотношения, определяющие поля напряжений и перемещений на первом этапе деформирования. Определена зависимость нагрузок, при которых начальная пористость материала достигает во всей области крепи нулевого значения. На втором этапе выведены аналитические выражения для нахождения напряженно-деформированных состояний в упругой и пластической зонах деформирования сжатого скелета, а так же получено уравнение для определения упругопластической границы. При этом в качестве условий совместности выбирались условия непрерывности компонент напряжений и перемещений на упругопластической границе, а также равенство нулю пластических деформаций на ней. Дана оценка влияния на величину границы раздела сред упругого и пластического деформирования начальной пористости и предела текучести материала. Построены графики зависимостей компонент напряжений от координаты при различных значениях величины начального раствора пор и других физико-механических и геометрических параметров материала и конструкции.

Ключевые слова: пористые материалы при неупругой работе сжатого скелета, монолитная крепь, вертикальная выработка, напряженно-деформированное состояние

УДК: 539.374

Определение напряженно-деформированного состояния крепей подземных выработок является первым этапом решения задачи устойчивости подземных сооружений. В отличие от работы [1], где исследуется локальная потеря устойчивости некруговых выработок при неупругой работе массива горных пород в настоящей работе исследуется вопрос об определении

полей напряжений и перемещений монолитной крепи вертикального шахтного ствола глубокого заложения. При этом материал крепи моделируется пористой средой, сжатый скелет которой обладает одновременно упругими и пластическими свойствами.

Деформирование пористого материала с начальным раствором пор ε_0 — можно разделить на два взаимосвязанных этапа [2]. Первый — упругое деформирование сжимаемой пористой среды, второй — неупругое деформирование сжатого скелета с упрочняющимися упругопластическими свойствами. Связь между напряжениями и деформациями на первом этапе деформирования берется в виде закона Гука для сжимаемого тела

$$\sigma_j^\beta = \begin{cases} \lambda_1 \varepsilon_\alpha^c g_j^\beta + 2\mu_1 \varepsilon_j^c, \\ -\varepsilon_\alpha^c < \varepsilon_0. \end{cases} \quad (1)$$

где g_j^β , σ_j^β , ε_j^c смешанные компоненты метрического тензора, тензора напряжений и тензора упругих деформаций соответственно, λ_1 , μ_1 — параметры Ламе сжимаемого тела.

На втором этапе упругие деформации сжатого скелета подчиняются закону Гука для несжимаемого тела [3]

$$S_j^\beta = \begin{cases} 2(\mu_0 + \mu_1) \varepsilon_j^c - 2\mu_0 (\varepsilon_j^c)_0 + \frac{2}{3} \mu_1 \varepsilon_0 g_j^\beta, \\ -\varepsilon_\alpha^c = \varepsilon_0. \end{cases} \quad (2)$$

где S_j^β — компоненты тензора дивергента напряжений; $(\varepsilon_j^c)_0$ — компоненты тензора упругих деформаций, вычисленные на момент полного сжатия пор, то есть при выполнении условия $\varepsilon_\alpha^c = -\varepsilon_0$; $\mu_0 + \mu_1$ — модуль сдвига несжимаемого тела.

В зоне пластического деформирования сжатого скелета будем использовать модель несжимаемого упрочняющегося упругопластического тела [4] с поверхностью нагружения

$$F = \left(S_j^\beta - c \varepsilon_j^{p\beta} \right) \left(S_\beta^j - c \varepsilon_\beta^{pj} \right) - k^2, \quad (3)$$

где $\varepsilon_j^{p\beta}$ — компоненты тензора пластических деформаций, c — коэффициент упрочнения, k — предел текучести материала.

Полная деформация в пластической зоне складывается из упругой и пластической составляющих

$$\varepsilon_j^\beta = \varepsilon_j^c + \varepsilon_j^{p\beta}, \quad (4)$$

причем пластическая и упругая составляющие объемной деформации соответственно удовлетворяют условиям несжимаемости

$$\varepsilon_{nn}^p = 0, \varepsilon_{nn}^c = -\varepsilon_0. \quad (5)$$

В (2), (4), (5) и далее индексы "e" и "p" сверху величин обозначают их принадлежность соответственно к упругой и пластической зонам деформирования сжатого скелета.

Ниже рассмотрим задачу определения напряженно-деформированного состояния (далее НДС) цилиндрического тела (рисунок 1), являющегося крепью вертикального шахтного ствола. Обозначим через b и a соответственно внешний и внутренний радиусы крепи. Действие массива горных пород на крепь заменим сжимающей нагрузкой интенсивностью q_b , равномерно распределенной по внешней поверхности. Сжимающая нагрузка интенсивностью q_a равномерно распределенная по внутренней поверхности моделирует собой давление жидкости или газа на крепь.

Для такого рода задач можно предположить [5], что при определении НДС не учитываются эффекты связанные с тем, что выработка имеет конечную глубину.

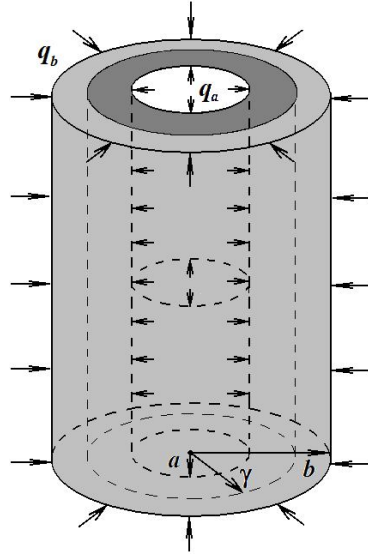


Рис. 1. Монолитная крепь вертикального шахтного ствола под действием радиального сжатия

НДС монолитной крепи вертикального шахтного ствола в рамках плоского деформированного состояния в цилиндрической системе координат (r, θ, z) будем моделировать следующими соотношениями геометрически линейной теории

– уравнение равновесия

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0; \quad (6)$$

– соотношения Коши

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr}, \varepsilon_\theta = \frac{u}{r}, \quad (7)$$

где u – радиальная составляющая вектора перемещений;

– граничные условия в напряжениях

$$\sigma_r|_{r=b} = -q_b, \sigma_r|_{r=a} = -q_a (q_a > 0, q_b > 0) \quad (8)$$

Связь между напряжениями и деформациями при упругом деформировании пористой среды возьмем в виде соотношений (1), которые при принятых допущениях переписуются в форме

$$\begin{aligned} \sigma_r &= (\lambda_1 + 2\mu_1)\varepsilon_r + \lambda_1\varepsilon_\theta, \sigma_\theta = \lambda_1\varepsilon_r + (\lambda_1 + 2\mu_r)\varepsilon_\theta, \\ \sigma_z &= \lambda_1(\varepsilon_r + \varepsilon_\theta). \end{aligned} \quad (9)$$

Упругие деформации сжатого скелета связаны с напряжениями соотношениями (2), которые в нашем случае примут вид

$$\begin{aligned} s_r &= 2(\mu_0 + \mu_1)\varepsilon_r - 2\mu_0\varepsilon_{r0} + \frac{2}{3}\mu_1\varepsilon_\theta, s_\theta = 2(\mu_0 + \mu_1)\varepsilon_\theta - 2\mu_0\varepsilon_{\theta0} + \frac{2}{3}\mu_1\varepsilon_r, \\ s_z &= \frac{2}{3}\mu_1\varepsilon_\theta. \end{aligned} \quad (10)$$

В (10) и далее индекс "0" внизу компонент деформаций, напряжений и перемещений обозначает, что они вычислены на момент полного сжатия пор.

Функция нагружения (3), соотношения для полных деформаций в пластической зоне сжатого скелета (4), условия несжимаемости (5) в случае плоского деформированного состояния для нашей задачи переписуются соответственно в формах

$$(s_r - c\varepsilon_r^p)^2 + (s_\theta - c\varepsilon_\theta^p)^2 + s_z^2 = 2k^2, \quad (11)$$

$$\varepsilon_r = \varepsilon_r^e + \varepsilon_r^p, \varepsilon_\theta = \varepsilon_\theta^e + \varepsilon_\theta^p, \quad (12)$$

$$\varepsilon_r^e + \varepsilon_\theta^e + \varepsilon_z^e = -\varepsilon_0, \varepsilon_r^p + \varepsilon_\theta^p + \varepsilon_z^p = 0. \quad (13)$$

На границе γ раздела сред упругого и пластического деформирования сжатого скелета должны выполняться условия непрерывности перемещений и напряжений

$$[u]|_{r=\gamma} = 0, [\sigma_r]|_{r=\gamma} = 0, [\sigma_\theta]|_{r=\gamma} = 0. \quad (14)$$

В (14) квадратные скобки обозначают разность значений выражений соответствующих упругой и пластической области на границе $r = \gamma$.

Соотношения (6)–(14) представляют собой математические модели, описывающие НДС монолитной крепи вертикального шахтного ствола на этапах упругого деформирования пористой среды и неупругого деформирования сжатого скелета.

НДС монолитной крепи на первом этапе, то есть при наличии несхлопнутых пор согласно (6)–(9), определяется соотношениями

$$u = \frac{q_b - q_a a^2}{2(\lambda_1 + 1)(a^2 - 1)} \cdot r + \frac{(q_b - q_a)a^2}{2(a^2 - 1)} \cdot \frac{1}{r},$$

$$\varepsilon_r = \frac{q_b - q_a a^2}{2(\lambda_1 + 1)(a^2 - 1)} - \frac{(q_b - q_a)a^2}{2(a^2 - 1)} \cdot \frac{1}{r^2}, \varepsilon_\theta = \frac{q_b - q_a a^2}{2(\lambda_1 + 1)(a^2 - 1)} + \frac{(q_b - q_a)a^2}{2(a^2 - 1)} \cdot \frac{1}{r^2},$$

$$\sigma_r = q_a \cdot \frac{a^2(r^2 - 1)}{r^2(1 - a^2)} + q_b \cdot \frac{a^2 - r^2}{r^2(1 - a^2)}, \sigma_\theta = q_a \cdot \frac{a^2(r^2 + 1)}{r^2(1 - a^2)} - q_b \cdot \frac{r^2 + a^2}{r^2(1 - a^2)},$$

$$\sigma_z = q_a \cdot \frac{\lambda_1 a^2}{(\lambda_1 + 1)(1 - a^2)} - q_b \cdot \frac{\lambda_1}{(\lambda_1 + 1)(1 - a^2)}. \quad (15)$$

В (15) и далее все соотношения записаны в безразмерном виде, при этом все величины имеющие размерность напряжений отнесены к величине μ_1 , а имеющие размерность длины к радиусу b .

Из (15) следует, что объемная деформация при упругом сжатии пор определяется в виде

$$\varepsilon_\alpha^\alpha = \varepsilon_r + \varepsilon_\theta = \frac{q_b - q_a a^2}{(\lambda_1 + 1)(a^2 - 1)}. \quad (16)$$

Следовательно, достижение величины начального раствора пор нулевого значения (иначе - достижение объемной деформацией величины $-\varepsilon_0$) при упругом деформировании материала происходит одновременно во всей крепи под действием нагрузок удовлетворяющих условию

$$q_b = \varepsilon_0(\lambda_1 + 1)(1 - a^2) + q_a \cdot f(\varepsilon_0)a^2, \quad (17)$$

$$\text{где } f(\varepsilon_0) = \begin{cases} 1, \varepsilon_0 \neq 0, \\ 0, \varepsilon_0 = 0. \end{cases}$$

При этом НДС (15) на момент полного закрытия пор переписывается в виде

$$u_0 = -\frac{\varepsilon_0}{2} \cdot r + \frac{(q_a \cdot f(\varepsilon_0) - \varepsilon_0(\lambda_1 + 1))}{2} \cdot \frac{a^2}{r},$$

$$\varepsilon_{r0} = -\frac{\varepsilon_0}{2} - \frac{(q_a \cdot f(\varepsilon_0) - \varepsilon_0(\lambda_1 + 1))}{2} \cdot \frac{a^2}{r^2}, \varepsilon_{\theta 0} = -\frac{\varepsilon_0}{2} + \frac{(q_a \cdot f(\varepsilon_0) - \varepsilon_0(\lambda_1 + 1))}{2} \cdot \frac{a^2}{r^2},$$

$$\sigma_{r0} = -\varepsilon_0(\lambda_1 + 1) - \frac{(q_a \cdot f(\varepsilon_0) - \varepsilon_0(\lambda_1 + 1))a^2}{r^2}, \sigma_{\theta 0} = -\varepsilon_0(\lambda_1 + 1) + \frac{(q_a \cdot f(\varepsilon_0) - \varepsilon_0(\lambda_1 + 1))a^2}{r^2},$$

$$\sigma_{z0} = -\lambda_1 \varepsilon_0. \quad (18)$$

Таким образом, если $q_b < \varepsilon_0(\lambda_1 + 1)(1 - a^2) + q_a \cdot f(\varepsilon_0)a^2$, то полного закрытия пор не происходит и материал ведет себя как сжимаемая упругая среда с параметрами λ_1 , $\mu_1 = 1$, ε_0 .

Если $q_b = \varepsilon_0(\lambda_1 + 1)(1 - a^2) + q_a \cdot f(\varepsilon_0)a^2$, то во всей крепи происходит полное сжатие пор (случай сжатого скелета). А при условии $q_b > \varepsilon_0(\lambda_1 + 1)(1 - a^2) + q_a \cdot f(\varepsilon_0)a^2$ возникнет и будет расти около внутренней поверхности крепи пластическая зона, препятствовать развитию которой будет упрочнение (c) материала, то есть сжатый скелет будет деформироваться как упрочняющаяся несжимаемая упругопластическая среда с параметрами $\mu = 1 + \mu_2$, k , c .

В этом случае сплошная среда разделяется на две зоны – упругую и пластическую, в каждой из которых значения перемещений, деформаций и напряжений в точках среды раскладываются на компоненты:

а) пористого сжатия, определяемыми соотношениями (18);

б) упруго-пластического сжатия (которые для деформаций в пластической зоне в свою очередь складываются из упругих и пластических компонент), определяемыми из решения упругопластической задачи.

НДС сжатого скелета монолитной крепи вертикального шахтного ствола согласно (6)–(14), (18) определяется в виде

- в упругой области ($\gamma < r < 1$)

$$\sigma_r = \chi \gamma^2 \sqrt{k^2 - \frac{1}{3} \varepsilon_0^2} \left(1 - \frac{1}{r^2}\right) - q_b, \sigma_\theta = \chi \gamma^2 \sqrt{k^2 - \frac{1}{3} \varepsilon_0^2} \left(1 + \frac{1}{r^2}\right) - q_b, \quad (19)$$

- в пластической области ($a < r < \gamma$)

$$\begin{aligned} \varepsilon_r^p &= -\varepsilon_\theta^p = \frac{\chi \sqrt{k^2 - \varepsilon_0^2/3}}{c + 2\mu} \left(1 - \frac{\gamma^2}{r^2}\right), \\ \sigma_r &= -q_a + \chi \sqrt{k^2 - \frac{1}{3} \varepsilon_0^2} \left(\frac{\gamma^2}{a^2} - \frac{\gamma^2}{r^2} + \frac{2\mu}{c + 2\mu} \left(1 - \frac{r^2}{a^2} + 2 \ln \frac{r}{a}\right)\right), \\ \sigma_\theta &= -q_a + \chi \sqrt{k^2 - \frac{1}{3} \varepsilon_0^2} \left(\frac{\gamma^2}{a^2} + \frac{\gamma^2}{r^2} + \frac{4\mu}{c + 2\mu} \left(\frac{1}{2} \left(3 - \frac{r^2}{a^2}\right) - \frac{\gamma^2}{r^2} + \ln \frac{r}{a}\right)\right). \end{aligned} \quad (20)$$

Перемещения и полные деформации в упругой и пластической областях определяются соотношениями

$$u = \frac{D}{r} - \frac{\varepsilon_0}{2} r, \varepsilon_r = -\frac{D}{r^2} - \frac{\varepsilon_0}{2}, \varepsilon_\theta = \frac{D}{r^2} - \frac{\varepsilon_0}{2}. \quad (21)$$

Здесь в (19) - (21)

$$\chi = \text{sign}(q_a - q_b), D = \frac{\chi \gamma^2 \sqrt{k^2 - \varepsilon_0^2/3} + \mu_0 (q_a \cdot f(\varepsilon_0) - \varepsilon_0 (\lambda_1 + 1)) a^2}{2\mu}.$$

Радиус γ раздела зон упругого и пластического деформирования определяется из решения уравнения

$$q_b - q_a + \chi \sqrt{k^2 - \frac{1}{3} \varepsilon_0^2} \left(\frac{\gamma^2}{a^2} - \gamma^2 + \frac{2\mu}{c + 2\mu} \left(1 - \frac{\gamma^2}{a^2} + 2 \ln \frac{\gamma}{a}\right)\right) = 0. \quad (22)$$

Результаты численного эксперимента представлены на рисунках 2, 3.

На рисунке 2а кривая 1 соответствует $k = 0.01$, кривая 2 – $k = 0.015$, кривая 3 – 0.02 .

На рисунке 2б кривая 1 соответствует $\mu = 1$, кривая 2 – $\mu = 2$, кривая 3 – $\mu = 3$.

На рисунках 3а и 3б кривые 1 соответствуют $k = 8.5 \cdot 10^{-3}$, кривые 2 – $k = 0.01$, кривая 3 – $k = 0.012$.

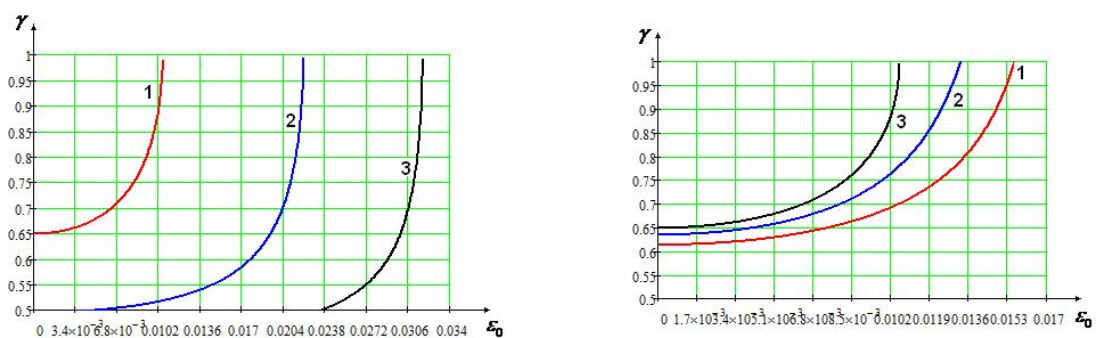


Рис. 2. Зависимость радиуса упругопластической границы γ от начального раствора пор ε_0

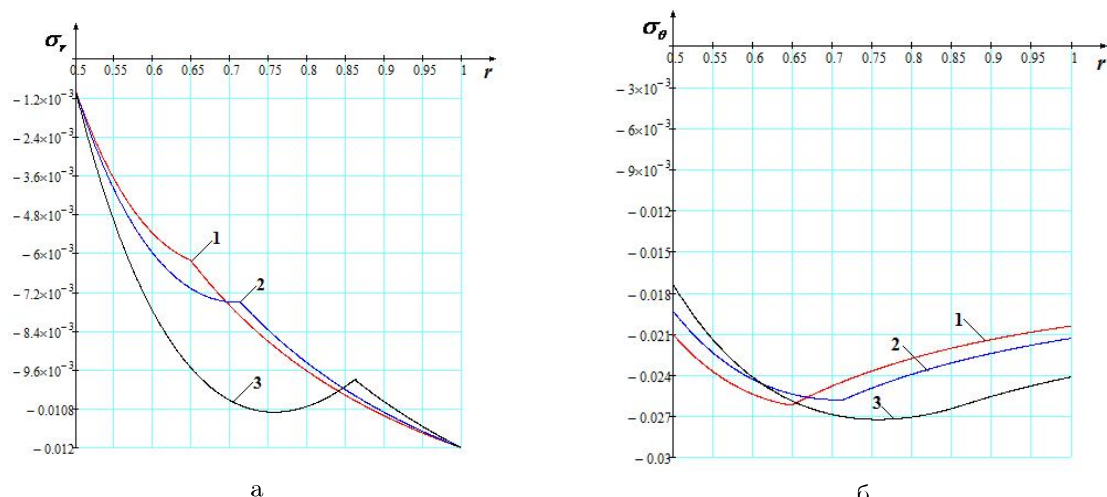
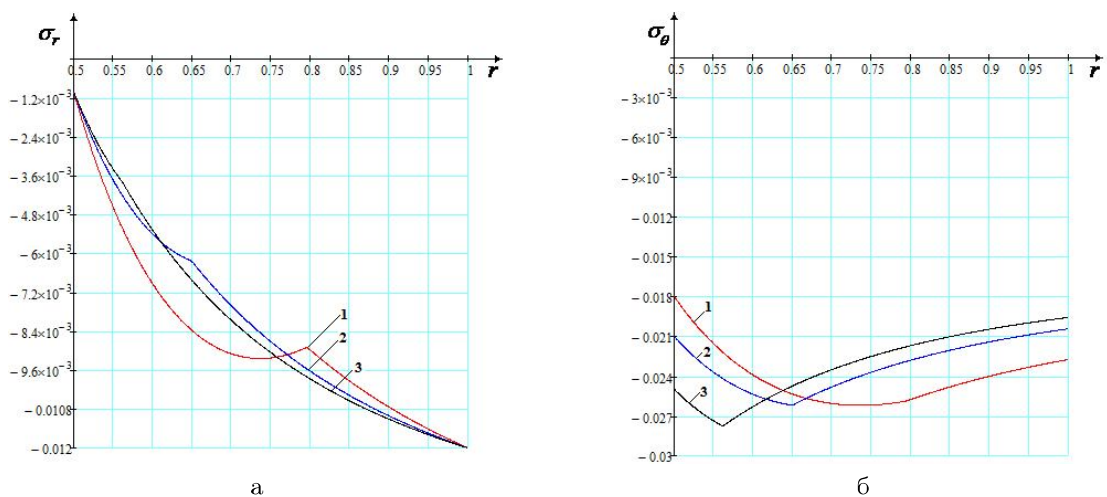


Рис. 3. Зависимость напряжений σ_r и σ_θ от радиальной координаты r

На рисунках 3в и 3г кривые 1 соответствуют $\varepsilon_0 = 10^{-4}$, кривые 2 — $\varepsilon_0 = 7 \cdot 10^{-3}$, кривая 3 — $\varepsilon_0 = 0.01$.

Безразмерные значения других физико-механических и геометрических параметров, если не оговорено особо, брались следующими $a = 0.5$, $b = 1$, $q_a = 0.001$, $q_b = 0.012$, $c = 0.005$, $\lambda_1 = 3$, $\mu_1 = 1$, $k = 0.01$, $\varepsilon_0 = 0.001$, $\mu = 2$.

Если в соотношениях (19) - (22) положить $\varepsilon_0 = 0$, то получим результаты работы [6].

ЛИТЕРАТУРА

[1] *Гоцев, Д. В., Ененко, И. А., Спорыхин, А. Н.* Локальная неустойчивость горизонтальных выработок многоугольной формы в упруговязкопластических массивах / Гоцев Д. В., Ененко И. А., Спорыхин А. Н. // Прикладная механика и техническая физика. – 2005.

[2] *Садовская, О. В., Садовский, В. М.* Математическое моделирование в задачах механики сыпучих сред / О. В. Садовская, В. М. Садовский – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 368 с.

[3] *Гоцев, Д. В., Бунтов, А. Е.* Устойчивость монолитной крепи подземного нефтехранилища сферической формы с учетом начальной пористости материала / Д. В. Гоцев, А. Е. Бунтов // Вестник ЧГПУ им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. – 2014. – №4 (22). – С.114-123.

[4] *Ивлев, Д. Д.* Механика пластических сред Т2. / Д. Д. Ивлев – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 448 с.

[5] *Гузь, А. Н.* Основы теории устойчивости горных выработок. / А. Н. Гузь – Киев : Наук. думка, 1977. – 204 с.

[6] *Гоцев, Д. В., Спорыхин, А. Н.* Метод возмущений в задачах устойчивости подкрепленных горных выработок. / Д. В. Гоцев, А. Н. Спорыхин – Воронеж : Воронежский госу-дарственный университет, 2010. – 299 с.

Гоцев Дмитрий Викторович,

профессор кафедры механики и компьютерного моделирования, доктор физико-математических наук, доцент, воронжский государственный университет, г.Воронж

e-mail: rbgotsev@mail.ru

Бунтов Алексей Евгеньевич

адъюнкт, Военный учебно-научный центр ВВС "Военно-воздушная академия им. профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина г.Воронж

e-mail: buntovkmss@mail.ru

Перунов Николай Сергеевич

студент 4 курса факультета ПММ, воронжский государственный университет, г.Воронж

e-mail: urlikz@mail.ru

D. V. Gotsev, A. E. Buntov, N. S. Perunov

MATHEMATICAL MODEL OF THE INTENSE DEFORMED STATE FIX THE VERTICAL MINE TRUNK TAKING INTO ACCOUNT INITIAL POROSITY OF MATERIAL AND UPRUGOPLASTIYESKY PROPERTIES OF THE SQUEEZED SKELETON

*Voronezh State university, Military academy, the Air Force Military educational scientific center
"Military and air academy of professor N. E. of Zhukovsky and Yu. A. Gagarin"*

Abstract. The mathematical model describing the intense deformed state monolithic is constructed fix a vertical mine trunk for materials with porous structure which squeezed skeleton possesses the strengthened elasto-plastic properties. Deformation of the porous environment under the influence of the set evenly distributed squeezing loadings is divided into two interconnected stages: elastic deformation of the porous environment and inelastic deformation of the squeezed matrix. A problem of finding of the intense deformed state fix vertical development with a circular form of cross section at each stage of deformation decides within the flat deformed state. Thus the effects connected by that development has final depth aren't considered. The ratios defining fields of tension and movements at the first stage of deformation are received. Dependence of loadings at which initial porosity of material reaches in all area is defined fix zero value. At the second stage analytical expressions for finding of the intense deformed states in elastic and plastic zones of deformation of the squeezed skeleton are removed, and the equation for definition of elasto-plastic border is also received. Thus as conditions of compatibility continuity conditions a component of tension and movements on elasto-plastic border, and also equality to zero plastic deformations on it got out. The assessment of influence on the size of limit of the section of environments of elastic and plastic deformation of initial porosity and a limit of fluidity of material is given. Schedules of dependences a component of tension from coordinate are constructed at various values of size of initial solution of a time and other physicomachanical and geometrical parameters of material and a design.

Keywords: porous materials during the inelastic work of the squeezed skeleton, monolithic крепь, vertical development, the intense deformed state.

REFERENCES

1. Gotsev, D. V. Local instability of horizontal developments of a polygonal form in the elastic-viscous-plastic massifs / D. V. Gotsev, I. A. Eneenko, A. N. Sporykhin // Applied mechanics and technical physics. 2005. T.46, No. 2 (270). P. 141–150. (in Russian)
2. Sadovskaya, O. V. Mathematical modeling in problems of mechanics of loose environments / O. Sadovskaya, V. Sadovsky - M.: FIZMATLIT, 2008. - 368 p. (in Russian)
3. Gotsev, D. V. Stability monolithic fix underground oil storage of a spherical form taking into account initial porosity of material / D. V. Gotsev, A.E. Buntov // the ChGPU Bulletin of I. Ya. Yakovlev. Series: Mechanics of a limit state 2014 No. 4 (22). Page 114-123. (in Russian)
4. Ivlev, D. D. Mekhanika of plastic environments: in 2 t. T2/Dyuis Ivlev. - M. : FIZMATLIT, 2002. - 448 pages. (in Russian)
5. Guz, A.N. Bases of the theory of stability of excavations / A.N. Guz - Kiev: Sciences. thought, 1977. 204 pages. (in Russian)
6. Gotsev, D. V. Metod of indignations in problems of stability of the supported excavations / D. Gotsev, A. Sporykhin - Voronezh: Voronezh state university, 2010. - 299 pages. (in Russian)

Gotsev Dmitry Viktorovich

professor of chair of mechanics and computer modeling, the doctor of physical and mathematical sciences, the associate professor, Voronezh State University, Voronezh

Buntov Alexey Evgenyevich

the graduated in a military academy, the Air Force Military educational scientific center "Military and air academy of professor N. E. of Zhukovsky and Yu.A. Gagarin Voronezh

Perunov Nikolay Sergeyevich

the student 4 courses of faculty of applied mathematics, information scientists and mechanics, Voronezh state university, Voronezh