Вестник ЧГПУ им. И. Я. Яковлева
Серия: Механика предельного состояния. 2015. № 2 (24). С. 126–133

А. В. Балашникова, Б. Г. Миронов, М. В. Михайлова

К ВОПРОСУ О ПРЕДЕЛЬНОМ СОСТОЯНИИ ПРОСТРАНСТВЕННОГО СЛОЯ, СЖАТОГО ШЕРОХОВАТЫМИ ПЛИТАМИ ПРИ УСЛОВИИ ЗАВИСИМОСТИ ПРЕДЕЛА ТЕКУЧЕСТИ ОТ СРЕДНЕГО ДАВЛЕНИЯ ПРИ ТРАНСЛЯЦИОННОЙ АНИЗОТРОПИИ

Чувашский государственный педагогический университет им. И. Я. Яковлева, г. Чебоксары

Аннотация. В работе рассматривается предельное состояние идеальнопластического анизотропного пространственного слоя, сжатого параллельными жесткими шероховатыми плитами. Предположим, что пространственный слой толщины $2h$ параллелен оси Ox и сдавливается параллельными шероховатыми плитами вдоль оси Oz.

Ключевые слова: сжатие, слой, идеальная пластичность, трансляционная анизотропия.

УДК: 539.374

Пусть условие пластичности зависит от среднего давления и имеет вид

$$A\left(\sigma_x-\sigma_y\right)^2+B\left(\sigma_y-\sigma_z\right)^2+C\left(\sigma_z-\sigma_x\right)^2+6\left(D\tau_{xy}^2+E\tau_{yz}^2+F\tau_{xz}^2\right)=6\left(\kappa_0+a\sigma\right)^2, \qquad (1)$$

где $\sigma=\dfrac{1}{3}\left(\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z\right)$, σ_x, σ_y, σ_z, τ_{xy}, τ_{yz}, τ_{xz}– компоненты напряжения, A, B, C, D, E, $F-const$.

Из условия экстремума функционала

$$\begin{gathered}\bar{\text{A}}_6=\varepsilon_x\sigma_x+\varepsilon_y\sigma_y+\varepsilon_z\sigma_z+2\left(\varepsilon_{xy}\tau_{xy}+\varepsilon_{yz}\tau_{yz}+\varepsilon_{xz}\tau_{xz}\right)-\\-\lambda\left(A\left(\sigma_x-\sigma_y\right)^2+B\left(\sigma_y-\sigma_z\right)^2+C\left(\sigma_z-\sigma_x\right)^2+6\left(D\tau_{xy}^2+E\tau_{yz}^2+F\tau_{xz}^2\right)-6\left(\kappa_0+a\sigma\right)^2\right)\end{gathered}$$

определим соотношения ассоциированного закона пластического течения

$$\begin{gathered}\varepsilon_x=2\lambda\left(A\left(\sigma_x-\sigma_y\right)-C\left(\sigma_z-\sigma_x\right)-2a\left(\kappa_0+a\sigma\right)\right),\\ \varepsilon_y=2\lambda\left(B\left(\sigma_y-\sigma_z\right)-A\left(\sigma_x-\sigma_y\right)-2a\left(\kappa_0+a\sigma\right)\right),\\ \varepsilon_z=2\lambda\left(C\left(\sigma_z-\sigma_x\right)-B\left(\sigma_y-\sigma_z\right)-2a\left(\kappa_0+a\sigma\right)\right),\\ 2\varepsilon_{xy}=6\lambda D\tau_{xy},\\ 2\varepsilon_{yz}=6\lambda E\tau_{yz},\\ 2\varepsilon_{xz}=6\lambda F\tau_{xz},\end{gathered} \qquad (2)$$

где ε_x, ε_y, ε_z, ε_{xy}, ε_{yz}, ε_{xz} — компоненты скорости деформации.

Из соотношений (1) найдем

Поступила 15.04.2015

Работа выполнена при поддержке РФФИ (коды проектов 15-41-02453, 14-01-31323 мол_а) и в рамках выполнения государственного задания (код проекта 1179)

$$
\begin{aligned}
(\sigma_x-\sigma_y) &= \frac{B\varepsilon_x - C\varepsilon_y}{2\lambda\Delta} + 2a\left(\kappa_0 + a\sigma\right)\frac{B-C}{\Delta},\\
(\sigma_y-\sigma_z) &= \frac{C\varepsilon_y - A\varepsilon_z}{2\lambda\Delta} + 2a\left(\kappa_0 + a\sigma\right)\frac{C-A}{\Delta},\\
(\sigma_z-\sigma_x) &= \frac{B\varepsilon_x - A\varepsilon_z}{2\lambda\Delta} + 2a\left(\kappa_0 + a\sigma\right)\frac{B-A}{\Delta},\\
\varepsilon &= \frac{\varepsilon_x+\varepsilon_y+\varepsilon_z}{3} = -4\lambda a\left(\kappa_0 + a\sigma\right),
\end{aligned}
\tag{3}
$$

где $\Delta = AB + BC + CA$.

Подставив в (1) соотношения (2), (3), получим

$$
\begin{aligned}
&A\left(\frac{B\varepsilon_x - C\varepsilon_y}{\Delta} - \frac{\varepsilon\left(B-C\right)}{4\Delta}\right)^2 + B\left(\frac{C\varepsilon_y - A\varepsilon_z}{\Delta} - \frac{\varepsilon\left(C-A\right)}{4\Delta}\right)^2 + \\
&+C\left(\frac{A\varepsilon_z - B\varepsilon_x}{\Delta} - \frac{\varepsilon\left(A-B\right)}{4\Delta}\right)^2 + 6\left(\frac{\varepsilon_{xy}^2}{9D} + \frac{\varepsilon_{yz}^2}{9E} + \frac{\varepsilon_{xz}^2}{9F}\right) = \frac{3}{32a^2}\varepsilon^2.
\end{aligned}
\tag{4}
$$

Обозначим $\xi = \kappa_0 + a\sigma$ или $\sigma = \dfrac{\xi-\kappa_0}{a}$.

Следуя идеям Гартмана, положим

$$
\begin{aligned}
\xi &= \kappa e^{\lambda_1 x + \lambda_2 y + \lambda_3(z)},\\
\sigma_x &= \bar{\sigma}_x e^{\lambda_1 x + \lambda_2 y + \lambda_3(z)} + \mu,\\
\sigma_y &= \bar{\sigma}_y e^{\lambda_1 x + \lambda_2 y + \lambda_3(z)} + \mu,\\
\sigma_z &= \bar{\sigma}_z e^{\lambda_1 x + \lambda_2 y + \lambda_3(z)} + \mu,\\
\tau_{xy} &= \bar{\tau}_{xy} e^{\lambda_1 x + \lambda_2 y + \lambda_3(z)},\\
\tau_{yz} &= \bar{\tau}_{yz} e^{\lambda_1 x + \lambda_2 y + \lambda_3(z)},\\
\tau_{xz} &= \bar{\tau}_{xz} e^{\lambda_1 x + \lambda_2 y + \lambda_3(z)},
\end{aligned}
\tag{5}
$$

где $\bar{\sigma}_x + \bar{\sigma}_y + \bar{\sigma}_z = \dfrac{\kappa}{a}$, $\mu = -\dfrac{\kappa_0}{a}$, λ_1, $\lambda_2 - const$, $\lambda_3\left(z\right)$ — некоторая функция от z.

Используя предположение (5), условие пластичности (1) запишем в виде

$$
A\left(\bar{\sigma}_x - \bar{\sigma}_y\right)^2 + B\left(\bar{\sigma}_y - \bar{\sigma}_z\right)^2 + C\left(\bar{\sigma}_z - \bar{\sigma}_x\right)^2 + 6\left(D\bar{\tau}_{xy}^2 + E\bar{\tau}_{yz}^2 + F\bar{\tau}_{xz}^2\right) = 6\kappa^2. \tag{6}
$$

Уравнения равновесия согласно (5) примут вид

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial\bar{\sigma}_x}{\partial x} + \frac{\partial\bar{\tau}_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial\bar{\tau}_{xz}}{\partial z} + \lambda_1\bar{\sigma}_x + \lambda_2\bar{\tau}_{xy} + \lambda_3'\bar{\tau}_{xz} = 0,\\
&\frac{\partial\bar{\tau}_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial\bar{\sigma}_y}{\partial y} + \frac{\partial\bar{\tau}_{yz}}{\partial z} + \lambda_1\bar{\tau}_{xy} + \lambda_2\bar{\sigma}_y + \lambda_3'\bar{\tau}_{yz} = 0,\\
&\frac{\partial\bar{\tau}_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial\bar{\tau}_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial\bar{\sigma}_z}{\partial z} + \lambda_1\bar{\tau}_{xy} + \lambda_2\bar{\sigma}_y + \lambda_3'\bar{\sigma}_z = 0,
\end{aligned}
\tag{7}
$$

где $\lambda_3' = \dfrac{d\lambda_3}{dz}$.

Положим

$$
\begin{aligned}
u &= Ue^{\lambda_1 x + \lambda_2 y + \lambda_3(z)},\\
v &= Ve^{\lambda_1 x + \lambda_2 y + \lambda_3(z)},\\
w &= We^{\lambda_1 x + \lambda_2 y + \lambda_3(z)},
\end{aligned}
\tag{8}
$$

где $U, V, W - const$.

Согласно формуле Коши из (8) следует

$$
\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \lambda_1 U e^{\lambda_1 x+\lambda_2 y+\lambda_3(z)},\\
\varepsilon_y &= \lambda_2 V e^{\lambda_1 x+\lambda_2 y+\lambda_3(z)},\\
\varepsilon_z &= \lambda_3' W e^{\lambda_1 x+\lambda_2 y+\lambda_3(z)},\\
2\varepsilon_{xy} &= \left(\lambda_2 U + \lambda_1 V\right) e^{\lambda_1 x+\lambda_2 y+\lambda_3(z)},\\
2\varepsilon_{yz} &= \left(\lambda_3' V + \lambda_2 W\right) e^{\lambda_1 x+\lambda_2 y+\lambda_3(z)},\\
2\varepsilon_{xy} &= \left(\lambda_3' U + \lambda_1 W\right) e^{\lambda_1 x+\lambda_2 y+\lambda_3(z)}.
\end{aligned}
\tag{9}
$$

Пусть

$$
\bar\sigma_{ij} = \bar\sigma_{ij}\left(z\right). \tag{10}
$$

Тогда согласно (10) уравнения равновесия (7) перепишутся в виде

$$
\begin{aligned}
&\frac{d\bar\tau_{xz}}{dz} + \lambda_1\bar\sigma_x + \lambda_2\bar\tau_{xy} + \frac{d\lambda_3}{dz}\bar\tau_{xz} = 0,\\
&\frac{d\bar\tau_{yz}}{dz} + \lambda_1\bar\tau_{xy} + \lambda_2\bar\sigma_y + \frac{d\lambda_3}{dz}\bar\tau_{yz} = 0,\\
&\frac{d\bar\sigma_{z}}{dz} + \lambda_1\bar\tau_{xz} + \lambda_2\bar\tau_{yz} + \frac{d\lambda_3}{dz}\bar\sigma_{z} = 0.
\end{aligned}
\tag{11}
$$

Из соотношений (1), (3) получим

$$
\begin{aligned}
&\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{\left(2A+C\right)\left(\sigma_x-\sigma_y\right)+\left(C-B\right)\left(\sigma_y-\sigma_z\right)} = \frac{\varepsilon_y - \varepsilon_z}{\left(2B+C\right)\left(\sigma_y-\sigma_z\right)+\left(C-A\right)\left(\sigma_x-\sigma_y\right)} =\\
&= \frac{\varepsilon_z - \varepsilon_x}{-\left(A+2C\right)\left(\sigma_x-\sigma_y\right)-\left(2C+B\right)\left(\sigma_y-\sigma_z\right)} = \frac{\varepsilon_{xy}}{3D\tau_{xy}} = \frac{\varepsilon_{yz}}{3E\tau_{yz}} = \frac{\varepsilon_{xz}}{3F\tau_{xz}}.
\end{aligned}
\tag{12}
$$

Согласно (5), (8) соотношения (11) примут вид

$$
\begin{aligned}
&\frac{\lambda_1 U - \lambda_2 V}{\left(2A+C\right)\left(\bar\sigma_x-\bar\sigma_y\right)+\left(C-B\right)\left(\bar\sigma_y-\bar\sigma_z\right)} = \frac{\lambda_2 V - \lambda_3' W}{\left(2B+C\right)\left(\bar\sigma_y-\bar\sigma_z\right)+\left(C-A\right)\left(\bar\sigma_x-\bar\sigma_y\right)} =\\
&= \frac{\lambda_3' W - \lambda_1 U}{-\left(A+2C\right)\left(\bar\sigma_x-\bar\sigma_y\right)-\left(2C+B\right)\left(\bar\sigma_y-\bar\sigma_z\right)} = \frac{\lambda_2 U + \lambda_1 V}{6D\bar\tau_{xy}} = \frac{\lambda_3' V + \lambda_2 W}{6E\bar\tau_{yz}} = \frac{\lambda_3' U + \lambda_1 W}{6F\bar\tau_{xz}}.
\end{aligned}
\tag{13}
$$

Из условия (4), (9) получим

$$
\begin{aligned}
&A\left(\frac{\lambda_1 UB - \lambda_2 VC}{\Delta} - \frac{B-C}{4\Delta}\left(\lambda_1 U + \lambda_2 V + \lambda_3' W\right)\right)^2 +\\
&B\left(\frac{\lambda_2 VC - \lambda_3' WA}{\Delta} - \frac{C-A}{4\Delta}\left(\lambda_1 U + \lambda_2 V + \lambda_3' W\right)\right)^2 +\\
&+C\left(\frac{\lambda_3' WA - \lambda_1 UB}{\Delta} - \frac{A-B}{4\Delta}\left(\lambda_1 U + \lambda_2 V + \lambda_3' W\right)\right)^2 +\\
&+\frac{\left(\lambda_2 U + \lambda_1 V\right)^2}{3D} + \frac{\left(\lambda_3' V + \lambda_2 W\right)^2}{3E} + \frac{\left(\lambda_3' U + \lambda_1 W\right)^2}{3F} = \frac{3}{32a^2}\left(\lambda_1 U + \lambda_2 V + \lambda_3' W\right)^2.
\end{aligned}
\tag{14}
$$

Согласно (14) определим

$$
\lambda_3' = \tilde A, \quad \lambda_3 = \tilde A \cdot z + \bar C, \tag{15}
$$

где

$$
\begin{gathered}
\tilde{A} = \frac{t_2 \pm \sqrt{t_2^2 + t_1 t_3}}{2t_1}, \quad t_1 = AW^2 \frac{(B-C)^2}{16\Delta^2} + W^2 A^2 \frac{B}{\Delta^2} + W^2 B \frac{(C-A)^2}{16\Delta^2} + W^2 + \\
+ W^2 \frac{C}{\Delta^2} + W^2 \frac{C(A-B)}{16\Delta^2} + \frac{1}{3E} V^2 + \frac{1}{3F} U^2 - \frac{3}{32a^2} W^2, \\
t_2 = \frac{AW(C-B)}{2\Delta} + \frac{AW(\lambda_1 U + \lambda_2 V)(B-C)^2}{8\Delta^2} - \frac{2\lambda_2 ACBW}{\Delta^2} - \\
- \frac{BW(C-A)}{2\Delta} + 2W(\lambda_1 U + \lambda_2 V) + \frac{2\lambda_2 VW}{3E} + \frac{2\lambda_1 UW}{3F} - \frac{3W(\lambda_1 U + \lambda_2 V)}{16a^2}, \\
t_3 = A\left(\frac{\lambda_1 UB - \lambda_2 VC}{\Delta}\right)^2 - \frac{A(B-C)}{2\Delta}(\lambda_1 U + \lambda_2 V) + A\frac{(B-C)^2}{16\Delta^2}(\lambda_1 U + \lambda_2 V)^2 + \\
+ \frac{B}{\Delta^2}\lambda_2^2 V^2 C^2 - \frac{B(C-A)}{2\Delta}(\lambda_1 U + \lambda_2 V) + B\frac{(C-A)^2}{16\Delta^2}(\lambda_1 U + \lambda_2 V)^2 + \frac{C}{\Delta^2}\lambda_1^2 U^2 B^2 - \\
- \frac{C(A-B)}{2\Delta}(\lambda_1 U + \lambda_2 V) + \frac{C(A-B)^2}{16\Delta^2}(\lambda_1 U + \lambda_2 V) + \frac{\lambda_2^2 W^2}{3E} + \frac{\lambda_1^2 U^2}{3F} - \\
- \frac{3}{32a^2}(\lambda_1 U + \lambda_2 V)^2.
\end{gathered}
$$

Из соотношений (13) следует

$$
\begin{gathered}
\bar{\sigma}_x = \bar{\sigma}_z + \frac{6F(R_1 - 1)\left(\lambda_1 U - \tilde{A}W\right)}{\left(R_1(A+2C) - (2C+B)\right)\left(\tilde{A}U + \lambda_1 W\right)} \cdot \bar{\tau}_{xz}, \\
\bar{\tau}_{xy} = \frac{\lambda_2 U + \lambda_1 V}{\tilde{A}U + \lambda_1 W} \cdot \frac{F}{D} \cdot \bar{\tau}_{xz} = \frac{\lambda_2 U + \lambda_1 V}{\tilde{A}V + \lambda_2 W} \cdot \frac{E}{D} \cdot \bar{\tau}_{yz}, \\
\bar{\sigma}_y = \bar{\sigma}_z + \frac{6E \cdot \left(\tilde{A}W - \lambda_2 U\right)}{\left(R_1(A+2C) - (2C+B)\right)\left(\tilde{A}V + \lambda_2 W\right)} \cdot \bar{\tau}_{yz},
\end{gathered}
\tag{16}
$$

где

$$
R_1 = \frac{(\lambda_1 U - \lambda_2 V)(2B + C) - \left(\lambda_2 V - \tilde{A}W\right)(C - B)}{(\lambda_1 U - \lambda_2 V)(C - A) - \left(\lambda_2 V - \tilde{A}W\right)(2A + C)}.
$$

Из уравнения равновесия (13) и соотношений (16) найдем

$$
\begin{gathered}
\frac{d\bar{\tau}_{xz}}{dz} + \frac{6F(R_1 - 1)\left(\lambda_1 U - \tilde{A}W\right)}{\left(R_1(A+2C) - (2C+B)\right)\left(\tilde{A}U + \lambda_1 W\right)} \cdot \bar{\tau}_{xz} + \lambda_1 \cdot \bar{\sigma}_z = 0, \\
\frac{d\bar{\tau}_{yz}}{dz} + \frac{\left(\lambda_1\lambda_2 UE + \lambda_1^2 VE + (\lambda_3')^2 VD + \lambda_2\lambda_3' WD\right)\cdot(A+2B) + 6DE\cdot\left(\lambda_2^2 V + \lambda_2\lambda_3' W\right)}{AV + \lambda_2 W} \cdot \bar{\tau}_{yz} + \\
+ \lambda_2 \cdot \frac{2B + 2C - A}{A + 2B} \cdot \bar{\sigma}_z - 3\sigma \cdot \lambda_2 \cdot \frac{C - A}{A + 2B} = 0, \\
\frac{d\bar{\sigma}_z}{dz} + \lambda_1 \bar{\tau}_{xz} + \lambda_2 \bar{\tau}_{yz} + \lambda_3' \bar{\sigma}_z = 0.
\end{gathered}
\tag{17}
$$

Преобразовав систему (17), получим

$$
\begin{gathered}
\lambda_2 \cdot \frac{d\bar{\tau}_{xz}}{dz} - \lambda_1 \cdot \frac{d\bar{\tau}_{yz}}{dz} + \lambda_2 \cdot R_2 \cdot \bar{\tau}_{xz} - \lambda_1 \cdot R_1 \cdot \bar{\tau}_{yz} = 0, \\
\bar{\tau}_{yz} = \frac{\lambda_3' V + \lambda_2 W}{\lambda_3' U + \lambda_1 W} \cdot \frac{F}{E} \cdot \bar{\tau}_{xz},
\end{gathered}
\tag{18}
$$

где

$$R_2 = \frac{6F\left(R_1-1\right)\left(\lambda_1^2 U - \lambda_1 \tilde{A} W\right)}{\left(R_1\left(A+2C\right)-\left(2C+B\right)\right)\left(\tilde{A}U+\lambda_1 W\right)} + \frac{\lambda_2^2 U + \lambda_1\lambda_2 V}{\tilde{A}U+\lambda_1 W}\cdot\frac{F}{D}+\tilde{A},$$

$$R_3 = \frac{\lambda_1\lambda_2 U + \lambda_1^2 V}{\tilde{A}V+\lambda_2 W}\cdot\frac{E}{D} + \frac{6E\left(\tilde{A}W-\lambda_1 U\right)}{\left(R_1\left(A+2C\right)-\left(2C+B\right)\right)\left(\tilde{A}V+\lambda_2 W\right)}+\tilde{A}.$$

Из (18) найдем

$$\left(\lambda_2 U\tilde{A}E - \lambda_1 V\tilde{A}F\right)\frac{d\bar{\tau}_{xz}}{dz} = \left(\lambda_1 R_3\cdot\frac{F}{E}\cdot\frac{\tilde{A}V+\lambda_2 W}{\tilde{A}U+\lambda_1 W}-\lambda_2 R_2\right)\bar{\tau}_{xz}. \tag{19}$$

Согласно (19) получим

$$\frac{d\bar{\tau}_{xz}}{dz} = a_{13}\bar{\tau}_{xz},$$

где

$$a_{13} = \frac{\left(\lambda_1 R_3\cdot\dfrac{F}{E}\cdot\dfrac{\tilde{A}V+\lambda_2 W}{\tilde{A}U+\lambda_1 W}-\lambda_2 R_2\right)}{\left(\lambda_2 U\tilde{A}E-\lambda_1 V\tilde{A}F\right)}.$$

Следовательно,

$$\bar{\tau}_{xz} = b_{13}e^{a_{13}z},$$

$$\bar{\tau}_{yz} = b_{13}\cdot\frac{F}{E}\cdot\left(\frac{\tilde{A}V+\lambda_2 W}{\tilde{A}U+\lambda_1 W}\right)e^{a_{13}z},$$

$$\frac{d\bar{\sigma}_z}{dz}+\tilde{A}\bar{\sigma}_z = -b_{13}\left(\lambda_1-\lambda_2\frac{F}{E}\frac{\tilde{A}V+\lambda_2 W}{\tilde{A}U+\lambda_1 W}\right)e^{a_{13}z},$$

$$\bar{\sigma}_z = -\frac{b_{13}\left(\lambda_1-\lambda_2\dfrac{F}{E}\dfrac{\tilde{A}V+\lambda_2 W}{\tilde{A}U+\lambda_1 W}\right)}{a_{13}+\tilde{A}}e^{a_{13}z},$$

$$\bar{\tau}_{xy} = b_{13}\cdot\frac{F}{D}\cdot\frac{\lambda_2 U+\lambda_1 V}{\tilde{A}U+\lambda_1 W}e^{a_{13}z},$$

$$\bar{\sigma}_y = -\frac{b_{13}e^{a_{13}z}}{\left(\tilde{A}U+\lambda_1 W\right)}\left(\frac{E\lambda_1\left(\tilde{A}U+\lambda_1 W\right)-\lambda_2 F\left(\tilde{A}V+\lambda_2 W\right)}{E\left(a_{13}+\tilde{A}\right)}-\frac{6F\cdot\left(\tilde{A}W-\lambda_2 U\right)}{\left(R_1\left(A+2C\right)-\left(2C+B\right)\right)}\right),$$

$$\bar{\sigma}_x = -\frac{b_{13}e^{a_{13}z}}{\left(\tilde{A}U+\lambda_1 W\right)}\left(\frac{E\lambda_1\left(\tilde{A}U+\lambda_1 W\right)-\lambda_2 F\left(\tilde{A}V+\lambda_2 W\right)}{E\left(a_{13}+\tilde{A}\right)}+\frac{6F\left(R_1-1\right)\left(\lambda_1 U-\tilde{A}W\right)}{\left(R_1\left(A+2C\right)-\left(2C+B\right)\right)}\right).$$

Таким образом, напряженно-деформированное состояние слоя определено в виде

$$\sigma_x = -\left(\frac{E\lambda_1\left(\tilde{A}U + \lambda_1 W\right) - \lambda_2 F\left(\tilde{A}V + \lambda_2 W\right)}{E\left(a_{13} + \tilde{A}\right)} + \frac{6F\left(R_1 - 1\right)\left(\lambda_1 U - \tilde{A}W\right)}{\left(R_1\left(A + 2C\right) - \left(2C + B\right)\right)}\right) \cdot$$
$$\cdot \frac{b_{13}e^{a_{13}z + \lambda_1 x + \lambda_2 y + \tilde{A}\cdot z + \bar{C}}}{\left(\tilde{A}U + \lambda_1 W\right)} + \mu,$$
$$\sigma_y = -\left(\frac{E\lambda_1\left(\tilde{A}U + \lambda_1 W\right) - \lambda_2 F\left(\tilde{A}V + \lambda_2 W\right)}{E\left(a_{13} + \tilde{A}\right)} - \frac{6F\cdot\left(\tilde{A}W - \lambda_2 U\right)}{\left(R_1\left(A + 2C\right) - \left(2C + B\right)\right)}\right) \cdot$$
$$\cdot \frac{b_{13}e^{a_{13}z + \lambda_1 x + \lambda_2 y + \tilde{A}\cdot z + \bar{C}}}{\left(\tilde{A}U + \lambda_1 W\right)} + \mu,$$
$$\sigma_z = -\left(\lambda_1 - \lambda_2 \frac{F}{E}\frac{\tilde{A}V + \lambda_2 W}{\tilde{A}U + \lambda_1 W}\right)\frac{b_{13}e^{a_{13}z + \lambda_1 x + \lambda_2 y + \tilde{A}\cdot z + \bar{C}}}{a_{13} + \tilde{A}} + \mu,$$
$$\tau_{xy} = \frac{\lambda_2 U + \lambda_1 V}{\tilde{A}U + \lambda_1 W} \cdot \frac{Fb_{13}e^{a_{13}z + \lambda_1 x + \lambda_2 y + \tilde{A}\cdot z + \bar{C}}}{D},$$
$$\tau_{yz} = \left(\frac{\tilde{A}V + \lambda_2 W}{\tilde{A}U + \lambda_1 W}\right) \cdot \frac{Fb_{13}e^{a_{13}z + \lambda_1 x + \lambda_2 y + \tilde{A}\cdot z + \bar{C}}}{E}, \quad \tau_{xz} = b_{13}e^{a_{13}z + \lambda_1 x + \lambda_2 y + \tilde{A}\cdot z + \bar{C}},$$
$$u = Ue^{\lambda_1 x + \lambda_2 y + \tilde{A}\cdot z + \bar{C}}, v = Ve^{\lambda_1 x + \lambda_2 y + \tilde{A}\cdot z + \bar{C}}, w = We^{\lambda_1 x + \lambda_2 y + \tilde{A}\cdot z + \bar{C}},$$

где $\tilde{A}$ — определяется согласно (15).

ЛИТЕРАТУРА

[1] Балашникова А. В. О сжатии идеальнопластического слоя жесткими шероховатыми плитами в случае трансляционной анизотропии // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия : Механика предельного состояния. 2011. № 2 (10). С. 115–118.

[2] Максимова Л. А. О предельном состоянии слоя, сжатого шероховатыми плитами // ПММ. 2000. Т. 64. Вып. 6. С. 1099–1104.

[3] Максимова Л. А. О сжатии плиты из идеальнопластического анизотропного материала // Проблемы механики : сб. статей к 90-летию со дня рождения А. Ю. Ишлинского. – М. : Физматлит, 2003. С. 520–523.

Миронов Борис Гурьевич,

доктор физико-математических наук, профессор, Чувашский государственный педагогический университет им. И. Я. Яковлева, г. Чебоксары

`e-mail:` strangcheb@mail.ru

Балашникова Анжелика Вениаминовна,

кандидат физико-математических наук, младший научный сотрудник лаборатории РАН "Механика предельного состояния", Чувашский государственный педагогический университет им. И. Я. Яковлева, г. Чебоксары

`e-mail:` info3006@yandex.ru

Михайлова Марина Васильевна,

доктор физико-математических наук, профессор, Чувашский государственный педагогический университет им. И. Я. Яковлева, г. Чебоксары

e-mail: strangcheb@mail.ru

A. V. Balashnikova, B. G. Mironov, M. V. Mihalova

TO A QUESTION OF A LIMIT CONDITION OF THE ANISOTROPIC SPATIAL LAYER SQUEEZED BY ROUGH PLATES ON CONDITION OF DEPENDENCE OF A LIMIT OF FLUIDITY FROM AVERAGE PRESSURE

I. Yakovlev Chuvash State Pedagogical University, Cheboksary

Abstract. In work the limit condition of the idealnoplastichesky anisotropic spatial layer squeezed by parallel rigid rough plates is considered. We will assume that the spatial layer of thickness of $2h$ is parallel to an axis of Ox and is squeezed by parallel rough plates along Oz axis.

Keywords: compression, layer, ideal plasticity, transmitting anisotropy.

REFERENCES

[1] Balashnikova A. V. About compression of an idealnoplastichesky layer by rigid rough plates in case of transmitting anisotropy // Vestnik I. Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Series : Mechanics of a limit state. 2011. No 2 (10). P. 115–118.

[2] Maksimova L. A. About compression of layer by rough plates // PMM. 2000. Vol. 64. No. 6. P. 1099–1104.

[3] Maksimova L. A. About compression of plate from ideal-plastic anisotropy layer // Problems of mechanics : sb. st. on the 90th anniversary of Ishlinskiy A. – M. : Phizmatlit, 2003. P. 520–523.

Mironov, Boris Guryevich

Dr. Sci. Phys. & Math., Professor, I. Yakovlev Chuvash State Pedagogical University, Cheboksary

Balashnikova, Anshelika Veniaminovna

Candidate of Phys.&Math., Junior researcher of Russian Academy of Sciences laboratory "Mechanics of a limit state", I. Yakovlev Chuvash State Pedagogical University, Cheboksary

Mihailova, Marina Vasilevna

Dr. Sci. Phys. & Math., Professor, I. Yakovlev Chuvash State Pedagogical University, Cheboksary