

А. Н. Васильев¹, Е. Б. Кузнецов², С. С. Леонов²

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ РАЗРУШЕНИЯ ДЛЯ АНИЗОТРОПНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

¹ Санкт-Петербургский государственный политехнический университет (национальный исследовательский университет)

² Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)

Аннотация. Рассматривается применение методов нейросетевого моделирования для решения задачи идентификации параметров модели ползучести и разрушения образцов из анизотропного титанового сплава ЗВ, описываемой системой дифференциальных уравнений энергетического варианта теории ползучести. Разработан процесс построения нейросетевого решения для данной задачи, при использовании которого найдены параметры модели. Решение, соответствующее данным параметрам, хорошо согласуется с теоретическими деформационно-прочностными характеристиками конструкции, экспериментом и результатами других авторов.

Ключевые слова: ползучесть, разрушение, параметр поврежденности, нейронные сети, идентификация параметров, системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

УДК: 539.376

Введение. В последние десятилетия в машиностроении, авиационной и космической отраслях возникает все большая потребность в описании процессов деформирования и разрушения в условиях сложных температурно-силовых режимов для материалов со сложными реологическими свойствами, такими как вязкость. Для металлических и композитных конструкций особое внимание уделяется возможности учета ползучести материала в области высоких и умеренных температур. Однако на сегодняшний день не выработано общего подхода к описанию этого явления, и существуют десятки различных теорий ползучести и их модификаций (теория старения, теория упрочнения, теория наследственности, теория структурных параметров Ю. Н. Работнова и т. д.). Не всегда можно надежно определить, какую из теорий лучше использовать в том или ином случае. Применение же уравнений какой-либо из теорий осложнено тем, что все они, как правило, содержат несколько материальных констант (характеристик ползучести), которые необходимо определять на основании информации о протекании процесса деформирования, основным источником которой является эксперимент. Учитывая то, что характеристики ползучести могут зависеть от вида используемого материала и его состояния, режима нагружения, температуры, коэффициента анизотропии и других факторов, задача их идентификации имеет весьма сложный характер. Все вышесказанное говорит о необходимости разработки единого подхода к определению параметров моделей для

Поступила 15.10.2014

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проекты 13-08-00473, 14-01-00660 и 14-01-00733.

уравнений различного вида. В данной работе представлен унифицированный метод идентификации параметров модели, описывающий процессы ползучести и разрушения конструкций по результатам эксперимента. В качестве основы для разрабатываемого подхода приняты принципы и методы нейросетевого моделирования.

Методы нейросетевого моделирования. По аналогии с работой [1], рассмотрим построение нейронной сети для систем m обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) r -ого порядка с p неизвестными скалярными параметрами $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p$

$$\mathbf{F}(t, \mathbf{y}, \mathbf{y}', \mathbf{y}'', \dots, \mathbf{y}^{(r)}, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p) = 0, \quad t \in [t_0, t_*] \quad (1)$$

и начальными условиями

$$\begin{cases} \mathbf{y}(t_0) = \mathbf{y}_0, \\ \mathbf{y}'(t_0) = \mathbf{y}_1, \\ \vdots \\ \mathbf{y}^{(r-1)}(t_0) = \mathbf{y}_{r-1}. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь $\mathbf{F}(t, \mathbf{y}, \mathbf{y}', \mathbf{y}'', \dots, \mathbf{y}^{(r)}, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p) = (f_1(t, \mathbf{y}, \mathbf{y}', \dots, \mathbf{y}^{(r)}, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p), f_2(t, \mathbf{y}, \mathbf{y}', \dots, \mathbf{y}^{(r)}, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p), \dots, f_m(t, \mathbf{y}, \mathbf{y}', \dots, \mathbf{y}^{(r)}, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p))^T$ – вектор-функция векторных аргументов; $f_i(t, \mathbf{y}, \mathbf{y}', \dots, \mathbf{y}^{(r)}, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p)$, $i = 1, \dots, m$ – скалярная функция векторных аргументов; $\mathbf{y}(t) = (y_1(t), y_2(t), \dots, y_m(t))^T$ – искомое решение, вектор-функция скалярного аргумента, в общем случае неявно зависящая от параметров $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p$; t_0 – начальная точка; t_* – правый конец рассматриваемого интервала изменения аргумента t ; $\mathbf{y}_i = (y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{im})^T$, $i = 0, \dots, r-1$ – m -мерные числовые векторы значений $\mathbf{y}(t)$ и ее $r-1$ первых производных в точке t_0 ; $\mathbf{y}^{(i)}(t) = \frac{d^i \mathbf{y}(t)}{dt^i}$, $i = 0, \dots, r-1$; $\mathbf{y}^{(0)}(t) = \mathbf{y}(t)$.

При описании физических процессов на области изменения параметров $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p$ могут накладываться ограничения вида

$$\alpha_i \in A_i \subseteq \mathbb{R}. \quad (3)$$

Пусть для задачи (1)–(2) также выполнены условия теоремы Коши о существовании и единственности решения начальной задачи. Кроме того, имеется набор дополнительных данных о поведении функции $\mathbf{y}(t)$ в точках t_1, t_2, \dots, t_l

$$\mathbf{y}(t_i) = \mathbf{y}_i^e, \quad t_i \in (t_0, t_*], \quad i = 1, \dots, l, \quad (4)$$

где $\mathbf{y}_i^e = (y_{i1}^e, y_{i2}^e, \dots, y_{im}^e)^T$, $i = 1, \dots, l$ – m -мерные числовые векторы значений $\mathbf{y}(t)$ в точках t_1, t_2, \dots, t_l соответственно.

Для решения начальной задачи (1)–(2) будем использовать методы нейросетевого моделирования, согласно которым каждую компоненту вектор-функции $\mathbf{y}(t)$ разложим по нейросетевому базису

$$\hat{y}_i(t, \mathbf{w}_i) = \sum_{j=1}^{N_i} c_{ij} \nu_j(t, \mathbf{a}_{ij}), \quad i = 1, \dots, m. \quad (5)$$

Здесь $\mathbf{w}_{ij} = (c_{ij}, \mathbf{a}_{ij})$ – вектор настраиваемых параметров (нейросетевых коэффициентов); $\mathbf{a}_{ij} = (a_{ij}^1, a_{ij}^2)$; $\mathbf{w}_i = (\mathbf{w}_{i1}, \mathbf{w}_{i2}, \dots, \mathbf{w}_{iN_i})$. Тип базисного нейроэлемента $c_{ij} \nu_j(t, \mathbf{a}_{ij})$ определяется скалярной функцией скалярного аргумента, называемой активационной: $\nu_j(t, \mathbf{a}_{ij}) = \varphi_j(x)$, $x = \psi(t, \mathbf{a}_{ij})$, $\psi(\cdot)$ – заданная функция (к примеру, $\psi(t, \mathbf{a}_{ij}) = a_{ij}^1 \cdot t + a_{ij}^2$). Функция активации может быть выбрана, например, в форме гиперболического тангенса $\varphi(x) = \text{th}(x)$, радиальной базисной функции $\varphi(x) = \exp\{-|x|\}$ или ином виде [1].

Используя соотношения задачи (1)–(2), нейросетевое разложение (5) и дополнительные данные (4), составим нормированный функционал ошибки

$$J(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p, \mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_m) = \frac{1}{\sum_{i=1}^m \beta_i \cdot (t_* - t_0) + \sum_{j=1}^m \gamma_j \cdot r + \sum_{j=1}^m \delta_j \cdot l} \times \\ \times \left[\sum_{i=1}^m \beta_i \int_{t_0}^{t_*} \left| f_i(\xi, \hat{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{y}}', \dots, \hat{\mathbf{y}}^{(n)}, \alpha_1, \dots, \alpha_p) \right|^2 d\xi + \right. \\ \left. + \sum_{j=1}^m \gamma_j \sum_{i=0}^{r-1} \left| \hat{y}_j^{(i)}(t_0, \mathbf{w}_j) - y_{ij} \right|^2 + \sum_{j=1}^m \delta_j \sum_{i=1}^l \left| \hat{y}_j(t_i, \mathbf{w}_j) - y_{ij}^e \right|^2 \right], \quad (6)$$

где $\hat{\mathbf{y}}(t, \mathbf{w}) = (\hat{y}_1(t, \mathbf{w}_1), \hat{y}_2(t, \mathbf{w}_2), \dots, \hat{y}_m(t, \mathbf{w}_m))^T$ – вектор нейросетевых разложений; $\mathbf{w} = (\mathbf{w}_1 \mathbf{w}_2 \dots \mathbf{w}_m)$; $\beta_i, \gamma_j, \delta_j, i = 1, \dots, m$ – штрафные множители.

На практике часто используется дискретное представление функционала ошибки (6) [1]

$$J(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p, \mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_m) = \frac{1}{\sum_{i=1}^m \beta_i \cdot M + \sum_{j=1}^m \gamma_j \cdot r + \sum_{j=1}^m \delta_j \cdot l} \times \\ \times \left[\sum_{i=1}^m \beta_i \sum_{j=1}^M \left| f_i(\xi_j, \hat{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{y}}', \dots, \hat{\mathbf{y}}^{(n)}, \alpha_1, \dots, \alpha_p) \right|^2 + \right. \\ \left. + \sum_{j=1}^m \gamma_j \sum_{i=0}^{r-1} \left| \hat{y}_j^{(i)}(t_0, \mathbf{w}_j) - y_{ij} \right|^2 + \sum_{j=1}^m \delta_j \sum_{i=1}^l \left| \hat{y}_j(t_i, \mathbf{w}_j) - y_{ij}^e \right|^2 \right]. \quad (7)$$

В данной формуле компоненты вектор-функции $\mathbf{F}(t, \mathbf{y}, \mathbf{y}', \mathbf{y}'', \dots, \mathbf{y}^{(r)}, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p)$ вычисляются на множестве пробных (или тестовых) точек $\{\xi_i\}_{i=1}^M$, генерируемых случайным образом, например, по равномерному закону распределения на интервале (t_0, t_*) [1].

Для нахождения вектор-функции $\mathbf{y}(t)$, удовлетворяющей задаче (1)–(2) и данным (4) на $t \in [t_0, t_*]$, решается задача минимизации функционала ошибки (7) (или (6)) по переменным $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p, \mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_m$ с учетом ограничений (3)

$$J(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p, \mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_m) \xrightarrow[\alpha_i \in A_i]{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p, \mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_m} \min, \quad i = \overline{1, p}. \quad (8)$$

В результате решения задачи (8) получим значения параметров $\alpha_1^*, \alpha_2^*, \dots, \alpha_p^*$ и векторы нейросетевых коэффициентов $\mathbf{w}_1^*, \mathbf{w}_2^*, \dots, \mathbf{w}_m^*$, которые доставляют минимум функционалу (7). Нейросетевое решение задачи запишется в виде

$$\hat{\mathbf{y}}(t) = \hat{\mathbf{y}}(t, \mathbf{w}^*), \quad \mathbf{w}^* = (\mathbf{w}_1^* \mathbf{w}_2^* \dots \mathbf{w}_m^*), \quad t \in [t_0, t_*]. \quad (9)$$

Отметим, что минимизация функционала ошибки (7) ведется не до глобального минимума, а до момента, когда его значение становится меньше наперед заданного значения точности η , т.е. $J < \eta$. И именно это значение функционала принимается за приближенное минимальное J_* . Для того чтобы избежать остановки процесса минимизации в точке локального минимума, производится периодическая (после нескольких итераций алгоритма минимизации) регенерация пробных точек $\{\xi_i\}_{i=1}^M$ [1].

Для иллюстрации описанного подхода рассмотрим задачу идентификации параметров модели одноосного растяжения прямоугольных образцов толщиной 20 мм из анизотропного титанового сплава ЗВ, широко используемого в авиации, ракетостроении и космической технике (изготовление обшивки, деталей крепления, силового набора, деталей шасси, различных агрегатов и т. д.), при постоянной температуре $T = 20^\circ\text{C}$.

Растяжение образцов из титанового сплава ЗВ. Для описания поведения металлов в условиях ползучести вплоть до разрушения будем применять уравнения энергетического варианта теории ползучести в виде системы двух ОДУ [2], [3], [4]:

$$\begin{cases} \frac{dA}{dt} = f(\sigma, T)\Psi(A, T), \\ \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{dA}{dt}, \end{cases} \quad (10)$$

где A – удельная энергия рассеяния; ε – деформация ползучести; σ – действующее напряжение; t – время; T – температура; функциональные зависимости, входящие в первое уравнение, определяются по результатам эксперимента.

Функция $\Psi(A, T)$ может быть выбрана в виде [2], [3]

$$\Psi(A, T) = A^{-\alpha} (A_*^{\alpha+1} - A^{\alpha+1})^{-m}, \quad (11)$$

где α и m – параметры модели, зависящие в общем случае от температуры T , A_* – критическое значение удельной энергии рассеяния.

Таким образом, подставляя соотношение (11) в систему (10), получим:

$$\begin{cases} \frac{dA}{dt} = \frac{f(\sigma, T)}{A^\alpha (A_*^{\alpha+1} - A^{\alpha+1})^m}, \\ \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{dA}{dt}. \end{cases} \quad (12)$$

Функцию $f(\sigma, T)$ для титанового сплава ЗВ выберем в виде [2], [3]

$$f(\sigma, T) = B(\sigma - \sigma_c)^n,$$

где B , n – характеристики ползучести материала, зависящие в общем случае от температуры T ; σ_c – предел ползучести.

Таким образом, окончательно получим систему

$$\begin{cases} \frac{dA}{dt} = \frac{B(\sigma - \sigma_c)^n}{A^\alpha (A_*^{\alpha+1} - A^{\alpha+1})^m}, \\ \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{dA}{dt}. \end{cases} \quad (13)$$

Проведем безразмеривание системы (13), полагая

$$\omega = \frac{A}{A_*}, \bar{\sigma} = \frac{\sigma}{\sigma_c}. \quad (14)$$

Здесь ω – безразмерный параметр поврежденности, $\bar{\sigma}$ – безразмерное напряжение, $A_* = 6,7 \text{ кг} \cdot \text{мм}/\text{мм}^3$, $\sigma_c = 48 \text{ кг}/\text{мм}^2$ [3].

Применяя соотношения (14), придем к безразмерной системе

$$\begin{cases} \frac{d\omega}{dt} = \frac{B_\omega (\bar{\sigma} - 1)^n}{\omega^\alpha (1 - \omega^{\alpha+1})^m}, \\ \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{A_*}{\bar{\sigma} \cdot \sigma_c} \cdot \frac{d\omega}{dt}, \end{cases} \quad (15)$$

где $B_\omega = \frac{B\sigma_c^n}{A_*^{(\alpha+1)(m+1)}}$.

В качестве начальных условий для системы ОДУ (15) берутся однородные

$$t = 0: \omega(0) = 0, \varepsilon(0) = 0. \quad (16)$$

При постоянном безразмерном напряжении $\bar{\sigma} = \bar{\sigma}_0 = \text{const}$ задача (15)–(16) распадается на дифференциальное уравнение

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{B_\omega (\bar{\sigma}_0 - 1)^n}{\omega^\alpha (1 - \omega^{\alpha+1})^m} \quad (17)$$

с начальным условием

$$t = 0 : \omega(0) = 0 \quad (18)$$

и соотношением для определения деформации ползучести

$$\varepsilon(t) = \frac{A_*}{\bar{\sigma} \cdot \sigma_c} \cdot \omega(t). \quad (19)$$

Аналитическое решение задачи Коши (17), (18) можно записать в виде [5]

$$\omega(t) = \left(1 - (1 - (\alpha + 1)(m + 1)B_\omega(\bar{\sigma}_0 - 1)^n t)^{\frac{1}{m+1}} \right)^{\frac{1}{\alpha+1}}. \quad (20)$$

Используя соотношения (14), (19) также найдем $\varepsilon(t)$ и $A(t)$

$$\varepsilon(t) = \frac{A_*}{\sigma} \left(1 - (1 - (\alpha + 1)(m + 1)B_\omega(\bar{\sigma}_0 - 1)^n t)^{\frac{1}{m+1}} \right)^{\frac{1}{\alpha+1}}. \quad (21)$$

$$A(t) = A_* \left(1 - (1 - (\alpha + 1)(m + 1)B_\omega(\bar{\sigma}_0 - 1)^n t)^{\frac{1}{m+1}} \right)^{\frac{1}{\alpha+1}}. \quad (22)$$

Учитывая, что при разрушении параметр поврежденности принимает значение, равное единице, из выражения (20) получим значение длительной прочности t_* данной конструкции

$$t_* = [(m + 1)(\alpha + 1)B_\omega(\bar{\sigma}_0 - 1)^n]^{-1}. \quad (23)$$

Идентификация параметров. Для определения напряженно-деформированного состояния конструкции и ее прочностных характеристик в рассматриваемой задаче достаточно получить параметры начальной задачи (17)–(18), т. е. найти выражение для $\omega(t)$. Для этих целей будем использовать аналитическое решение (20).

Обозначим $f(\omega, B_\omega, \alpha, m, n) = \omega(t) - \left(1 - (1 - (\alpha + 1)(m + 1)B_\omega(\bar{\sigma}_0 - 1)^n t)^{\frac{1}{m+1}} \right)^{\frac{1}{\alpha+1}}$. Можно увидеть, что рассматриваемая задача по структуре схожа с задачей (1)–(2) в случае вырождения системы ОДУ в одно нелинейное алгебраическое уравнение ($m = 1, r = 0, p = 4, y(t) = \omega(t)$). Поэтому, будем проводить идентификацию параметров, используя подход, описанный в разделе 1. В качестве дополнительных данных будем использовать результаты эксперимента по одноосному растяжению прямоугольных образцов из анизотропного сплава ЗВ для некоторого уровня безразмерного напряжения $\bar{\sigma}_0$ [2]

$$\omega(t_i) = \omega_i, \quad t_i \in (0, t_*], \quad i = 1, \dots, l, \quad (24)$$

где t_i – момент времени снятия i -ого экспериментального значения, ω_i – экспериментальное значение безразмерного параметра поврежденности в момент времени t_i , l – количество экспериментальных точек.

Разложение по нейросетевому базису для данной задачи запишем в виде

$$\hat{\omega}(t, \mathbf{c}, \mathbf{a}) = \sum_{j=1}^N c_j (a_{j1}t + a_{j2} + 1)^{-1} \text{th}(a_{j3}t + a_{j4}) \sqrt{a_{j5}t + a_{j6} + 1}, \quad (25)$$

где $\mathbf{c} = \{c_j\}$; $\mathbf{a} = \{a_{ji}\}$; $i = 1, \dots, 6$; $j = 1, \dots, N$ – вектор и прямоугольная матрица нейросетевых коэффициентов.

Используя нейросетевое разложение (25), выражение для безразмерного параметра повреждения (20) и экспериментальные данные для некоторого значения безразмерного напряжения $\bar{\sigma}_0$ (24), запишем нормированный функционал ошибки (7) в виде

$$J(B_\omega, n, \alpha, m, \mathbf{c}, \mathbf{a}) = \frac{1}{\delta \cdot M + \delta_1 \cdot N} \times \\ \times \left\{ \delta \sum_{k=1}^M \left[\hat{\omega}(t, \mathbf{c}, \mathbf{a}) - \left(1 - (1 - (\alpha + 1)(m + 1)B_\omega(\bar{\sigma}_0 - 1)^n t)^{\frac{1}{m+1}} \right)^{\frac{1}{\alpha+1}} \right]^2 \right\}_{t=\xi_k} + \\ + \delta_1 \sum_{i=0}^l |\hat{\omega}(t_i, \mathbf{c}, \mathbf{a}) - \omega_i|^2. \quad (26)$$

Здесь $\{\xi_k\}_{k=1}^M$ – набор пробных точек, равномерно распределенных на интервале $(0, t_*)$; выражение под знаком первой суммы берется в точке $t = \xi_k$, M – количество пробных точек.

Для идентификации параметров B_ω, n, α, m решается задача минимизации

$$J(B_\omega, n, \alpha, m, \mathbf{c}, \mathbf{a}) \xrightarrow[\mathbf{c}, \mathbf{a}]{B_\omega, n, \alpha, m} \min. \quad (27)$$

Учитывая особенности протекания процесса деформирования, на параметры модели необходимо наложить следующие ограничения:

$$\begin{cases} B_\omega > 0, \\ n > 1, \\ \alpha > 1, \\ m > 1. \end{cases} \quad (28)$$

Получим задачу минимизации с ограничениями типа неравенств (27)–(28), в результате решения которой найдем значения параметров B_ω, n, α, m и коэффициенты нейросетевого разложения $\mathbf{c}^*, \mathbf{a}^*$, доставляющие минимум функционалу (26). Подставляя полученные коэффициенты в (25), найдем нейросетевое решение задачи.

Параметры нейросети и результаты эксперимента. Рассматривается одноосное растяжение прямоугольных образцов из анизотропного титанового сплава 3В. При расчете используются образцы двух типов [2], [3]:

- (1) Вырезанные в направлении прокатки листа (продольные образцы).
- (2) Вырезанные в направлении перпендикулярном к направлению прокатки (поперечные образцы).

Идентификация параметров ОДУ (17) проводится для трех начальных значений безразмерных напряжений $\bar{\sigma}_0 = 1,25; 1,28; 1,31$ в случае продольных образцов и для $\bar{\sigma}_0 = 1,35$ в случае поперечных образцов. Число базисных функций в нейросетевом разложении, количество пробных и экспериментальных точек, значения штрафных множителей, а также другие параметры нейросети приведены в табл. 1.

Таблица 1

Параметры нейросети						
$\bar{\sigma}_0$, МПа	δ	δ_1	N	M	l	η
Продольные образцы						
1,25	10^5	10^6	4	1000	20	$5 \cdot 10^{-4}$
1,27	10^5	10^6	4	1000	10	$5 \cdot 10^{-4}$
1,31	10^5	10^6	4	1000	17	$5 \cdot 10^{-4}$
Поперечные образцы						
1,35	10^5	10^6	4	1000	26	$5 \cdot 10^{-4}$

Все данные экспериментов приводятся в табл. 2–5.

Таблица 2
Экспериментальные данные для продольных образцов, $\bar{\sigma}_0 = 1,25$

	1	2	3	4	5	6	7
t , ч	182,4	700,8	1315,2	2150,4	2812,8	3801,6	4996,8
ω	0,216496	0,276476	0,314874	0,353796	0,378632	0,394564	0,433458
	8	9	10	11	12	13	14
t , ч	6060,024	7121,248	8116,635	9115,679	10070,4	11003,824	12889,952
ω	0,436739	0,463918	0,490159	0,512652	0,527773	0,551078	0,586692
	15	16	17	18	19	20	
t , ч	13899,522	14898,204	15846,707	16081,437	16134,132	16167,246	
ω	0,622306	0,672915	0,737113	0,7895	0,910965	0,998	

Таблица 3
Экспериментальные данные для продольных образцов, $\bar{\sigma}_0 = 1,28$

	1	2	3	4	5
t , ч	86,747	443,374	1050,602	1792,771	2149,398
ω	0,266167	0,343018	0,388941	0,444236	0,48841
	6	7	8	9	10
t , ч	2631,325	2949,398	3363,855	3412,048	3450,602
ω	0,527647	0,572634	0,661668	0,737582	0,809746

Таблица 4
Экспериментальные данные для продольных образцов, $\bar{\sigma}_0 = 1,31$

	1	2	3	4	5	6	7
t , ч	9,412	35,765	96	159,059	256	358,588	492,235
ω	0,177570	0,233645	0,298131	0,336449	0,374766	0,4	0,43178
	8	9	10	11	12	13	14
t , ч	602,353	714,824	836,706	1015,529	1105,882	1203,765	1251,765
ω	0,465421	0,504673	0,537383	0,61215	0,640187	0,699065	0,753271
	15	16	17				
t , ч	1298,824	1303,529	1303,529				
ω	0,845794	0,929907	0,991589				

Таблица 5
Экспериментальные данные для поперечных образцов, $\bar{\sigma}_0 = 1,35$

	1	2	3	4	5	6	7
t , ч	23,529	47,059	106,353	173,176	298,353	384	400
ω	0,103738	0,160748	0,218692	0,245794	0,278505	0,280225	0,293458
	8	9	10	11	12	13	14
t , ч	489,412	634,353	751,059	787,2	928	1091,765	1233,882
ω	0,300935	0,309346	0,313084	0,328972	0,331771	0,339318	0,347664
	15	16	17	18	19	20	21
t , ч	1356,235	1459,2	1485,176	1581,176	2568	3340,8	4003,2
ω	0,357944	0,366093	0,371701	0,379569	0,43907	0,48093	0,52386
	22	23	24	25	26		
t , ч	4684,8	5404,8	5827,2	5904	5952		
ω	0,569303	0,604721	0,668094	0,715207	0,847512		

Результаты вычислений. Задача минимизации (27)–(28) решалась в вычислительной среде Mathcad 14 методом сопряженных градиентов [6]. Расчет проводился на персональном компьютере Intel Core i5 – 2410M CPU 2,30 ГГц; 4,00 ГБ ОЗУ; видеокарта NVIDIA GeForce GT540M 2 ГБ; 64 – разрядная операционная система Windows 7 Домашняя базовая Service

Риск 1. Параметры, входящие в уравнение (17), полученные в результате решения задачи (27)–(28) и приведенные в работе [2], представлены в табл. 6. В табл. 7 приведены основные данные о процессе деформирования, где ω_* – расчетное значение безразмерного параметра поврежденности в момент разрушения, ε_* – расчетное значение деформации ползучести в момент разрушения.

Таблица 6

Характеристики ползучести				
$\bar{\sigma}_0$	B_ω	n	α	m
Результаты, полученные в работе [2]				
Продольные образцы				
1,25; 1,28; 1,31	37	12	2,5	7
Поперечные образцы				
1,35	1,35	12	2,5	7
Решение задачи (27)–(28)				
Продольные образцы				
1,25	39,074	12	2,499	6,592
1,28	12,945	12	3,505	20,402
1,31	26,725	12	2,83	8,549
Продольные образцы				
1,35	0,537	12	3,437	19,934

Таблица 7

Основные сведения о процессе деформирования

$\bar{\sigma}_0$, МПа	t_* , ч	ε_*	ω_*	A_{*j} кг · мм/мм ³	J_*
Результаты, полученные в работе [2]					
1,25	16194,224	0,11167	1	6,7	–
1,28	4156,654	0,10905	1	6,7	–
1,31	1225,462	0,10655	1	6,7	–
1,35	7828,736	0,1034	1	6,7	–
Результаты, полученные при решении задачи (27)–(28)					
1,25	16159,843	0,11167	1	6,7	$1,283 \cdot 10^{-4}$
1,28	3450,083	0,10905	1	6,7	$4,329 \cdot 10^{-5}$
1,31	1299,196	0,10655	1	6,7	$6,663 \cdot 10^{-5}$
1,35	5935,868	0,1034	1	6,7	$3,781 \cdot 10^{-5}$

Графики зависимости безразмерного параметра поврежденности от времени показаны на рис. 1–4, где точками обозначены результаты эксперимента, непрерывная линия – зависимость, построенная по результатам работы [2], пунктирная линия – результаты полученные при решении задачи (27)–(28).

Ниже приводятся коэффициенты нейросетевого разложения (25).

Для продольных образцов, $\bar{\sigma}_0 = 1,25$:

$$\mathbf{c}^* = (-0,021 \quad 0,028 \quad 0,082 \quad 2,659 \cdot 10^{-3})^T,$$

$$\mathbf{a}^* = \begin{pmatrix} 6,226 \cdot 10^{-4} & 0,038 & 1,135 \cdot 10^{-3} & 0,029 & 0,069 & 0,019 \\ -5,632 \cdot 10^{-5} & 1,121 & 0,202 & 0,044 & 0,037 & 0,063 \\ 3,068 \cdot 10^{-4} & 0,09 & 0,176 & 0,059 & 0,02 & 0,123 \\ -1,987 \cdot 10^{-4} & 2,222 & 0,03 & 0,201 & -1,039 \cdot 10^{-5} & 0,072 \end{pmatrix}. \quad (29)$$

Для продольных образцов, $\bar{\sigma}_0 = 1,28$:

$$\mathbf{c}^* = (0,121 \quad 0,055 \quad -0,066 \quad 3,827 \cdot 10^{-3})^T,$$

$$\mathbf{a}^* = \begin{pmatrix} -2,45 \cdot 10^{-4} & 0,064 & 0,02 & 0,576 & -4,727 \cdot 10^{-4} & 1,05 \\ 5,544 \cdot 10^{-4} & 2,489 & 0,344 & 0,096 & 0,243 & 0,371 \\ 8,185 & 0,146 & 0,852 & 2,268 & 0,241 & 1,256 \\ -2,539 \cdot 10^{-3} & 7,82 & 0,161 & 0,814 & 1,182 \cdot 10^{-3} & 0,254 \end{pmatrix}. \quad (30)$$

Для продольных образцов, $\bar{\sigma}_0 = 1,31$:

$$\mathbf{c}^* = (0,314 \quad 0,033 \quad 0,015 \quad 2,325 \cdot 10^{-3})^T,$$

$$\mathbf{a}^* = \begin{pmatrix} 8,913 \cdot 10^{-4} & 4,194 & 0,152 & 0,21 & 0,059 & 3,032 \\ -4,781 \cdot 10^{-4} & -0,3 & 0,013 & 0,287 & -3,522 \cdot 10^{-3} & 4,137 \\ 0,449 & 1,811 & 1,294 & -0,067 & 0,199 & 0,534 \\ -3,074 \cdot 10^{-3} & 3,018 & 0,173 & 0,81 & -9,638 \cdot 10^{-5} & 0,133 \end{pmatrix}. \quad (31)$$

Для поперечных образцов, $\bar{\sigma}_0 = 1,35$:

$$\mathbf{c}^* = (0,012 \quad 0,012 \quad 0,135 \quad -6,481 \cdot 10^{-3})^T,$$

$$\mathbf{a}^* = \begin{pmatrix} -1,918 \cdot 10^{-4} & 0,147 & 2,784 \cdot 10^{-5} & -0,128 & 5,411 \cdot 10^{-4} & 0,019 \\ -1,526 \cdot 10^{-4} & 0,262 & 1,235 & -0,029 & 0,466 & -5,588 \cdot 10^{-4} \\ 4,915 \cdot 10^{-3} & 6,911 \cdot 10^{-3} & 1,717 \cdot 10^{-4} & 0,137 & 2,034 & -0,304 \\ -8,068 \cdot 10^{-5} & -0,334 & 0,797 & -13,253 & 0,353 & 0,17 \end{pmatrix}. \quad (32)$$

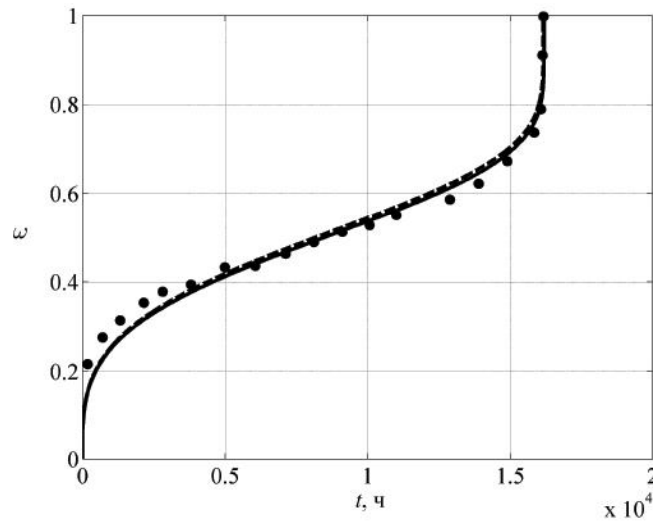


Рис. 1. Зависимость безразмерного параметра поврежденности от времени, $\bar{\sigma}_0 = 1,25$

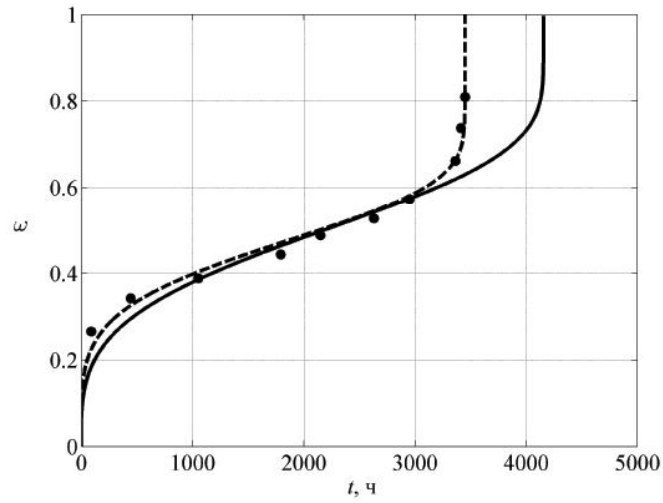


Рис. 2. Зависимость безразмерного параметра поврежденности от времени, $\bar{\sigma}_0 = 1,28$

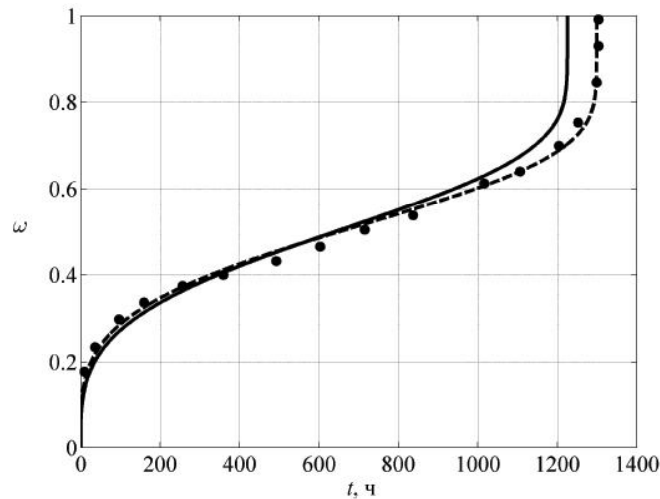


Рис. 3. Зависимость безразмерного параметра поврежденности от времени, $\bar{\sigma}_0 = 1,31$

Нейросетевые решения, соответствующие полученным коэффициентам, имеют вид, аналогичный аналитическим зависимостям представленным на рис. 1–4.

Выводы и замечания. В качестве основных результатов данной работы можно выделить:

1. Описан процесс построения решения задачи Коши для систем дифференциальных уравнений r -ого порядка с неизвестными скалярными параметрами и набором дополнительных данных с использованием методов нейросетевого моделирования.

2. Данный подход использован при решении задачи идентификации параметров модели ползучести и разрушения образцов из анизотропного титанового сплава ЗВ при постоянных напряжениях и температуре, описываемой ОДУ первого порядка энергетического варианта теории ползучести.

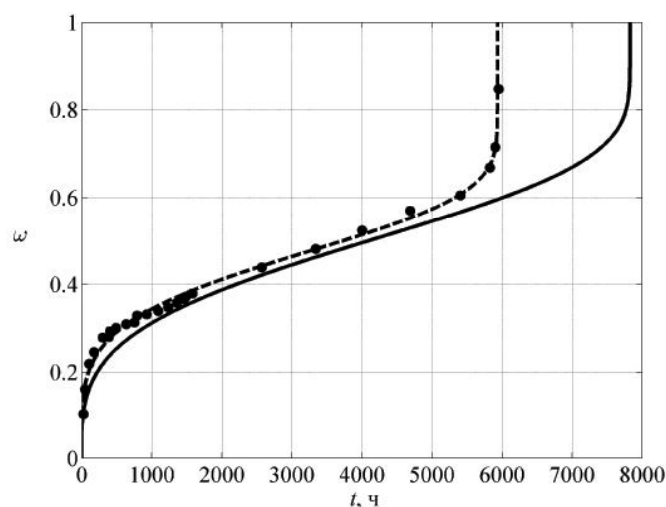


Рис. 4. Зависимость безразмерного параметра поврежденности от времени, $\bar{\sigma}_0 = 1,35$

3. Получены параметры и нейросетевые решения для рассматриваемой модели для трех начальных значений безразмерных напряжений $\bar{\sigma}_0 = 1,25; 1,28; 1,31$ в случае продольных образцов и для $\bar{\sigma}_0 = 1,35$ в случае поперечных образцов. Результаты расчетов показывают хорошее качественное и количественное согласование с результатами эксперимента (табл. 6–7, рис. 1–4), что говорит об эффективной применимости нейросетевого подхода к решению поставленных задач.

Стоит отметить, что, хотя для конкретного уровня напряжения можно получить параметры модели по результатам эксперимента, но, как правило, не всегда есть экспериментальные данные для всех интересующим нас значений $\bar{\sigma}_0$, поэтому в дальнейших исследованиях предполагается рассмотреть следующие задачи:

1. Идентификация параметров модели, пригодных для описания процесса ползучести и разрушения в некотором интервале напряжений.
2. Определение минимального объема экспериментальных данных, необходимых для идентификации параметров модели.
3. Получение ограничений на параметры модели, отражающие физическую сторону процессов ползучести и разрушения.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Васильев, А. Н. Нейросетевое моделирование. Принципы. Алгоритмы. Приложения / А. Н. Васильев, Д. А. Тархов. – СПб. : Изд-во СПбГПУ, 2009. – 528 с.
- [2] Соснин, О. В. Энергетический вариант теории ползучести и длительной прочности. Сообщение 2. Ползучесть и разрушение материалов с начальным упрочнением / О. В. Соснин, И. К. Шокало // Проблемы прочности. – 1974. – № 1. – С. 43–48.
- [3] Соснин, О. В. Энергетический вариант теории ползучести / О. В. Соснин, Б. В. Горев, А. Ф. Никитенко. – Новосибирск : Ин-т гидродинамики СО АН СССР, 1986. – 96 с.
- [4] Соснин, О. В. К обоснованию энергетического варианта теории ползучести и длительной прочности металлов / О. В. Соснин, А. Ф. Никитенко, Б. В. Горев // ПМТФ. – 2010. – Т. 51. – № 4. – С. 188–197.

[5] *Горев, Б.В.* Высокотемпературная ползучесть конструкционных сплавов и ее приложение к формообразованию крупногабаритных деталей: Дис. ... д-ра техн. наук: 01.02.04 / Б. В. Горев. – Новосибирск, 2003. – 426 с.

[6] *Полак, Э.* Численные методы оптимизации. Единый подход / Э. Полак. – М. : Мир, 1974. – 376 с.

Васильев Александр Николаевич,

доктор технических наук, профессор, Санкт-Петербургский государственный политехнический университет (национальный исследовательский университет), г. Санкт-Петербург

e-mail: a.n.vasilyev@gmail.com

Кузнецов Евгений Борисович,

доктор физико-математических наук, профессор, Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), г. Москва

e-mail: kuznetsov@mai.ru

Леонов Сергей Сергеевич,

аспирант, Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), г. Москва

e-mail: powerandglory@yandex.ru

A. N. Vasilyev¹, E. B. Kuznetsov², S. S. Leonov²

PARAMETER IDENTIFICATION FOR ANISOTROPIC CONSTRUCTION
FRACTURE MODEL

¹*St. Petersburg State Polytechnic University (National Research University)*

²*Moscow Aviation Institute (National Research University)*

Abstract. The application of neural network modeling methods to solve the creep and fracture model parameters identification problem of anisotropic titanium alloy 3V specimens described by energy variant of creep theory system of differential equations is considered. The process of neural network solution constructing for this problem is developed. By using of this process the model parameters are found. Solution corresponding to these parameters is in good agreement with the theoretical deformation-strength characteristics, the experiment and the results of other authors.

Keywords: creep, fracture, damage parameter, neural networks, parameter identification, systems of ordinary differential equations.

REFERENCES

- [1] Vasilyev, A. N. Neural Network Modeling. Principles. Algorithms. Applications / A. N. Vasilyev, D. A. Tarkhov. – St. Petersburg : St. Petersburg state polytechnic university publ., 2009. – 528 p.
- [2] Sosnin, O. V. Energy Variant of Creep and Long-Term Strength Theory. Report 2. Creep and Fracture of Materials with Initial Hardening / O. V. Sosnin, I. K. Shokalo // Strength problems. – 1974. – № 1. – P. 43–48.
- [3] Sosnin, O. V. Energy Variant of Creep Theory / O. V. Sosnin, B. V. Gorev, A. Ph. Nikitenko. – Novosibirsk : Institute of Hydrodynamics Siberian Branch of the Sciences Academy of the USSR, 1986. – 96 p.
- [4] Sosnin, O. V. Justification of the Energy Variant of the Theory of Creep and Long-Term Strength of Metals / O. V. Sosnin, A. Ph. Nikitenko, B. V. Gorev // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. – 2010. – V. 51. – № 4. – P. 608–614.
- [5] Gorev, B. V. High-Temperature Creep of Structural Alloys and Its Application to the Shaping of Large Parts: Dis. ... Dr. Sci. Tech.: 01.02.04 / B. V. Gorev. – Novosibirsk, 2003. – 426 p.
- [6] Polak, E. Computational Methods in Optimization: A Unified Approach / E. Polak. – New York : Academic Press, – 1971.

Vasilyev Alexander Nikolaevich

Dr. Sci. Tech., Professor, St. Petersburg state polytechnic university (national research university), St. Petersburg

Kuznetsov Evgenii Borisovich

Dr. Sci. Phys. & Math., Professor, Moscow aviation institute (national research university), Moscow

Leonov Sergey Sergeevich

Postgraduate student, Moscow aviation institute (national research university), Moscow