

А. В. Никитин, С. В. Тихонов

О ПРЕДЕЛЬНОМ СОСТОЯНИИ СЛОИСТОЙ ТРАНСЛЯЦИОННО-АНИЗОТРОПНОЙ ТРУБЫ

Чувашский государственный педагогический университет им. И. Я. Яковлева,
г. Чебоксары

Аннотация. Рассматривается многослойная толстостенная труба, находящаяся под действием внутреннего давления. Предполагается, что каждый слой обладает своими свойствами трансляционной анизотропии. Разработан алгоритм определения предельного напряженного состояния для произвольного числа слоев.

Ключевые слова: напряжение, пластичность, трансляционная анизотропия, труба, слой.

УДК: 539.3

Рассмотрим многослойную толстостенную трубу, находящуюся под действием внутреннего давления p (рис. 1).

Обозначим через α_1, α_2 внутренний и внешний радиусы 1-го слоя, через α_2, α_3 — внутренний и внешний радиусы 2-го слоя, через α_n, α_{n+1} — внутренний и внешний радиусы n -го слоя.

Условие предельного состояния для n -го слоя примем в виде

$$\left(\frac{\sigma_{xn} - \sigma_{yn}}{2} - \frac{k_{1n} - k_{2n}}{2} \right)^2 + (\tau_{xyn} - k_{3n})^2 = k_n^2, \quad k_{1n}, k_{2n}, k_{3n}, k_n = \text{const}, \quad (1)$$

где $\sigma_{xn}, \sigma_{yn}, \tau_{xyn}$ — компоненты напряжения в декартовой системе координат; k_{1n}, k_{2n}, k_{3n} — константы анизотропии.

Положим, что искомое решение зависит от некоторого параметра δ , будем искать решение в виде

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{(0)} + \sigma_{ij}^{(I)} \delta + \sigma_{ij}^{(II)} \delta^2 + \dots \quad (2)$$

В нулевом приближении имеет место осесимметрическое состояние трубы

$$\tau_{\rho\theta}^{(0)p} = 0. \quad (3)$$

Напряжения во внутренней пластической области n в 0 приближении примут вид

$$\sigma_{\rho_n}^{(0)p} = -q + 2K_n \ln \frac{\rho}{\alpha_n} + 2K_{n-1} \ln \frac{\alpha_n}{\alpha_{n-1}}, \quad \sigma_{\theta_n}^{(0)p} = -q + 2K_n \left(1 + \ln \frac{\rho}{\alpha_n} \right) + 2K_{n-1} \ln \frac{\alpha_n}{\alpha_{n-1}}. \quad (4)$$

Поступила 02.06.2015

Работа выполнена при поддержке РФФИ (коды проектов 15-41-02453, 14-01-31323 мол_а) и в рамках выполнения государственного задания (код проекта 1179)

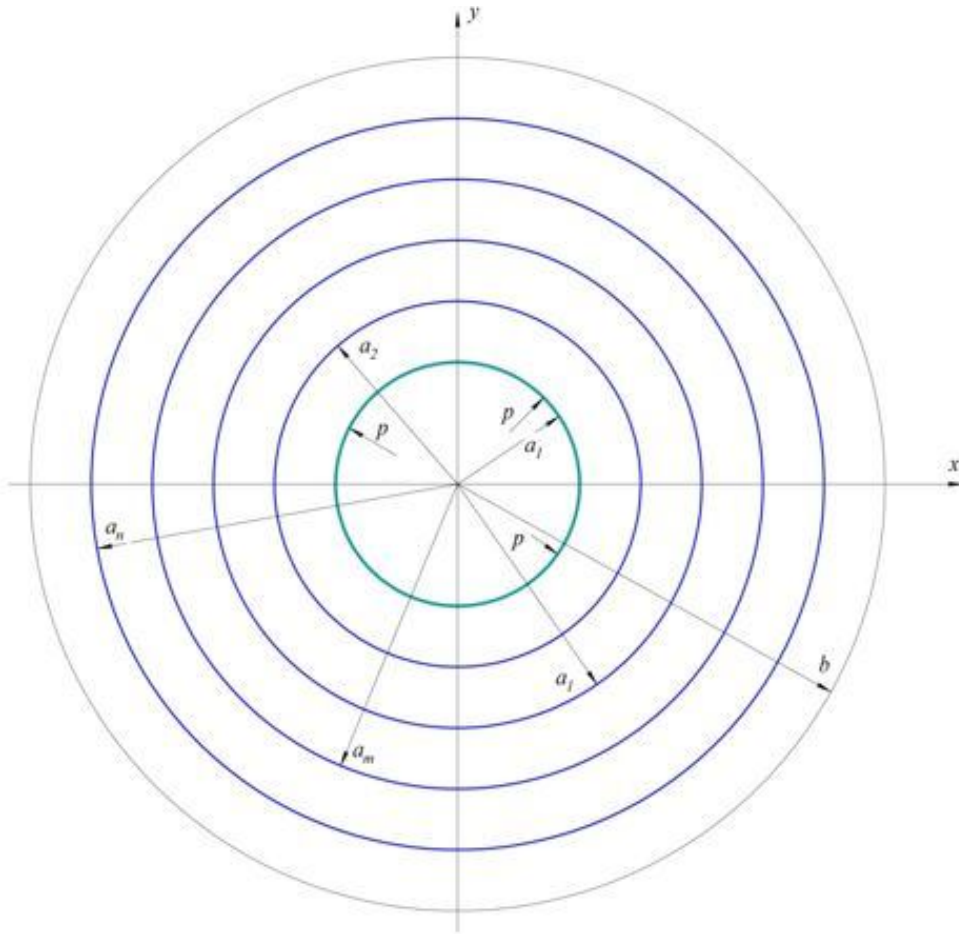


Рис. 1. Многослойная толстостенная труба, находящаяся под действием внутреннего давления

Предельное состояние в n -ом слое в 1 приближении:

$$\begin{aligned} \sigma_{pn}^{(I)p} &= a_1^n \cos(2\theta) + a_2^n \sin(2\theta), \\ \sigma_{\theta n}^{(I)p} &= b_1^n \cos(2\theta) + b_2^n \sin(2\theta), \\ \tau_{p\theta n}^{(I)p} &= c_1^n \cos(2\theta) + c_2^n \sin(2\theta), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} a_1^n &= \frac{\alpha_n}{\rho} \left\{ \frac{-2\sqrt{3}}{3} [b_1^{n-1} + R'_n \cos(\mu_n)] \sin\left(\sqrt{3} \ln \frac{\rho}{\alpha_n}\right) + \right. \\ &+ [a_1^{n-1} - R'_n \cos(\mu_n)] \left(\cos\left(\sqrt{3} \ln \frac{\rho}{\alpha_n}\right) + \frac{\sqrt{3}}{3} \sin\left(\sqrt{3} \ln \frac{\rho}{\alpha_n}\right) \right) + R'_n \cos(\mu_n), \\ a_2^n &= \frac{\alpha_n}{\rho} \left\{ \frac{2\sqrt{3}}{3} [b_2^{n-1} + R'_n \sin(\mu_n)] \sin\left(\sqrt{3} \ln \frac{\rho}{\alpha_n}\right) + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + [a_2^{n-1} + R'_n \cos(\mu_n)] \left(\cos\left(\sqrt{3} \ln \frac{\rho}{\alpha_n}\right) + \frac{\sqrt{3}}{3} \sin\left(\sqrt{3} \ln \frac{\rho}{\alpha_n}\right) \right) - R'_n \sin(\mu_n), \\
& \quad b_1^n = \frac{\alpha_n}{\rho} \left\{ \frac{-2\sqrt{3}}{3} [c_1^{n-1} + R'_n \cos(\mu_n)] \sin\left(\sqrt{3} \ln \frac{\rho}{\alpha_n}\right) + \right. \\
& + [c_1^{n-1} - R'_n \cos(\mu_n)] \left(\cos\left(\sqrt{3} \ln \frac{\rho}{\alpha_n}\right) + \frac{\sqrt{3}}{3} \sin\left(\sqrt{3} \ln \frac{\rho}{\alpha_n}\right) \right) - R'_n \cos(\mu_n), \\
& \quad b_2^n = \frac{\alpha_n}{\rho} \left\{ \frac{2\sqrt{3}}{3} [c_2^{n-1} + R'_n \sin(\mu_n)] \sin\left(\sqrt{3} \ln \frac{\rho}{\alpha_n}\right) + \right. \\
& + [c_2^{n-1} + R'_n \sin(\mu_n)] \left(\cos\left(\sqrt{3} \ln \frac{\rho}{\alpha_n}\right) + \frac{\sqrt{3}}{3} \sin\left(\sqrt{3} \ln \frac{\rho}{\alpha_n}\right) \right) + R'_n \sin(\mu_n), \\
& \quad c_1^n = \frac{\alpha_n}{\rho} \left\{ \frac{-2\sqrt{3}}{3} [a_2^{n-1} + R'_n \sin(\mu_n)] \sin\left(\sqrt{3} \ln \frac{\rho}{\alpha_n}\right) + \right. \\
& + [b_2^{n-1} + R'_n \sin(\mu_n)] \left(\cos\left(\sqrt{3} \ln \frac{\rho}{\alpha_n}\right) - \frac{\sqrt{3}}{3} \sin\left(\sqrt{3} \ln \frac{\rho}{\alpha_n}\right) \right) - R'_n \sin(\mu_n), \\
& \quad c_2^n = \frac{\alpha_n}{\rho} \left\{ \frac{2\sqrt{3}}{3} [a_2^{n-1} - R'_n \cos(\mu_n)] \sin\left(\sqrt{3} \ln \frac{\rho}{\alpha_n}\right) + \right. \\
& + [b_2^{n-1} + R'_n \cos(\mu_n)] \left(\cos\left(\sqrt{3} \ln \frac{\rho}{\alpha_n}\right) - \frac{\sqrt{3}}{3} \sin\left(\sqrt{3} \ln \frac{\rho}{\alpha_n}\right) \right) - R'_n \cos(\mu_n).
\end{aligned}$$

Таким образом с помощью (4), (5) можно определить предельное состояние в каждом слое трубы в 0 и в 1 приближении.

ЛИТЕРАТУРА

[1] *Ивлев, Д. Д.* Метод возмущений в теории упругопластического тела / Д. Д. Ивлев, Л. В. Ершов. – М. : Наука, 1978. – 208 с.

[2] *Ивлев, Д. А.* О предельном состоянии слоистых круговых цилиндров из анизотропного материала под действием внутреннего давления / Д. А. Ивлев // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. – 2010. – № 2 (66). – С. 57–63.

[3] *Кержаев, А. П.* Упругопластическое состояние двухслойной толстостенной трубы, находящейся под действием внутреннего давления, при трансляционной анизотропии / А. П. Кержаев // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2013. № 2 (16). С. 71–81.

Никитин Андрей Витальевич,

аспирант кафедры математического анализа, алгебры и геометрии, Чувашский государственный педагогический университет им. И. Я. Яковлева, г. Чебоксары

e-mail: Ligalas5@mail.ru

Тихонов Сергей Владимирович,

кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математического анализа, алгебры и геометрии, Чувашский государственный педагогический университет им. И. Я. Яковлева, г. Чебоксары

e-mail: strangcheb@mail.ru

A. V. Nikitin, S. V. Tikhonov

THE LIMITING CONDITION ANISOTROPIC LAYERED TRANSLATIONALLY PIPE

Abstract. Considered multilayer thick-walled pipe, which is under internal pressure. It is assumed that each layer has its own properties translational anisotropy. An algorithm to determine the maximum stress state for an arbitrary number of layers.

Keywords: stress, ductility, translational anisotropy, pipe layer.

REFERENCES

- [1] *Ivlev, D. D.* Perturbation method in the theory of elastic-plastic body / D. D. Ivlev, L. V. Ershov. – M. : Nauka, 1978. – 208 p. (in Russian)
- [2] *Ivlev, D. A.* The limit state layered circular cylinders of anisotropic material is under internal pressure / D. A. Ivlev // Vestnik I. Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Series : Mechanics of a limit state. – 2010. – № 2 (66). – P. 57–63. (in Russian)
- [3] *Kerzhaev, A. P.* Elastic plastic state two-layer thick-walled pipe located under internal pressure, while the anisotropy of translational / A. P. Kerzhaev // Vestnik I. Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Series : Mechanics of a limit state. – 2013. – № 2 (16). – P. 71–81. (in Russian)

Nikitin, Andrey Vitalaevich

Postgraduate student, Department Mathematical Analysis, Algebra and Geometry, I. Yakovlev Chuvash State Pedagogical University, Cheboksary

Tikhonov, Seregey Vladimirovich

Candidate of Phys.&Math., Assoc. Professor of Department Mathematical Analysis, Algebra and Geometry, I. Yakovlev Chuvash State Pedagogical University, Cheboksary