

А. А. Манцыбара<sup>1,2</sup>, М. В. Полоник<sup>1,2</sup>

## ВЛИЯНИЕ НАКОПЛЕННЫХ НЕОБРАТИМЫХ ДЕФОРМАЦИЙ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЗМУЩЕНИЙ ПОСТОЯННОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ В УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЙ СРЕДЕ

<sup>1</sup>Институт автоматики и процессов управления Дальневосточного отделения РАН,  
г. Владивосток, Россия

<sup>2</sup>Дальневосточный федеральный университет, г. Владивосток, Россия

**Аннотация.** Рассматривается задача о распространении сферической продольной ударной волны в упругопластической среде с накопленными необратимыми большими деформациями. Построено автомодельное решение центрально-симметричного движения продольной ударной волны постоянной интенсивности. Показано, что наличие накопленных необратимых деформаций влияет на скорость распространения ударной волны. Представлены результаты численного решения.

**Ключевые слова:** большие упругопластические деформации, ударная волна, автомодельная переменная, разрыв напряжений, сферические волны.

УДК: 539.371/.374

**Введение.** В процессе производства и технологической обработки все изделия накапливают как обратимые, так и необратимые деформации. Наличие данных деформаций в среде обуславливает остаточные напряжения. Существуют разные технологические приемы для снятия таких остаточных напряжений. Однако полностью снять остаточные напряжения невозможно. Таким образом, в материалах практически всегда присутствуют накопленные деформации. Такие деформации могут влиять на процессы распространения возмущений в среде. Хорошо изученные линейные модели не описывают подобные эффекты. Учет подобных эффектов возможен только в рамках нелинейных моделей. Однако с использованием нелинейных моделей упругопластической среды существует ряд сложностей, связанных как с выбором модели [1]–[6], так и с ее применением. Также следует отметить, что на сегодняшний день общепринятой

---

© Манцыбара А. А., Полоник М. В., 2016  
Манцыбара Александр Анатольевич  
e-mail: manzubor@iacp.dvo.ru, кандидат физико-математических наук, Институт автоматики и процессов управления Дальневосточного отделения РАН, Дальневосточный федеральный университет, г. Владивосток, Россия.

Полоник Марина Васильевна  
e-mail: polonik@mail.ru, кандидат физико-математических наук, Институт автоматики и процессов управления Дальневосточного отделения РАН, Дальневосточный федеральный университет, г. Владивосток, Россия.

Поступила 17.12.2015

модели больших упругопластических деформаций не существует. В данной работе для расчета распространения сферической продольной ударной волны по среде с накопленными необратимыми деформациями используется модель больших упругопластических деформаций, представленная в [7]–[9]. В рамках данной модели были получены решения задач [10]–[15] теории больших упругопластических деформаций. В работе [16] данная модель была использована для описания влияния необратимых деформаций на распространение упругих волн по упругопластическому полупространству. Пластические волны, являющиеся поверхностями разрывов, в линейной теории были исследованы в [17]. Именно в рамках данной модели удается построить автомодельное решение задачи о распространении сферической продольной упругой ударной волны в среде с накопленными необратимыми деформациями. Автомодельное решение задачи просто и дает качественную картину процессов.

**Основные соотношения.** Полагаем движение центрально-симметричным. Пусть упругопластическая среда была нагружена и накопила некоторый уровень необратимых деформаций, а затем была разгружена. Для простоты будем считать, что только следующие компоненты тензора пластических деформаций отличны от нуля:  $p_{rr} = p_{\theta\theta} = p_{\varphi\varphi} = \eta$ , где  $\eta = const$ , а все остальные тождественно равны нулю. Положим, что вектор перемещений в сферической системе координат имеет одну отличную от нуля компоненту  $u_r = u_r(r, t)$ . В этом случае движение среды обладает сферической симметрией. Компоненты тензора деформаций Альманси, с учетом сферической симметрии, выражаются через перемещения  $u_r$  следующим образом:

$$d_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_r}{\partial r} \right)^2, \quad d_{\theta\theta} = d_{\varphi\varphi} = \frac{u_r}{r} - \frac{1}{2} \left( \frac{u_r}{r} \right)^2. \quad (1)$$

Остальные его компоненты равны нулю:

$$d_{r\theta} = d_{r\varphi} = d_{\varphi\theta} = 0.$$

С другой стороны, если представлять тензор конечных деформаций через упругую и пластическую части, с учетом нашего предположения  $p_{rr} = p_{\theta\theta} = p_{\varphi\varphi} = \eta$ ,  $d_{r\theta} = d_{r\varphi} = d_{\varphi\theta} = 0$ , при малых упругих деформациях получим:

$$\begin{aligned} d_{rr} &= e_{rr} + p_{rr} - 2e_{rr}p_{rr} = e_{rr}(1 - 2p_{rr}) + p_{rr}, \\ d_{\theta\theta} &= d_{\varphi\varphi} = e_{\theta\theta} + p_{\theta\theta} - 2e_{\theta\theta}p_{\theta\theta} = e_{\varphi\varphi} + p_{\varphi\varphi} - 2e_{\varphi\varphi}p_{\varphi\varphi}. \end{aligned} \quad (2)$$

Из соотношений (1) и (2) можно однозначным образом выразить компоненты тензора упругих деформаций  $e_{ij}$  через тензор пластических деформаций  $p_{ij}$  и компоненты градиента вектора перемещений  $u_{i,j}$ :

$$e_{rr} = \frac{u_{r,r} - \frac{1}{2}(u_{r,r})^2 - \eta}{1 - 2\eta}, \quad e_{\varphi\varphi} = e_{\theta\theta} = \frac{\frac{u_r}{r} - \frac{1}{2}\left(\frac{u_r}{r}\right)^2 - \eta}{1 - 2\eta}. \quad (3)$$

Связь тензора напряжений с упругими деформациями в сферических координатах записывается согласно аналогу формулы Мурнагана следующим образом:

$$\sigma_{rr} = \frac{\rho}{\rho_0} \frac{\partial W}{\partial e_{rr}} (1 - 2e_{rr}); \quad \sigma_{\theta\theta} = \frac{\rho}{\rho_0} \frac{\partial W}{\partial e_{\theta\theta}} (1 - 2e_{\theta\theta}); \quad \sigma_{\varphi\varphi} = \frac{\rho}{\rho_0} \frac{\partial W}{\partial e_{\varphi\varphi}}. \quad (4)$$

Здесь  $W$  – функция упругого потенциала, которая зависит только от инвариантов тензора упругих деформаций, что возможно ввиду предположения о независимости

внутренней энергии от пластических деформаций. Воспользуемся разложением функции упругого потенциала  $W$  в ряд Тейлора по упругим инвариантам в окрестности состояния с нулевыми упругими деформациями:

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2}\lambda I_1^2 + \mu I_2 + lI_1 I_2 + mI_1^3 + nI_3 + \dots, \\ I_1 &= e_{rr} + e_{\theta\theta} + e_{\varphi\varphi}, \quad I_2 = e_{rr}^2 + e_{\theta\theta}^2 + e_{\varphi\varphi}^2, \quad I_3 = e_{rr}^3 + e_{\theta\theta}^3 + e_{\varphi\varphi}^3. \end{aligned} \quad (5)$$

Отношение плотностей вычислим из уравнения неразрывности

$$\begin{aligned} \frac{\rho}{\rho_0} &= \sqrt{1 - 2L_1 + 2L_1^2 - 2L_2 - \frac{4}{3}L_1^3 + 4L_1 L_2 - \frac{8}{3}L_3}, \\ L_1 &= d_{ii}, \quad L_2 = d_{ij}d_{ji}, \quad L_3 = d_{ij}d_{jk}d_{ki}. \end{aligned} \quad (6)$$

Согласно нашим предположениям о том, что только три компоненты тензора коначных деформаций Альманси  $d_{\theta\theta}$ ,  $d_{\varphi\varphi}$  и  $d_{rr}$  отличны от нуля, для его инвариантов получаем:

$$L_1 = d_{rr} + 2d_{\theta\theta}, \quad L_2 = d_{rr}^2 + 2d_{\theta\theta}^2, \quad L_3 = d_{rr}^3 + 2d_{\theta\theta}^3. \quad (7)$$

Используя (6) и (7) и для компонент тензора Альманси (3), получим

$$\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^2 = \left(1 - \frac{u_r}{r}\right)^2 (1 - u_{r,r}). \quad (8)$$

Соотношения (4) определяют зависимость тензора напряжений от тензора упругих деформаций, которая согласно предположению о малости упругих деформаций в случае сферической симметрии принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= R((\lambda + 2\mu)e_{rr} + \lambda(e_{\varphi\varphi} + e_{\theta\theta})), \\ \sigma_{\theta\theta} &= R((\lambda + 2\mu)e_{\theta\theta} + \lambda(e_{\varphi\varphi} + e_{rr})), \\ \sigma_{\varphi\varphi} &= R((\lambda + 2\mu)e_{\varphi\varphi} + \lambda(e_{rr} + e_{\theta\theta})), \end{aligned} \quad (9)$$

где  $R = \sqrt{1 - 2p_{rr}}$ .

Уравнение движения в сферической системе координат имеет следующий вид:

$$\sigma_{rr,r} + \frac{1}{r}(2\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta} - \sigma_{\varphi\varphi}) = \rho \frac{dv_r}{dt}. \quad (10)$$

Рассмотрим такое движение точек среды, когда единственной отличной от нуля компонентой вектора перемещений является компонента  $u_r$ , причем зависит она только от радиуса  $r$  и момента времени  $t$ . В данном случае можно перейти от уравнения (10), записанного в частных производных, к обыкновенному дифференциальному уравнению. Это можно осуществить посредством введения автомодельной переменной  $\xi$  следующего вида:

$$\xi = \frac{r}{ct}. \quad (11)$$

Пусть вектор перемещений выражается следующим образом:

$$u_r(r, t) = ru(\xi). \quad (12)$$

Вычислим частные производные от  $u_r$  по времени и радиусу в соответствии с (12):

$$u_{r,r} = u(\xi) + \xi u'(\xi), \quad \frac{\partial u_r}{\partial t} = r \left(-\frac{r}{ct^2}\right) u' = -cu' \xi^2. \quad (13)$$

Выражение для вектора скорости записывается следующим образом:

$$v_r = \dot{u}_r + u_{r,r} v_r \Rightarrow v_r = \frac{\dot{u}_r}{1 - u_{r,r}},$$

откуда в соответствии с (12)

$$v_r = -\frac{cu'\xi^2}{1 - u - u'\xi}. \quad (14)$$

Выразим через  $u(\xi)$  левую часть уравнения (10). Для этого перепишем соотношения для упругих деформаций (3), используя (13):

$$e_{rr} = \frac{u + \xi u' - \frac{1}{2}(u + \xi u')^2 - \eta}{1 - 2\eta}, \quad e_{\varphi\varphi} = e_{\theta\theta} = \frac{u - \frac{1}{2}u^2 - \eta}{1 - 2\eta}. \quad (15)$$

Подставляя (15) в (9), выразим компоненты тензора напряжений:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= \left( (\lambda + 2\mu) \frac{u + \xi u' - \frac{1}{2}(u + \xi u')^2 - \eta}{1 - 2\eta} + 2\lambda \frac{u - \frac{1}{2}u^2 - \eta}{1 - 2\eta} \right), \\ \sigma_{\theta\theta} &= \left( 2(\lambda + \mu) \frac{u - \frac{1}{2}u^2 - \eta}{1 - 2\eta} + \lambda \frac{u + \xi u' - \frac{1}{2}(u + \xi u')^2 - \eta}{1 - 2\eta} \right), \\ \sigma_{\varphi\varphi} &= \left( 2(\lambda + \mu) \frac{u - \frac{1}{2}u^2 - \eta}{1 - 2\eta} + \lambda \frac{u + \xi u' - \frac{1}{2}(u + \xi u')^2 - \eta}{1 - 2\eta} \right). \end{aligned} \quad (16)$$

Частная производная от  $\sigma_{rr}$  по радиусу имеет следующий вид:

$$\sigma_{rr,r} = R \left( (\lambda + 2\mu) \frac{(2u' - u''\xi)(1 - u - \xi u')}{1 - 2\eta} + 2\lambda u' \frac{1 - u}{1 - 2\eta} \right) \frac{\xi}{r}. \quad (17)$$

В результате для левой части уравнения (10), используя (16) и (17), получаем

$$\begin{aligned} \sigma_{rr,r} + \frac{1}{r}(2\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta} - \sigma_{\varphi\varphi}) &= \\ = \frac{R}{r} \left( \left( (\lambda + 2\mu) \frac{(2u' - u''\xi)(1 - u - \xi u')}{1 - 2\eta} + 2\lambda u' \frac{1 - u}{1 - 2\eta} \right) \xi + \right. \\ \left. + 4\mu \left( \frac{u + \xi u' - \frac{1}{2}(u + \xi u')^2 - u + \frac{1}{2}u^2}{1 - 2\eta} \right) \right). \end{aligned} \quad (18)$$

Благодаря соотношениям (12) и (18) из уравнения движения (10), записанного в частных производных, получаем обыкновенное однородное дифференциальное уравнение второго порядка, описывающее одномерное движение среды в безразмерной

форме:

$$\begin{aligned} \left( (\lambda + 2\mu) \frac{(2u' - u''\xi)(1 - u - \xi u')}{1 - 2\eta} + 2\lambda u' (1 - u) \right) \xi + 4\mu \xi u' \left( \frac{1 - u - \frac{1}{2}\xi u'}{1 - 2\eta} \right) = \\ = \rho_0 c^2 \xi^3 \frac{(u''\xi + 2u')(1 - u)^2}{(1 - u - u'\xi)^3}. \end{aligned} \quad (19)$$

**Постановка задачи.** Пусть в предварительно продеформированной разгруженной среде имеется сферическая полость радиусом  $r_0$  (рис. 1, a).

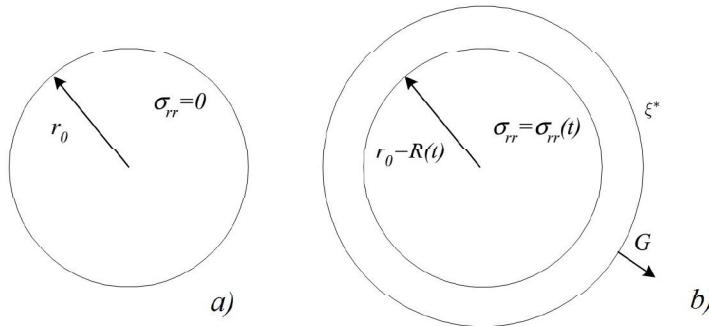


Рис. 1. Распространение ударной волны от внутренней полости

В момент времени  $t_0 = \frac{r_0}{G}$  ( $G = const$ ) на границе полости мгновенно изменяется напряженное состояние  $\sigma_{rr}^0 = \sigma_{rr}(t_0)$  так, что  $\sigma_{rr}^0 < 0$ . В результате такого ударного воздействия на среду в ней начинают распространяться возмущения. С учетом условия увеличения давления  $\sigma_{rr}^0 < 0$  из законов термодинамики следует, что передним фронтом возмущений будет сферическая ударная волна (рис. 1, б). Будем считать скорость  $G$  движения фронта волны в среде постоянной. Тогда поверхности разрыва будут соответствовать постоянное значение автомодельной переменной  $\xi^* = Gc^{-1}$ , где  $c = \sqrt{\lambda + 2\mu/\rho_0}$ . Согласно принятой гипотезе сплошности вектор перемещений на ударной волне рваться не может

$$[u_r] = 0, \quad (20)$$

а рвутся только его производные. Причем разрывы должны удовлетворять условиям совместности на поверхностях разрывов.

На сферической поверхности разрыва закон сохранения импульса в разрывах переписывается следующим образом:

$$[\sigma_{rr}] = -\rho_0 [v_r]. \quad (21)$$

Кинематические условия совместности разрывов в сферической системе координат имеют вид:

$$[\dot{u}_r] = (v_r - G)[u_{r,r}]. \quad (22)$$

Откуда, если переписать уравнение для вектора скорости

$$v_r = \frac{\partial u_r}{\partial t} + u_{r,r} v_r \quad (23)$$

в разрывах, получаем

$$[v_r] = \frac{(v_r - G)[u_{r,r}]}{1 - u_{r,r} + [u_{r,r}]}.$$
 (24)

Выразим разрыв тензора напряжений  $[\sigma_{rr}]$ , записанный в левой части (21), через разрыв градиента вектора перемещений  $[u_{r,r}]$ .

Для этого запишем соотношения (1) в разрывах

$$[d_{rr}] = \left[ u_{r,r} - \frac{1}{2}u_{r,r}^2 \right] = [u_{r,r}] - [u_{r,r}]u_{r,r} + \frac{1}{2}[u_{r,r}]^2.$$
 (25)

Так же перепишем в разрывах соотношения (2), учитывая то, что рваться могут только упругие деформации, а пластические остаются постоянными:

$$\begin{aligned} [d_{rr}] &= [e_{rr}] - 2[e_{rr}]p_{rr} = [e_{rr}](1 - 2p_{rr}), \\ [d_{\theta\theta}] &= [d_{\varphi\varphi}] = [e_{\varphi\varphi}](1 - 2p_{\varphi\varphi}) = [e_{\theta\theta}](1 - 2p_{\theta\theta}) = 0. \end{aligned}$$
 (26)

Из (25) и (26) разрыв тензора упругих деформаций может быть выражен следующим образом:

$$[e_{rr}] = [u_{r,r}] \frac{(1 - u_{r,r})}{1 - 2p_{rr}}.$$
 (27)

Переписывая соотношения (9) в разрывах и учитывая (26), имеем:

$$[\sigma_{rr}] = \frac{\rho}{\rho_0} ((\lambda + 2\mu)[e_{rr}] + \lambda([e_{\varphi\varphi}] + [e_{\theta\theta}])) = \frac{\rho}{\rho_0} (\lambda + 2\mu)[u_{r,r}] \frac{1 - u_{r,r} + \frac{1}{2}[u_{r,r}]}{1 - 2p_{rr}}.$$
 (28)

Используя (24) и (28), перепишем закон сохранения импульса:

$$(\lambda + 2\mu)[u_{r,r}] \frac{1 - u_{r,r} + \frac{1}{2}[u_{r,r}]}{1 - 2p_{rr}} = \rho_0 \frac{(v_r - G)^2 [u_{r,r}]}{1 - u_{r,r} + [u_{r,r}]}.$$
 (29)

Уравнение (29) является алгебраическим уравнением относительно скорости распространения ударной волны  $G$ , откуда получаем

$$G = v_r + \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho_0} \frac{(1 - u_{r,r} + \frac{1}{2}[u_{r,r}]) (1 - u_{r,r} + [u_{r,r}])}{1 - 2p_{rr}}}.$$
 (30)

Если теперь считать  $[u_{r,r}] = \varphi = const$  известной интенсивностью волны, то получаем:  $G = const$  и  $\xi^* = const$ . Согласно (30) формулируем начальные условия задачи Коши для уравнения (19), к которой сведена таким образом поставленная задача. Из уравнения (20) и соотношения (12) получаем, что сразу за поверхностью  $\xi^*$

$$u(\xi^*) = 1 - \sqrt{1 - 2\eta}.$$
 (31)

А для первой производной функции  $u(\xi)$  в точке  $\xi^*$  согласно уравнениям (1), (2), (13), (31) получаем

$$u'(\xi^*) = -\frac{\varphi}{\xi^*}.$$
 (32)

Таким образом получаем соотношения (31) и (32), которые являются начальными условиями задачи Коши для уравнения (19). Поскольку аналитически найти решение

уравнения (19) не представляется возможным, то был проведен численный эксперимент. Численное интегрирование проводилось от  $\xi^*$  при условиях (31) и (32) и заканчивалось при некотором  $\xi_1$  ( $0 < \xi_1 < \xi^*$ ), когда  $u(\xi)$  достигает некоторого, заданного заранее предела  $u_1 = u(\xi_1)$ .

Для определения закона движения  $R = R(t)$  границы полости, при котором расходящаяся сферическая ударная волна имеет постоянную интенсивность, воспользуемся соотношением, следующим из постановки задачи:

$$R(t)u(\xi_r) + r_0 = R(t), \quad \xi_r = \frac{R(t)}{ct}. \quad (33)$$

Здесь необходимо отметить, что в отличие от сферической поверхности разрыва, которой соответствует фиксированное значение автомодельной переменной  $\xi^*$ , границе полости будет соответствовать  $\xi_r$ , которое изменяется с течением времени. Поэтому  $R(t)$  вычисляется согласно (33) методом простых итераций, где  $u(\xi)$  вычисляется из дифференциального уравнения (19).

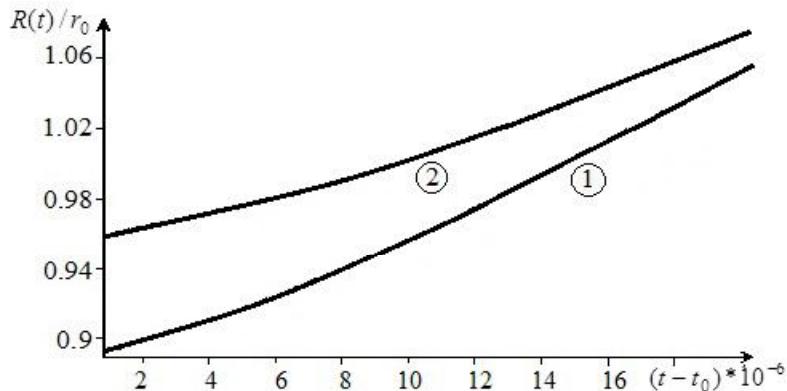


Рис. 2. Изменение радиуса внутренней полости  $R(t)/r_0$  с течением времени

Характерный график изменения радиуса внутренней полости, при котором передним фронтом распространяющихся в среду сжимающих ударных возмущений является сферическая ударная волна постоянной интенсивности, представлен на рис. 2 при следующих значениях обезразмеренных параметров Ламе: ( $\lambda_1 = \lambda/(\lambda + 2\mu) = 0.6$  и  $\mu_1 = \mu/(\lambda + 2\mu) = 0.2$ ) скачка  $[u_{r,r}] = \varphi = 0.01$  для кривой – 1 пластические деформации  $p_{rr} = -0.05$ , а для кривой – 2 при следующих значениях пластических деформаций  $p_{rr} = -0.13$ .

При найденном  $R = R(t)$  напряжение, необходимое для создания исследуемого автомодельного движения, находим из формулы (16), подставляя значение автомодельной переменной  $\xi_r(t)$ , соответствующее границе полости. Вид функции  $\sigma_{rr}^0 = \sigma_{rr}(R_0, t)$  показан на рис. 3, где ветви 1 и 2 получены при отсутствии о наличии пластических деформаций соответственно.

Согласно представленному графику в случае наличия предварительных сжимающих пластических деформаций необходимо менее резкое возрастание величины внутреннего давления для поддержания постоянства интенсивности расходящейся сферической ударной волны. При этом согласно графику можно более длительное время

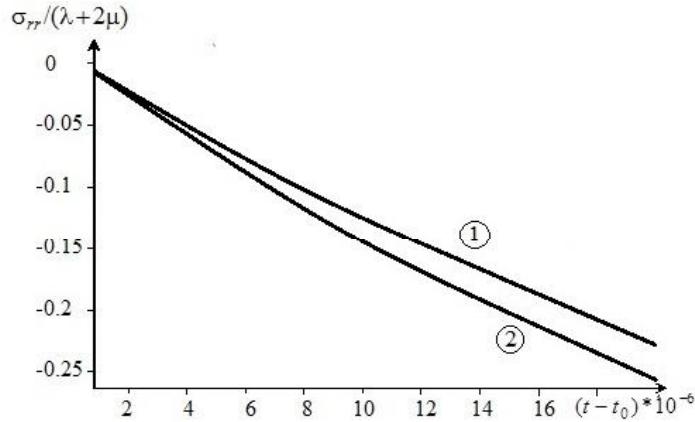


Рис. 3. Изменение напряжений  $\sigma_{rr}/(\lambda + 2\mu)$  с течением времени на внутренней полости

поддерживать ударную волну постоянной интенсивности, тем больше, чем больше предварительные пластические деформации. Поскольку напряжения на внутренней границе будут расти медленнее, чем в случае отсутствия пластических деформаций, процесс упругого деформирования будет проходить более длительное время при одинаковых пределах текучести материала, а также упругодеформируемая область будет занимать большую часть пространства при том же предельном значении для напряжений, так как в этом случае для достижения предельных значений потребуется больше времени.

**Заключение.** Таким образом, в рамках модели больших упругопластических деформаций на примере решения одномерной автомодельной задачи деформирования среды было рассмотрено распространение роста упругих деформаций. Оказалось, что в случае центральной симметрии и автомодельного движения среды упругие деформации могут изменяться на сферической ударной волне постоянной интенсивности. Численные расчеты показали, что накопленные пластические деформации влияют на скорость распространения упругой ударной волны.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Lee E. Elastic-plastic deformation at finite strains. *Trans ASME: J. Appl. Mech.*, 36(1) (1969) 1–6.
- [2] Левитас В. И. Большие упругопластические деформации материалов при высоком давлении. Киев: Наукова думка, 1987. 232 с.
- [3] Быковцев Г. И., Шитиков А. В. Конечные деформации упругопластических сред // Доклады АН СССР. 1990. Т. 311, № 1. С. 59–62.
- [4] Роговой А. А. Определяющие соотношения для конечных упруго-неупругих деформаций // Прикладная механика и техническая физика. 2005. Т. 46, № 5. С. 138–149.
- [5] Чернышов А. Д. Определяющие уравнения для упругопластического тела при конечных деформациях // Известия РАН. Механика твердого тела. 2000. № 1. С. 120–128.
- [6] Поздеев А. А., Трусов П. В., Нишин Ю. И. Большие упругопластические деформации: теория, алгоритмы, приложения. М.: Наука, 1986. 232 с.
- [7] Burenin A. A., Bykovtsev G. I., Kovtanyuk L. V. On a simple model for elastoplastic medium at finite deformations // Reports of the Russian Academy of Sciences, 347(2) (1996) 199–201.
- [8] Myasnikov V. P. The equations of motion of elastic-plastic materials under large deformations // Bulletin FEB RAS, 4 (1996) 8–13.
- [9] Kovtanyuk Л. В. Моделирование больших упругопластических деформаций в неизотермическом случае // Дальневосточный математический журнал. 2004. Т. 5, № 1. С. 107–117.
- [10] Burenin A. A., Kovtanyuk L. V., Polonik M. V. The possibility of reiterated plastic flow at the overall unloading of an elastoplastic medium // Doklady Physics, 45(12) (2000) 694–696. DOI: 10.1134/1.1342452.
- [11] Burenin A. A., Kovtanyuk L. V., Polonik M. V. The formation of a one-dimensional residual stress field in the medium of a cylindrical defect in the continuity of an elastoplastic medium // Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 67 (2003) 283–292. DOI: 10.1016/S0021-8928(03)90014-1.
- [12] Ermolenko A. V., Polonik M. V. On the possibility of improving operational characteristics of materials by preliminary pulse or impact treatment // Mechanics of Solids, 42(4) (2007) 652–660. DOI: 10.3103/S0025654407040176.
- [13] Polonik M. V., Murashkin E. V. Formation of the Stress Field in the Vicinity of a Single Defect under Shock (Impulse) Loading // Advanced Materials Research, 774–776 (2013) 1116–1121. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMR.774-776.111.
- [14] Murashkin E. V., Polonik M. V. Development of approaches to the creep process modeling under large deformations // Applied Mechanics and Materials, 249–250 (2013) 833–837. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMM.249-250.833.
- [15] Murashkin E. V., Polonik M. V. Determination of a Loading Pressure in the Metal Forming by the Given Movements // Advanced Materials Research, 842 (2014) 494–499. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMR.842.494.
- [16] Burenin A. A., Dudko O. V., Mantsybora A. A. Propagation of Reversible Deformation in a Medium with Accumulated Irreversible Strains // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, 43(5) (2002) 770–776. DOI: 10.1023/A:1019808407336.
- [17] Burenin A. A., Dudko O. V., Semenov K. T. Conditions for the existence of discontinuity surfaces of irreversible strains in elastoplastic media // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, 50(5) (2009) 878–885. DOI: 10.1007/s10808-009-0119-6.

A. A. Mantcybora<sup>1,2</sup>, M. V. Polonik<sup>1,2</sup>

**IMPACT OF THE CUMULATIVE IRREVERSIBLE DEFORMATION ON THE  
PERTURBATIONS PROPAGATION OF CONSTANT INTENSITY IN THE  
ELASTIC-PLASTIC MEDIUM**

<sup>1</sup>*Institute of Automation and Control Processes of Far-Eastern Branch of RAS, Vladivostok,  
Russia*

<sup>2</sup>*Far Eastern Federal University, Vladivostok, Russia*

**Abstract.** The problem of propagation of the spherical longitudinal shock wave in the elastic-plastic medium with accumulated large irreversible deformations is examined. Self-similar solution of central symmetric longitudinal motion of the shock wave of constant intensity has been found. It is shown that the presence of accumulated irreversible deformation affects the rate of propagation of the shock wave. The results of the numerical solution are presented.

**Keywords:** Large elastic-plastic deformations, shock wave, self-simulated variable, stress discontinuity, spherical waves.

#### REFERENCES

- [1] Lee E. Elastic-plastic deformation at finite strains. *Trans ASME: J. Appl. Mech.*, 36(1) (1969) 1–6.
- [2] Levitas V. I. Large elastoplastic deformation of materials at high pressure. Kiev: Nauk. Dumka, 1987. 232 p. (In Russian)
- [3] Bykovtsev G. I., Shitikov A. V. Finite deformation elastoplastic media // Reports of the Academy of Sciences of the USSR, 311(1) (1990) 59–62. (In Russian)
- [4] Rogovoy A. A. Defining relations for finite elastic-inelastic deformations // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, 46(5) (2005) 138–149.
- [5] Chernyshov A. D. Constitutive equations for elastic-plastic body at final deformations // Bulletin RAN, Mechanics of Solids, 1 (2000) 120–128.
- [6] Pozdeev A. A., Trusov P. V., Nyashina Y. I. Large elastoplastic deformation: theory, algorithms, applications. M.: Nauka, 1986. 232 p. (In Russian)
- [7] Burenin A. A., Bykovtsev G. I., Kovtanyuk L. V. On a simple model for elastoplastic medium at finite deformations // Reports of the Russian Academy of Sciences, 347(2) (1996) 199–201.
- [8] Myasnikov V. P. The equations of motion of elastic-plastic materials under large deformations / V. P. Myasnikov / Bulletin FEB RAS, 4 (1996) 8–13.
- [9] Kovtanyuk L. V. The modeling of elastic-plastic deformation in non-isothermal case, Far Eastern Mathematical Journal, 5(1) (2004) 107–117. (In Russian)

*Polonik Marina Vasilyevna*

e-mail: polonik@mail.ru, Ph.D., Senior Researcher, Institute of Automation and Control Processes of Far-Eastern Branch of RAS; Associate professor, Far Eastern Federal University, Vladivostok, Russia.

*Mantcybora, Alexandre Anatolyevich*

e-mail: manzubor@iacp.dvo.ru, Ph.D., Junior Researcher, Institute of Automation and Control Processes of Far-Eastern Branch of RAS, Vladivostok, Russia.

- [10] Burenin A. A., Kovtanyuk L. V., Polonik M. V. The possibility of reiterated plastic flow at the overall unloading of an elastoplastic medium // Doklady Physics, 45(12) (2000) 694–696. DOI: 10.1134/1.1342452.
- [11] Burenin A. A., Kovtanyuk L. V., Polonik M. V. The formation of a one-dimensional residual stress field in the medium of a cylindrical defect in the continuity of an elastoplastic medium // Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 67 (2003) 283–292. DOI: 10.1016/S0021-8928(03)90014-1.
- [12] Ermolenko A. V., Polonik M. V. On the possibility of improving operational characteristics of materials by preliminary pulse or impact treatment // Mechanics of Solids, 42(4) (2007) 652–660. DOI: 10.3103/S0025654407040176.
- [13] Polonik M. V., Murashkin E. V. Formation of the Stress Field in the Vicinity of a Single Defect under Shock (Impulse) Loading // Advanced Materials Research, 774–776 (2013) 1116–1121. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMR.774-776.111.
- [14] Murashkin E. V., Polonik M. V. Development of approaches to the creep process modeling under large deformations // Applied Mechanics and Materials, 249–250 (2013) 833–837. DOI:10.4028/www.scientific.net/AMM.249-250.833.
- [15] Murashkin E. V., Polonik M. V. Determination of a Loading Pressure in the Metal Forming by the Given Movements // Advanced Materials Research, 842 (2014) 494–499. DOI:10.4028/www.scientific.net/AMR.842.494.
- [16] Burenin A. A., Dudko O. V., Mantysbora A. A. Propagation of Reversible Deformation in a Medium with Accumulated Irreversible Strains // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, 43(5) (2002) 770–776. DOI: 10.1023/A:1019808407336.
- [17] Burenin A. A., Dudko O. V., Semenov K. T. Conditions for the existence of discontinuity surfaces of irreversible strains in elastoplastic media // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, 50(5) (2009) 878–885. DOI: 10.1007/s10808-009-0119-6.