Вестник ЧГПУ им. И. Я. Яковлева
Серия: Механика предельного состояния. 2016. № 2 (28). С. 149–157

П. Н. Кузнецов

УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЕ СОСТОЯНИЕ НЕОДНОРОДНОЙ ПЛОСКОСТИ С КРУГОВЫМ ОТВЕРСТИЕМ, ПОДКРЕПЛЕННЫМ ЭЛЛИПТИЧЕСКИМ ВКЛЮЧЕНИЕМ, СМЕЩЕННЫМ ПО ДВУМ НАПРАВЛЕНИЯМ ПРИ ДВУОСНОМ РАСТЯЖЕНИИ

Чувашский государственный педагогический университет им. И. Я. Яковлева, г. Чебоксары, Россия

Аннотация. Различные варианты включений были изучены в работах [5]–[8]. Упругопластическое и деформированное состояния анизотропной плоскости, ослабленной отверстием, подкрепленным эксцентрическим круговым включением, рассмотрены в работах [2], [3]. Двуосное растяжение упругопластической пластины с круговым отверстием в случае трансляционной анизотропии исследовано в работе [4]. В работе [5] было рассмотрено упругопластическое состояние плоскости с круговым отверстием, подкрепленным эллиптическим включением, смещенным только в одном направлении относительно центра отверстия. В настоящей статье обобщается работа [5]. Предполагается, что круговое отверстие усилено эллиптическим включением, смещенным по двум направлениям относительно центра отверстия. Рассматривается случай плоской деформации. Определяется граница упругопластической зоны, рассматривается влияние неоднородного включения на напряженное состояние плоскости.

Ключевые слова: упругость, пластичность, напряжение, неоднородность, двуосное растяжение.

УДК: 539.375

Постановка задачи. Рассмотрим плоскость с эллиптическим включением. Эллиптическое включение ослаблено круговым отверстием радиуса R. Начало координат x, y совпадает с центром окружности. Центр окружности и эллипса смещены на величину c_1 вдоль оси Ox и величину c_2 вдоль оси Oy (рис. 1). Предел текучести материала включения равен k_1, предел текучести материала плоскости – k_2. Пластина находится в состоянии двуосного растяжения под действием усилий на бесконечности p_1, p_2 (рис. 1).

Уравнение эллиптического контура отверстия запишем в виде

$$\frac{(x-c_1)^2}{a^2}+\frac{(y-c_2)^2}{b^2}=1, \tag{1}$$

Кузнецов Павел Николаевич
`e-mail:` kuznetsov_pn@mail.ru, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математического анализа, алгебры и геометрии, Чувашский государственный педагогический университет им. И. Я. Яковлева, г. Чебоксары, Россия.

Поступила 10.04.2016

где a и b – полуоси эллипса, c_1 – величина расстояния между центром окружности и центром эллипса по оси Ox, c_2 – величина расстояния между центром окружности и центром эллипса по оси Oy.

Решение будем искать в приближенном виде аналогично [1]–[6]. Уравнение упругопластической границы запишем в виде

$$r = r_s^{(0)} + \delta r_{s1}, \tag{2}$$

где δ – малый безразмерный параметр.

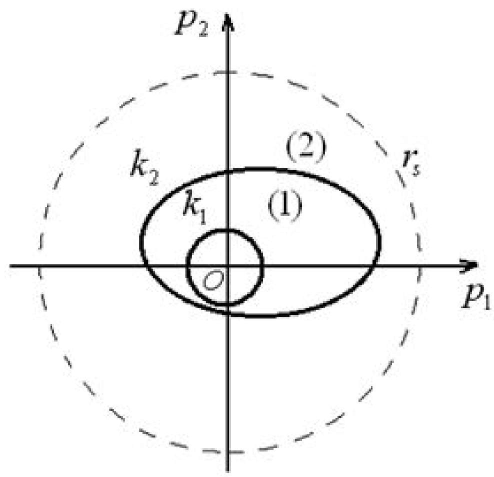

Рис. 1

В дальнейшем все величины, имеющие размерность длины, отнесем к величине $r_s^{(0)}$. Все величины, имеющие размерность напряжения, отнесем к пределу текучести k_1, обозначим $k_2/k_1 = \chi$. Примем $\rho = r\big/r_s^{(0)}$, $\rho' = r_{s1}\big/r_s^{(0)}$. Величины $c_1\big/r_s^{(0)}$, $c_2\big/r_s^{(0)}$,$(a-b)\big/2r_s^{(0)}$, $(p_1 - p_2)/2k_1$ будем считать достаточно малыми, порядка δ и обозначим

$$\frac{c_1}{r_s^{(0)}} = \delta_1, \quad \frac{c_2}{r_s^{(0)}} = \delta_2, \quad \frac{(a-b)}{2r_s^{(0)}} = \delta_3, \quad \frac{(p_1-p_2)}{2k_1} = \delta_4. \tag{3}$$

Далее примем

$$\delta_1 = d_1\delta, \quad \delta_2 = d_2\delta, \quad \delta_3 = d_3\delta, \quad \delta_4 = d_4\delta, \quad d_i \ - \ const, \quad 0 \le d_i \le 1. \tag{4}$$

Нулевое приближение. В исходном нулевом приближении при $\delta = 0$ имеем плоскость с круговым включением, ослабленным отверстием, равномерно растягиваемым на бесконечности усилиями $p = (p_1 + p_2)/2k_1$ (рис. 2).

Радиус отверстия в безразмерном виде обозначим $\alpha = R\big/r_s^{(0)}$, радиус включения – $\beta = (a+b)\big/2r_s^{(0)}$. Будем считать, что $\beta < 1$.

Компоненты напряжения запишем в полярной системе координат $\rho,\ \theta$: $\sigma_\rho,\ \sigma_\theta,\ \tau_{\rho\theta}$. Решение будем искать в виде

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{(0)} + \delta\sigma'_{ij}. \tag{5}$$

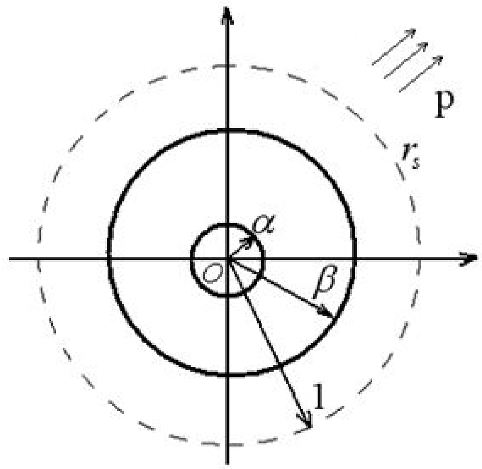

Рис. 2

Припишем компонентам напряжения в зоне включения индекс "*1*" внизу, компонентам напряжения вне включения – индекс *"2"* внизу. Компонентам напряжения в пластической зоне припишем индекс $''p''$ наверху, в упругой зоне – индекс $''$e$''$ наверху.

Рассмотрим напряженное состояние в исходном нулевом приближении.

Исходное напряженное состояние является осесимметричным:

$$\tau^{(0)}_{p\theta_1} = 0, \quad \tau^{(0)}_{p\theta_2} = 0. \tag{6}$$

В зоне 1, в зоне включения, условие пластичности примет вид

$$\sigma^{(0)p}_{\rho_1} - \sigma^{(0)p}_{\theta_1} = -2, \qquad \sigma^{(0)p}_{\theta_1} > \sigma^{(0)p}_{\rho_1}. \tag{7}$$

Вне зоны включения, в зоне 2, условие пластичности запишем в виде

$$\sigma^{(0)}_{\rho_2} - \sigma^{(0)}_{\theta_2} = -2\chi. \tag{8}$$

Уравнение равновесия имеет вид

$$\frac{d\sigma^{(0)}_{\rho}}{d\rho} + \frac{\sigma^{(0)}_{\rho} - \sigma^{(0)}_{\theta}}{\rho} = 0. \tag{9}$$

Из (7)–(9) имеем

$$\begin{aligned} &\sigma^{(0)p}_{\rho_1} = 2\ln\rho + C_1, \qquad \sigma^{(0)p}_{\theta_1} = 2 + 2\ln\rho + C_1, \\ &\sigma^{(0)p}_{\rho_2} = 2\chi\ln\rho + C_2, \qquad \sigma^{(0)p}_{\theta_2} = 2\chi + 2\chi\ln\rho + C_2, \end{aligned} \tag{10}$$

где C_1, C_2 – постоянные.

Из условия $\sigma^{(0)p}_{\rho_1}\Big|_{\rho=\alpha} = 0$ определим постоянную C_1

$$C_1 = -2\ln\alpha.$$

Получим

$$\sigma^{(0)p}_{\rho_1} = 2\ln\frac{\rho}{\alpha}, \qquad \sigma^{(0)p}_{\theta_1} = 2 + 2\ln\frac{\rho}{\alpha}. \tag{11}$$

Условие сопряжения компонент напряжений на границе эллиптического включения запишется в виде

$$\sigma_{\rho_1}^{(0)p}\Big|_{\rho=\beta} = \sigma_{\rho_2}^{(0)p}\Big|_{\rho=\beta}. \tag{12}$$

Согласно (10–12) получим

$$\begin{gathered} \sigma_{\rho_2}^{(0)p} = 2\chi \ln \tfrac{\rho}{\beta} + 2\ln \tfrac{\beta}{\alpha}, \\ \sigma_{\theta_2}^{(0)p} = 2\chi \ln \tfrac{\rho}{\beta} + 2\ln \tfrac{\beta}{\alpha} + 2\chi. \end{gathered} \tag{13}$$

На границе $\rho = \beta$ имеет место разрыв напряжений $\sigma_{\theta}^{(0)p}$:

$$\sigma_{\theta_2}^{(0)p} - \sigma_{\theta_1}^{(0)p} = 2(\chi - 1). \tag{14}$$

При $\rho \to \infty$ имеет место $\sigma_{\rho}^{(0)e} = \sigma_{\theta}^{(0)e} = p$.

Решение в упругой области будем искать в виде

$$\sigma_{\rho}^{(0)e} = p - \frac{B}{\rho^2}, \qquad \sigma_{\theta}^{(0)e} = p + \frac{B}{\rho^2}, \qquad \tau_{\rho\theta}^{(0)e} = 0. \tag{15}$$

Из условия сопряжения компонент напряжений на упругопластической границе будем иметь

$$\sigma_{\rho_2}^{(0)p}\Big|_{\rho=1} = \sigma_{\rho}^{(0)e}\Big|_{\rho=1}, \qquad \sigma_{\theta_2}^{(0)p}\Big|_{\rho=1} = \sigma_{\theta}^{(0)e}\Big|_{\rho=1}. \tag{16}$$

Из (13), (15), (16) имеем

$$\begin{gathered} p - \tfrac{B}{1} = 2\ln \tfrac{\beta}{\alpha} - 2\chi \ln \beta, \\ p + \tfrac{B}{1} = 2\ln \tfrac{\beta}{\alpha} - 2\chi \ln \beta + 2\chi. \end{gathered} \tag{17}$$

Откуда

$$B = \chi, \qquad p = 2\ln \frac{\beta}{\alpha} - 2\chi \ln \beta + 2\chi. \tag{18}$$

Учитывая, что $\alpha = R\Big/ r_s^{(0)}$ и $\beta = (a+b)\Big/ 2r_s^{(0)}$, из (18) получим

$$r_s^{(0)} = \exp\left(\frac{p}{2\chi} + \left(1 - \frac{1}{\chi}\right)\ln\left(\frac{a+b}{2}\right) + \frac{1}{\chi}\ln R - \frac{1}{2}\right). \tag{19}$$

Первое приближение. Уравнение эллипса (1) перепишем в виде

$$\frac{(x-\delta_1)^2}{(\beta+\delta_3)^2} + \frac{(y-\delta_2)^2}{(\beta-\delta_3)^2} = 1 \tag{20}$$

или

$$(x-\delta_1)^2 (\beta+\delta_3)^{-2} + (y-\delta_2)^2 (\beta-\delta_3)^{-2} - 1 = 0.$$

Пренебрегая малыми высшего порядка, уравнение (20) запишем в виде

$$(x-\delta_1)^2 \left(\frac{1}{\beta^2} - 2\frac{\delta_3}{\beta^3}\right) + (y-\delta_2)^2 \left(\frac{1}{\beta^2} + 2\frac{\delta_3}{\beta^3}\right) - 1 = 0. \tag{21}$$

Перейдем к полярным координатам по формулам

$$x = \rho\cos\theta, \quad y = \rho\sin\theta,$$

в первом приближении будем иметь

$$\rho^2 \left(1 - 2\frac{\delta_3}{\beta}\cos 2\theta\right) - 2\rho\left(\delta_1\cos\theta + \delta_2\sin\theta\right) - \beta^2 = 0. \tag{22}$$

Откуда

$$\rho = \beta + \delta_1 \cos\theta + \delta_2 \sin\theta + \delta_3 \cos 2\theta. \tag{23}$$

Контур кругового отверстия фиксирован, поэтому в зоне 1 величины $\sigma'^{p}_{ij_1} = 0$.

Граничные условия на контуре L_1 (рис. 1) запишутся в виде [1]

$$\begin{gathered}\left(\sigma'_{\rho_1^p} + \frac{d\sigma^{(0)p}_{\rho_1}}{d\rho}\rho'\right)\Bigg|_{\rho=\beta} = \left(\sigma'_{\rho_2^p} + \frac{d\sigma^{(0)p}_{\rho_2}}{d\rho}\rho'\right)\Bigg|_{\rho=\beta},\\ \left(\tau'_{\rho\theta_1^p} - \left(\sigma^{(0)p}_{\theta_1} - \sigma^{(0)p}_{\rho_1}\right)\frac{\dot{\rho}'}{\beta}\right)\Bigg|_{\rho=\beta} = \left(\tau'_{\rho\theta_2^p} - \left(\sigma^{(0)p}_{\theta_2} - \sigma^{(0)p}_{\rho_2}\right)\frac{\dot{\rho}'}{\beta}\right)\Bigg|_{\rho=\beta},\end{gathered} \tag{24}$$

где точка наверху означает дифференцирование по θ.

Из (24) следует

$$\begin{aligned}\sigma'^{p}_{\rho_2}\big|_{\rho=\beta} &= \frac{2}{\beta}(1-\chi)\left(d_1\cos\theta + d_2\sin\theta + d_3\cos 2\theta\right),\\ \tau'_{\rho\theta_2^p}\Big|_{\rho=\beta} &= \frac{2}{\beta}(1-\chi)\left(d_1\sin\theta - d_2\cos\theta + 2d_3\sin 2\theta\right).\end{aligned} \tag{25}$$

Согласно [1] из (25) получаем

$$\begin{aligned}&\sigma'^{p}_{\rho_2} = \frac{2}{\rho}(1-\chi)\,d_1\cos\theta + \frac{2}{\rho}(1-\chi)\,d_2\sin\theta +\\ &+2\frac{(1-\chi)}{\rho}d_3\left(\left[\sqrt{3}\sin\left(\sqrt{3}\ln\beta\right) + \cos\left(\sqrt{3}\ln\beta\right)\right]\cos\left(\sqrt{3}\ln\rho\right) +\right.\\ &\left.+\left[\sin\left(\sqrt{3}\ln\beta\right) - \sqrt{3}\cos\left(\sqrt{3}\ln\beta\right)\right]\sin\left(\sqrt{3}\ln\rho\right)\right)\cos 2\theta,\\ &\sigma'^{p}_{\theta_2} = \sigma'^{p}_{\rho_2},\\ &\tau'_{\rho\theta_2^p} = \frac{2}{\rho}(1-\chi)\,d_1\sin\theta - \frac{2}{\rho}(1-\chi)\,d_2\cos\theta + 4\frac{(1-\chi)}{\rho}d_3\left(\cos\left(\sqrt{3}\ln\beta\right)\cos\left(\sqrt{3}\ln\rho\right) +\right.\\ &\left.+\sin\left(\sqrt{3}\ln\beta\right)\sin\left(\sqrt{3}\ln\rho\right)\right)\sin 2\theta.\end{aligned} \tag{26}$$

Условия сопряжения напряжений в пластической и упругой областях при $\rho = 1$ имеют вид

$$\sigma'^{p}_{\rho_2}\big|_{\rho=1} = \sigma'^{e}_{\rho}\big|_{\rho=1}, \qquad \tau'_{\rho\theta_2^p}\Big|_{\rho=1} = \tau'_{\rho\theta^e}\big|_{\rho=1}. \tag{27}$$

Согласно (26), (27) компоненты напряжений при $\cos\theta$, $\sin\theta$ в упругой области имеют вид

$$\begin{gathered}\sigma'^{e}_{\rho} = \frac{2(1-\chi)}{\rho^3}d_1\cos\theta + \frac{2(1-\chi)}{\rho^3}d_2\sin\theta, \qquad \sigma'^{e}_{\theta} = -\frac{2(1-\chi)}{\rho^3}d_1\cos\theta - \frac{2(1-\chi)}{\rho^3}d_2\sin\theta,\\ \tau'_{\rho\theta^e} = \frac{2(1-\chi)}{\rho^3}d_1\sin\theta - \frac{2(1-\chi)}{\rho^3}d_2\cos\theta.\end{gathered} \tag{28}$$

Компоненты напряжений при $\cos 2\theta$, $\sin 2\theta$ на границе пластической зоны при $\rho = 1$, согласно (26), имеют вид

$$\begin{aligned}\sigma'^{p}_{\rho_2} &= 2(1-\chi)d_3\left[\sqrt{3}\sin\left(\sqrt{3}\ln\beta\right) + \cos\left(\sqrt{3}\ln\beta\right)\right]\cos 2\theta,\\ \sigma'^{p}_{\theta_2} &= \sigma'^{p}_{\rho_2},\\ \tau'_{\rho\theta_2^p} &= 4(1-\chi)d_3\cos\left(\sqrt{3}\ln\beta\right)\sin 2\theta.\end{aligned} \tag{29}$$

Соответствующее решение в упругой области следует искать в виде [1]

$$\begin{gathered}\sigma'_{\rho^e} = \left(-\frac{1}{\rho^4} + \frac{2}{\rho^2}\right)a''_2\cos 2\theta + \left(\frac{2}{\rho^4} - \frac{2}{\rho^2}\right)b'''_2\cos 2\theta + \left(1 - \frac{4}{\rho^2} + \frac{3}{\rho^4}\right)d_4\cos 2\theta,\\ \sigma'_{\theta^e} = \frac{1}{\rho^4}a''_2\cos 2\theta - \frac{2}{\rho^4}b'''_2\cos 2\theta + \left(1 + \frac{3}{\rho^4}\right)d_4\cos 2\theta,\\ \tau'_{\rho\theta^e} = \left(-\frac{1}{\rho^4} + \frac{1}{\rho^2}\right)a''_2\sin 2\theta + \left(\frac{2}{\rho^4} - \frac{1}{\rho^2}\right)b'''_2\sin 2\theta + \left(1 + \frac{2}{\rho^2} - \frac{3}{\rho^4}\right)d_4\sin 2\theta.\end{gathered} \tag{30}$$

Из (29), (30) получим

$$\begin{aligned} a_2'' &= 2\,(1-\chi)\,d_3\left(\sqrt{3}\sin\left(\sqrt{3}\ln\beta\right)+\cos\left(\sqrt{3}\ln\beta\right)\right), \\ b_2''' &= 4\,(1-\chi)\,d_3\cos\left(\sqrt{3}\ln\beta\right). \end{aligned} \tag{31}$$

Из (28), (30) следует

$$\begin{gathered} \sigma_\rho'^e = \tfrac{2(1-\chi)}{\rho^3}d_1\cos\theta + \tfrac{2(1-\chi)}{\rho^3}d_2\sin\theta + \\ + \tfrac{2(1-\chi)}{\rho^2}d_3\left\{\left(2-\tfrac{1}{\rho^2}\right)\left(\sqrt{3}\sin\left(\sqrt{3}\ln\beta\right)+\cos\left(\sqrt{3}\ln\beta\right)\right)+\right. \\ \left.+\left(\tfrac{2}{\rho^2}-2\right)2\cos\left(\sqrt{3}\ln\beta\right)\right\}\cos 2\theta + \left(1-\tfrac{4}{\rho^2}+\tfrac{3}{\rho^4}\right)d_4\cos 2\theta, \\ \sigma_{\theta^e}' = -\tfrac{2(1-\chi)}{\rho^3}d_1\cos\theta - \tfrac{2(1-\chi)}{\rho^3}d_2\sin\theta + \\ + \tfrac{2(1-\chi)}{\rho^4}d_3\left\{\sqrt{3}\sin\left(\sqrt{3}\ln\beta\right)-3\cos\left(\sqrt{3}\ln\beta\right)\right\}\cos 2\theta + \left(1+\tfrac{3}{\rho^4}\right)d_4\cos 2\theta, \\ \tau_{\rho\theta^e}' = \tfrac{2(1-\chi)}{\rho^3}d_1\sin\theta - \tfrac{2(1-\chi)}{\rho^3}d_2\cos\theta + \\ + \tfrac{2(1-\chi)}{\rho^2}d_3\left\{\left(1-\tfrac{1}{\rho^2}\right)\left(\sqrt{3}\sin\left(\sqrt{3}\ln\beta\right)+\cos\left(\sqrt{3}\ln\beta\right)\right)+\right. \\ \left.+\left(\tfrac{2}{\rho^2}-1\right)2\cos\left(\sqrt{3}\ln\beta\right)\right\}\sin 2\theta + \left(1+\tfrac{2}{\rho^2}-\tfrac{3}{\rho^4}\right)d_4\sin 2\theta. \end{gathered} \tag{32}$$

Величину ρ_s' определим из условия сопряжения

$$\left.\left(\sigma_{\theta_2}'^p + \frac{d\sigma_{\theta_2}^{(0)p}}{d\rho}\rho_s'\right)\right|_{\rho=1} = \left.\left(\sigma_\theta'^e + \frac{d\sigma_\theta^{(0)e}}{d\rho}\rho_s'\right)\right|_{\rho=1}. \tag{33}$$

Из (13), (15), (26), (32), (33) следует

$$\rho_s' = \frac{(\chi-1)}{\chi}d_1\cos\theta + \frac{(\chi-1)}{\chi}d_2\sin\theta + \left(2\frac{(\chi-1)}{\chi}d_3\cos\left(\sqrt{3}\ln\beta\right)+\frac{d_4}{\chi}\right)\cos 2\theta. \tag{34}$$

Таким образом, уравнение упругопластической границы имеет вид

$$\rho = 1+\delta\left\{\frac{(\chi-1)}{\chi}d_1\cos\theta + \frac{(\chi-1)}{\chi}d_2\sin\theta + \left(2\frac{(\chi-1)}{\chi}d_3\cos\left(\sqrt{3}\ln\beta\right)+\frac{d_4}{\chi}\right)\cos 2\theta\right\}. \tag{35}$$

В случая равномерного растяжения пластины в (35) следует положить $d_4 = 0$. В случае отсутствия эксцентриситета у эллипса включения – положить $d_3 = 0$. В случае совпадения центров отверстия и эллипса включения – положить $d_1 = 0,\ \ d_2 = 0$. При $d_3 = d_4 = 0$ имеет место включение в виде круга, смещенного относительно центра отверстия. При $d_1 = 1, \quad d_2 = d_3 = d_4 = 0$ из (35) следует

$$\rho = 1+\delta\frac{(\chi-1)}{\chi}d_1\cos\theta.$$

Заключение. Рассмотрено двуосное упругопластическое напряженное состояние неоднородной плоскости, ослабленной круговым отверстием, подкрепленным смещенным эллиптическим включением. Определена граница упругопластической зоны, изучено влияние неоднородного включения на напряженное состояние плоскости.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Ивлев Д. Д., Ершов Л. В. Метод возмущений в теории упругопластического тела. М.: Наука, 1978. 238 с.

[2] Матвеев С. В., Матвеева А. Н., Тихонов С. В. Деформированное состояние анизотропной плоскости, ослабленной отверстием, подкрепленной включением, ограниченной эксцентрической окружностью, при двуосном растяжении // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2016. № 1(27). С. 105–114.

[3] Тихонов С. В., Рыбакова Т. И. Упругопластическое состояние анизотропной плоскости, ослабленной отверстием, подкрепленной включением, ограниченной эксцентрической окружностью, при двуосном растяжении // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2015. № 3(25). С. 138–146.

[4] Фоминых С. О. Двуосное растяжение упругопластической пластины с круговым отверстием в случае трансляционной анизотропии // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия : Механика предельного состояния. 2010. Т. 3. № 2 (8). С. 610–622.

[5] Кузнецов П. Н. Упругопластическое состояние неоднородной плоскости с круговым отверстием, подкрепленным эксцентрическим эллиптическим включением, при двуосном растяжении // Вестник СамГУ. Естественнонаучная серия. 2009. № 2 (68). С. 103–110.

[6] Кузнецов П. Н. Упругопластическое состояние неоднородной плоскости, ослабленной круговым отверстием, подкрепленной включениями, ограниченными эксцентрическими окружностями, при двуосном растяжении // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия : Механика предельного состояния. 2009. № 1 (6). С. 134–141.

[7] Кузнецов П. Н. Упругопластическое состояние плоскости, подкрепленной эксцентрическими включениями, при двуосном растяжении // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. 2009. № 2 (62). С. 13–18.

[8] Кузнецов П. Н. Упругопластическое состояние неоднородной плоскости с круговым отверстием, подкрепленным включением, ограниченным эллипсами, при двуосном растяжении // Известия ТулГУ, Естественные науки. 2009. Вып. 2. С. 118–126.

P. N. Kuznetsov

ELASTO-PLASTIC CONDITION OF THE NON-UNIFORM PLANE WITH THE CIRCULAR OPENING SUPPORTED WITH THE ELLIPTIC INCLUSION DISPLACED IN TWO DIRECTIONS AT BIAXIAL STRETCHING

I. Yakovlev Chuvash State Pedagogical University, Cheboksary, Russia

Abstract. Various options of inclusions have been studied in works [5–8]. The elasto-plastic and deformed conditions of the anisotropic plane weakened by the opening supported with eccentric circular inclusion are considered in works [2,3]. Biaxial stretching of an elasto-plastic plate with a circular opening in case of transmitting anisotropy is investigated in work [4]. In work [5] the elasto-plastic condition of the plane with the circular opening supported with the elliptic inclusion displaced only in one direction concerning the center of an opening has been considered. In the present article work is generalized [5]. It is supposed that the circular opening is strengthened by the elliptic inclusion displaced in two directions concerning the center of an opening. The case of flat deformation is considered. The border of an elasto-plastic zone is defined, influence of non-uniform inclusion on a plane tension is considered.

Keywords: elasticity, plasticity, tension, heterogeneity, biaxial stretching.

REFERENCES

[1] Ivlev D. D., Yershov L.V. A method of indignations in the theory of an elasto-plastic body. M.: Science, 1978. 238 p. (in Russian).

[2] Matveev S. V, Matveeva A. N., Tikhonov S. V. The deformed condition of the anisotropic plane weakened by an opening, supported with inclusion, a limited eccentric circle at biaxial stretching // Vestnik I. Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Series: Mechanics of a limit state. 2016. No. 1(27). S. 105–114. (in Russian).

[3] Tikhonov S. V., Rybakova T. I. An elasto-plastic condition of the anisotropic plane weakened by an opening, supported with inclusion, a limited eccentric circle at biaxial stretching // Vestnik I. Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Series: Mechanics of a limit state. 2015. № 3(25). S. 138–146. (in Russian).

[4] Fominykh S. O. Biaxial stretching of an elasto-plastic plate with a circular opening in case of transmitting anisotropy // Vestnik I. Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Series: Mechanics of a limit state. 2010. Vol. 3. № 2 (8). P. 610–622. (in Russian).

[5] Kuznetsov P. N. An elasto-plastic condition of the non-uniform plane with the circular opening supported with eccentric elliptic inclusion at biaxial stretching // the Messenger of SAMGU. Natural-science series. 2009. № 2 (68). P. 103–110. (in Russian).

[6] Kuznetsov P. N. An elasto-plastic condition of the non-uniform plane weakened by a circular opening, supported with inclusions, limited eccentric circles at biaxial stretching // Vestnik I. Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Series: Mechanics of a limit state. 2009. № 1 (6). P. 134–141. (in Russian).

Kuznetsov Pavel Nikolaevich, Candidate of Physico-Mathematical Sciences, Associate Professor of the Mathematical Analysis, Algebra and Geometry, I. Yakovlev Chuvash State Pedagogical University, Cheboksary, Russia.

[7] Kuznetsov P. N. An elasto-plastic condition of the plane supported with eccentric inclusions at biaxial stretching // Vestnik I. Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. 2009. № 2 (62). P. 13–18. (in Russian).

[8] Kuznetsov P. N. An elasto-plastic condition of the non-uniform plane with the circular opening supported with the inclusion limited to ellipses at biaxial stretching // Izvestiya TULGU, Natural sciences. 2009. Issue 2, S. 118–126. (in Russian).