

Д. В. Гоцев, А. Е. Бунтов

УСТОЙЧИВОСТЬ МОНОЛИТНОЙ КРЕПИ ПОДЗЕМНОГО НЕФТЕХРАНИЛИЩА СФЕРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ С УЧЕТОМ НАЧАЛЬНОЙ ПОРИСТОСТИ МАТЕРИАЛА

Военный учебно-научный центр военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина»

Аннотация. Построена математическая модель напряженно-деформированного состояния монолитной крепи подземной сферической полости для материалов с пористой структурой, скелет которой обладает упруго-вязко-пластическими свойствами. В рамках точных трехмерных линеаризованных уравнений исследована устойчивость основного состояния сферической оболочки, являющейся крепью подземной полости глубокого заложения. Дана оценка влияния на величины основного напряженно-деформированного состояния физико-механических и геометрических параметров конструкции.

Ключевые слова: упругость, пластичность, вязкость, теплопроводность, большие деформации.

УДК: 539.374

В настоящее время актуальными задачами механики горных пород являются строительство грандиозных сооружений, интенсификация отборов нефти, проходка глубоких шахт, борьба с горными ударами, проблемы прогноза землетрясений и многие аспекты динамики земной коры, сейсмобезопасность, сейсморазведка, взрывные подземные работы, проблемы создания подземных хранилищ и охраны окружающей среды от загрязнения. Для решения всех этих вопросов необходимы представления о разрушении горных массивов, а также об устойчивости крепей подземных сооружений.

В настоящей работе исследуется вопрос об устойчивости основного напряженно-деформированного состояния (далее НДС) монолитной крепи подземной сферической полости глубокого заложения. Материал крепи моделируется пористой средой, сжатый скелет которой обладает одновременно упругими, вязкими и пластическими свойствами. Реологическая схема такой среды согласно [1] представлена на рисунке 1.

Модель представляет собой последовательное соединение пластической – « p » и упругой – « e » частей. Далее индексы « p » и « e » обозначают, что соответствующие величины относятся к упругой или пластической области тела соответственно. Пластическая часть состоит из пластического элемента, характеризуемого пределом текучести k , последовательно соединенного с параллельной связкой вязкого элемента с коэффициентом вязкости η и упрочняющегося упругого элемента с коэффициентом упрочнения s . Упругая часть состоит из упругого сжимаемого элемента «1», характеризуемого коэффициентами Лямэ λ_1, μ_1 , параллельно соединенного со связкой «2». Связка «2» представляет собой последовательное соединение

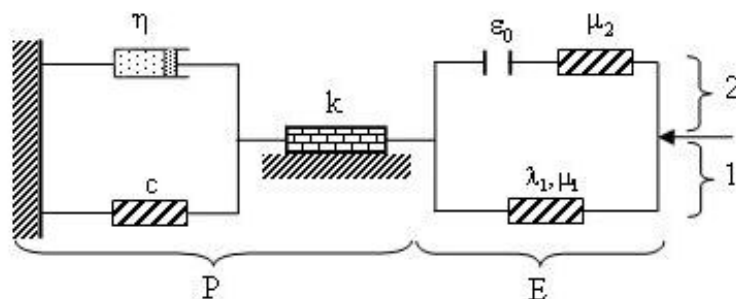


Рис. 1. Реологическая схема пористого упрочняющегося упруго-вязко-пластического тела

элемента жесткого контакта, характеризуемого величиной начальной пористости - ε_0 , и упругого несжимаемого элемента с коэффициентом упругости μ_2 .

Будем полагать, что процесс изменения пористости материала до нулевого значения происходит в фазе упругого деформирования матрицы, а сжатый скелет ведет себя как упруго-вязко-пластическое тело.

Напряжения в параллельном соединении «1-2» находятся как сумма напряжений элемента «1» и последовательной связки «2».

$$\sigma_j^\beta = (\sigma_j^\beta)_1 + (\sigma_j^\beta)_2. \quad (1)$$

Связь между напряжениями и деформациями в упругом элементе «1» определим законом Гука для сжимаемого тела

$$(\sigma_j^\beta)_1 = \lambda_1 \varepsilon_\alpha^e g_j^\beta + 2\mu_1 \varepsilon_j^\beta, \quad (2)$$

где g_j^β , ε_j^β смешанные компоненты метрического тензора и тензора упругих деформаций соответственно.

Уравнение жесткого контакта, входящего в последовательное соединение «2», согласно [2] имеет вид

$$(\sigma_j^\beta)_2 (\varepsilon_\alpha^e + \varepsilon_0) = 0, \quad (3)$$

причем $(\sigma_j^\beta)_2 = 0$ до полного сжатия пор, и $\varepsilon_\alpha^e = -\varepsilon_0$ после.

Связь между напряжениями и деформациями в упругом элементе, входящем в «2», определим законом Гука для несжимаемого тела

$$(s_j^\beta)_2 = 2\mu_2 (\varepsilon_j^\beta)_2, \quad (4)$$

где $(s_j^\beta)_2 = (\sigma_j^\beta)_2 - \frac{1}{3} (\sigma_k^k)_2 g_j^\beta$ - компоненты диватора тензора напряжений.

С учетом (3) и (4) зависимость напряжений через деформации в последовательном соединении «2» определяется соотношением

$$\left(\sigma_j^\beta\right)_2 = \begin{cases} 0, & -\varepsilon_\alpha^e < \varepsilon_0, \\ 2\mu_2 \left(\left(\varepsilon_j^\beta\right)_1 - \left(\varepsilon_j^\beta\right)_2 \right) + \frac{1}{3} (\sigma_\alpha^\alpha)_2 g_j^\beta, & -\varepsilon_\alpha^e \geq \varepsilon_0 \end{cases}, \quad (5)$$

где $\left(\varepsilon_j^\beta\right)_2^0$ – деформации компонента «2» до момента полного сжатия пор и $\varepsilon_\alpha^0 = -\varepsilon_0$ – после.

В зоне пластического деформирования сжатого скелета будем использовать модель несжимаемого упруго-вязко-пластического тела с поверхностью нагружения

$$F \equiv \left(s_j^\beta - c \varepsilon_j^\beta - \eta e_j^\beta \right) \left(s_\beta^j - c \varepsilon_\beta^j - \eta e_\beta^j \right) - k^2 = 0, \quad (6)$$

где e_j^β – компоненты тензора скоростей пластических деформаций.

Полная деформация в пластической зоне складывается из упругой ε_{ij}^e и пластической ε_{ij}^p составляющих

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p, \quad (7)$$

причем упругие деформации $\varepsilon_{ij}^e = \left(\varepsilon_{ij}^e\right)_1 = \left(\varepsilon_{ij}^e\right)_2$ связаны с напряжениями соотношениями (2) и (5). Пластическая составляющая объемной деформации удовлетворяет условию несжимаемости

$$\varepsilon_{nn}^p = 0. \quad (8)$$

Тензор скоростей пластических деформаций связан тензором напряжений соотношениями ассоциированного закона пластического течения

$$e_j^\beta = \psi \left(s_j^\beta - c \varepsilon_j^\beta - \eta e_j^\beta \right), \quad (9)$$

если выполняется условие пластичности (6). Здесь ψ – положительный скалярный множитель.

Первым этапом решения задачи устойчивости является определение основного НДС рассматриваемой конструкции. Ниже рассмотрим вопрос об определении НДС сферической оболочки (рисунок 2), являющейся крепью подземной сферической полости. Обозначим через b и a соответственно внешний и внутренний радиусы крепи. Действие массива горных пород на крепь заменим сжимающей нагрузкой интенсивностью q_b равномерно распределенной по внешней поверхности оболочки. Сжимающая нагрузка интенсивностью q_a равномерно распределенная по внутренней поверхности моделирует собой давление жидкости или газа на крепь.

Процесс деформирования пористого материала разделим на два взаимосвязанных этапа. Первый – упругое деформирование сжимаемой пористой среды, второй – неупругое деформирование сжатого скелета с упруго-вязко-пластическими свойствами. В связи с этим внешнюю нагрузку будем представлять в виде суммы $q_b = q_1 + q_2$.

НДС крепи сферической полости на первом этапе в осесимметричном случае в сферической системе координат (r, θ, ϕ) определяется соотношениями

$$u = C_1 r + \frac{C_2}{r^2}, \varepsilon_r = C_1 - \frac{2C_2}{r^3}, \varepsilon_\theta = \varepsilon_\phi = C_1 + \frac{C_2}{r^3}, \quad (10)$$

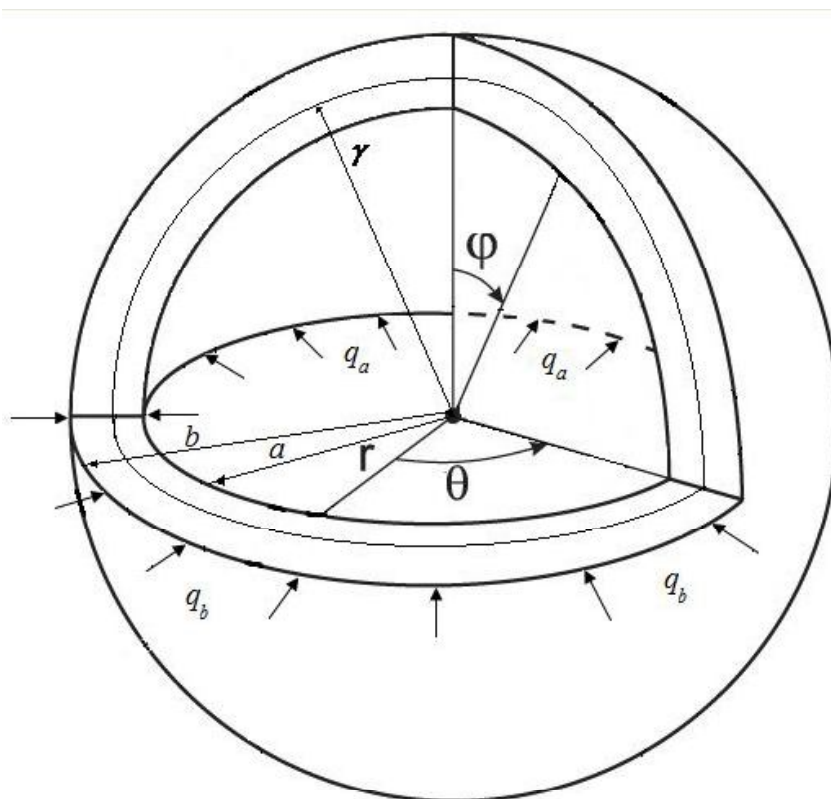


Рис. 2. Монолитная крепь подземной сферической полости под действием всестороннего сжатия

$$\sigma_r = C_1 (3\lambda_1 + 2) - \frac{4C_2}{r^3}, \sigma_\theta = \sigma_\phi = C_1 (3\lambda_1 + 2) + \frac{2C_2}{r^3}, \quad (11)$$

где $C_1 = \frac{q_1}{(3\lambda_1 + 2)(a^3 - 1)}$, $C_2 = -\frac{q_1 a^3}{4(1 - a^3)}$, u – радиальная составляющая вектора перемещений.

В (10), (11) и далее все соотношения записаны в безразмерном виде, при этом все величины, имеющие размерность напряжений, отнесены к величине μ_1 , а имеющие размерность длины – к радиусу b .

Достижение пористости материала нулевого значения (достижение объемной деформацией величины $-\varepsilon_0$) при упругом деформировании материала, как следует из (10), (11), происходит одновременно во всей оболочке под действием нагрузки, определяемой равенством

$$\tilde{q}_1 = \frac{\varepsilon_0}{3} (3\lambda_1 + 2) \cdot (1 - a^3). \quad (12)$$

При этом НДС (10), (11) перепишется в виде

$$u = -\frac{\varepsilon_0}{3} \cdot \left(r + \frac{(3\lambda_1 + 2)}{4} \cdot \frac{a^3}{r^2} \right),$$

$$\varepsilon_r = -\frac{\varepsilon_0}{3} \left(1 - \frac{(3\lambda_1 + 2)}{2} \cdot \frac{a^3}{r^3} \right), \varepsilon_\theta = \varepsilon_\phi = -\frac{\varepsilon_0}{3} \left(1 + \frac{(3\lambda_1 + 2)}{4} \cdot \frac{a^3}{r^3} \right), \quad (13)$$

$$\sigma_r = -\frac{\varepsilon_0}{3} (3\lambda_1 + 2) \left(1 - \frac{a^3}{r^3} \right), \sigma_\theta = \sigma_\phi = -\frac{\varepsilon_0}{3} (3\lambda_1 + 2) \left(1 + \frac{a^3}{2r^3} \right). \quad (14)$$

Таким образом, если $q_b < \frac{\varepsilon_0}{3}(3\lambda_1 + 2) \cdot (1 - a^3)$, то полного закрытия пор не происходит, и материал ведет себя как сжимаемая упругая среда с параметрами $\lambda_1, \mu_1 = 1, \varepsilon_0$.

Если $q_b = \frac{\varepsilon_0}{3}(3\lambda_1 + 2) \cdot (1 - a^3)$, то во всей крепи пористость достигнет нулевого значения (случай сжатого скелета); и при дальнейшем росте q_b (при увеличении части нагрузки q_2) возникнет и будет расти около внутренней поверхности сферической крепи пластическая зона, препятствовать развитию которой будут вязкость η и упрочнение (c) материала, то есть сжатый скелет будет деформироваться как несжимаемая упруго-вязко-пластическая среда с параметрами $\mu = 1 + \mu_2, k, c, \eta$.

Для описания поведения сжатого скелета будем использовать модель среды, учитывающую упрочняющиеся упруго-вязко-пластические свойства материала с функцией нагружения вида (6).

В этом случае сплошная среда разделяется на две зоны – упругую и пластическую, в каждой из которых значения перемещений, деформаций и напряжений в точках среды раскладываются на компоненты: а) пористого сжатия, определяемые соотношениями (13), (14); б) упруго-пластического сжатия (которые для деформаций в пластической зоне в свою очередь складываются из упругих и пластических компонент), определяемые из решения упругопластической задачи с вычетом из внешней нагрузки той ее части, которая идет на полное сжатие пор (12). Поэтому граничные условия для этих компонент запишутся в виде

$$\sigma_r|_{r=1} = - \left(q_b - \frac{\varepsilon_0}{3}(3\lambda_1 + 2) \cdot (1 - a^3) \right), \sigma_r|_{r=a} = -q_a. \quad (15)$$

НДС сжатого скелета монолитной крепи сферической полости определяется в виде:

- в упругой области ($\gamma < r < 1$)

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{16}{3}D\mu \left(1 - \frac{1}{r^3} \right) + \frac{\varepsilon_0}{3}(3\lambda_1 + 2) \cdot \left(1 - a^3 + \mu_0 a^3 \left(1 - \frac{1}{r^3} \right) \right) - q_b, \\ \sigma_\theta = \sigma_\phi &= \frac{8}{3}D\mu \left(\frac{1}{r^3} + 2 \right) + \frac{\varepsilon_0}{3}(3\lambda_1 + 2) \cdot \left(1 - a^3 + \frac{\mu_0 a^3}{2} \left(\frac{1}{r^3} + 2 \right) \right) - q_b; \end{aligned} \quad (16)$$

- в пластической области ($a < r < \gamma$)

$$\varepsilon_r^p = -2\varepsilon_\theta^p = -2\varepsilon_\phi^p = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\chi k}{(c + 2\mu)} \cdot \left(\frac{\gamma^3}{r^3} - 1 \right) \left(1 - e^{-\frac{c+2\mu}{\eta}t} \right), \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \sigma_r &= -q_a + \frac{12}{\sqrt{3}} \frac{\chi \mu k}{(c + 2\mu)} \left(1 - e^{-\frac{c+2\mu}{\eta}t} \right) \left(\frac{\gamma^3}{3} \left(\frac{1}{a^3} - \frac{1}{r^3} \right) + \ln \frac{a}{r} \right) + \\ &+ \left(4D\mu + \frac{\mu_0 \varepsilon_0 (3\lambda_1 + 2) a^3}{3} \right) \left(\frac{1}{a^3} - \frac{1}{r^3} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_\theta = \sigma_\phi &= -q_a + \frac{6\chi \mu k}{\sqrt{3}(c + 2\mu)} \cdot \left(1 - e^{-\frac{c+2\mu}{\eta}t} \right) \left(\frac{\gamma^3}{3} \left(\frac{1}{r^3} + \frac{2}{a^3} \right) - 1 + 2 \ln \frac{a}{r} \right) + \\ &+ \left(2D\mu + \frac{\mu_0 \varepsilon_0 (3\lambda_1 + 2) a^3}{6} \right) \left(\frac{2}{a^3} + \frac{1}{r^3} \right). \end{aligned}$$

Перемещения и полные деформации в упругой и пластической областях определяются соотношениями

$$u = \frac{D}{r^2} - \frac{\varepsilon_0}{3}r, \varepsilon_r = -\frac{2D}{r^3} - \frac{\varepsilon_0}{3}, \varepsilon_\theta = \varepsilon_\phi = \frac{2D}{r^3} - \frac{\varepsilon_0}{3}. \quad (18)$$

Здесь в (16) – (18)

$$D = -\frac{\eta\chi k}{2\sqrt{3}\mu(c+2\mu)} \cdot \left(3\gamma^2\dot{\gamma} \left(1 - e^{-\frac{c+2\mu}{\eta}t} \right) + \frac{c+2\mu}{\eta}\gamma^3 \right) - \frac{\mu_0\varepsilon_0(3\lambda_1+2)}{12\mu},$$

$$\chi = \text{sign} \left(q_a - q_b + \frac{\varepsilon_0}{3}(3\lambda_1+2) \cdot (1-a^3) \right).$$

Радиус γ раздела зон упругого и пластического деформирования с учетом (16) и (17) определяется из решения дифференциального уравнения

$$\begin{aligned} q_b - q_a + \frac{12}{\sqrt{3}} \frac{\chi k \mu}{(c+2\mu)} \left(1 - e^{-\frac{c+2\mu}{\eta}t} \right) \left(\frac{1}{3} \left(\frac{\gamma^3}{a^3} - 1 \right) + \ln \frac{a}{\gamma} \right) - \\ - \frac{2\eta\chi k}{\sqrt{3}(c+2\mu)} \cdot \left(3\gamma^2\dot{\gamma} \left(1 - e^{-\frac{c+2\mu}{\eta}t} \right) + \frac{c+2\mu}{\eta}\gamma^3 \right) \left(\frac{1}{a^3} - \frac{4}{3} + \frac{1}{3\gamma^3} \right) - \\ - \frac{\varepsilon_0}{3}(3\lambda_1+2) \cdot \left(1 - a^3 + \mu_0 \cdot \left(\frac{1}{a^3} - \frac{7}{3} + \frac{1}{3\gamma^3} + a^3 \right) \right) = 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Для определения НДС этой задачи использовались уравнения равновесия, условие пластичности (6), соотношения ассоциированного закона пластического течения (9), соотношения, связывающие полные упругие и пластические деформации (7), связь между напряжениями и деформациями в виде (2), (4), (5), граничные условия (15), условия непрерывности компонент напряжений на упруго-пластической границе и условие совместности $\varepsilon_r^p|_{r=\gamma} = 0$.

Результаты численного эксперимента представлены на рисунках 3, 4.

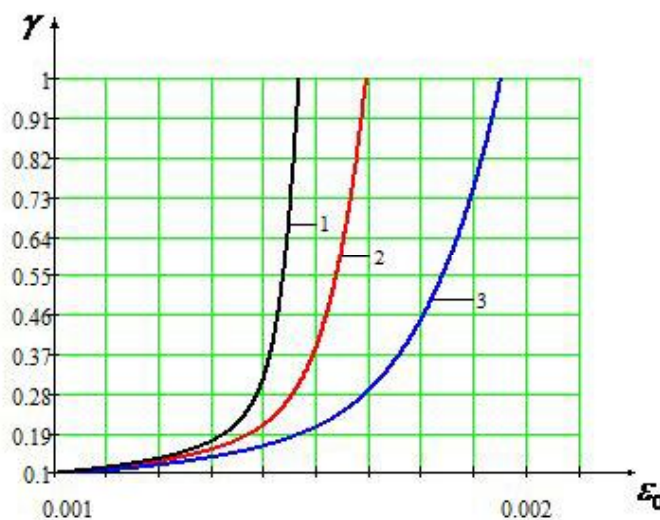


Рис. 3. Зависимость радиуса упругопластической границы γ от начального раствора пор ε_0

На рисунке 3 кривая 1 соответствует $k = 0.5 \cdot 10^{-4}$, кривая 2 — $k = 0.1 \cdot 10^{-3}$, кривая 3 — $k = 0.2 \cdot 10^{-3}$. При этом коэффициент упрочнения $c = 0.5 \cdot 10^{-2}$.

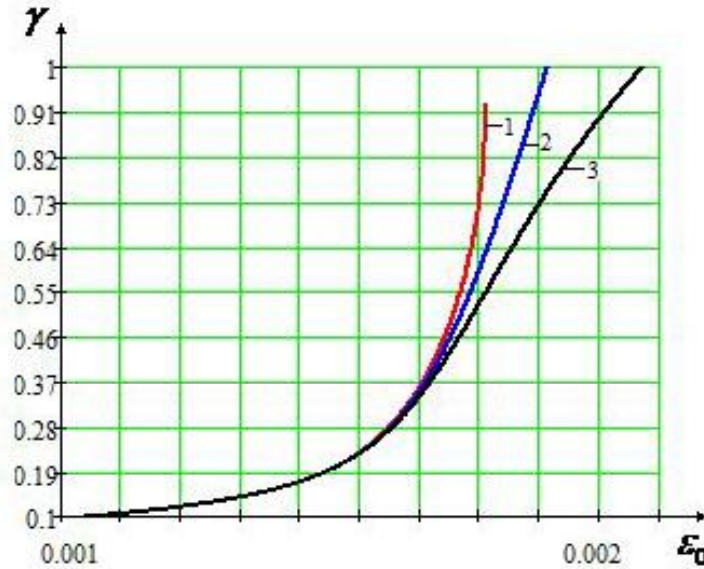


Рис. 4

На рисунке 4 кривая 1 соответствует $c = 0.1 \cdot 10^{-4}$, кривая 2 – $c = 0.008$, кривая 3 – $c = 0.02$. При этом предел текучести $c = 0.17 \cdot 10^{-3}$.

Безразмерные значения других физико-механических и геометрических параметров брались следующие: $a = 0.1$, $q_a = 0.1 \cdot 10^{-3}$, $q_b = 0.005$, $\lambda_1 = 3$, $\mu_2 = 1$, $\mu = 2$, $\eta = 0$.

Исследование устойчивости основного состояния (16) – (18) сферической крепи со сжатым скелетом при принятии обобщенной концепции продолжающегося нагружения сводится к решению системы дифференциальных уравнений в вариациях при соответствующих граничных условиях [3].

Уравнения равновесия для областей упругого и пластического деформирования сферической оболочки со сжатыми порами имеют вид

$$\nabla_i (\sigma_j^i + \sigma_{\alpha}^{0i} \nabla^{\alpha} u_j) = 0. \quad (20)$$

Здесь и далее ∇ – символ ковариантного дифференцирования, кружок сверху соответствует компонентам основного невозмущенного состояния (16)–(18).

Граничные условия на внутренней и внешней поверхностях сферической крепи запишем в виде

$$N_i (\sigma_j^i + \sigma_{\alpha}^{0i} \nabla^{\alpha} u_j) = 0. \quad (21)$$

Условия непрерывности на упругопластической границе γ имеют вид

$$[N_i (\sigma_j^i + \sigma_{\alpha}^{0i} \nabla^{\alpha} u_j)] = 0, [u_j] = 0. \quad (22)$$

Связь между амплитудными значениями напряжений и перемещений для несжимаемой упругопластической модели среды в пластической и упругой областях представима в форме [4]:

$$\sigma_j^i = (a_{i\alpha} g^{\alpha\alpha} \nabla_\alpha u_\alpha + p) g_j^i + (1 - g_j^i) g^{ii} G_j^i (\nabla_j u^i + \nabla^i u_j). \quad (23)$$

В (23) отсутствует суммирование по индексам i, j и производится по индексу α , величины $a_{i\alpha}$ и G_j^i представлены следующим образом:
в упругой области

$$a_{i\alpha} = 2\mu g_{i\alpha}, G_j^i = \mu; \quad (24)$$

в пластической области

$$a_{i\alpha} = 2\mu g_{i\alpha} - \nu f_{\alpha\alpha} f_{ii}, G_j^i = \mu, \quad (25)$$

где $f_{ij} = s_{ij}^0 - c \varepsilon_{ij}^{0p}$, значение $\nu = 1$ соответствует несжимаемой упругопластической среде, $\nu = 0$ – упругой несжимаемой среде.

Уравнения (20)–(25) с учетом условий несжимаемости в упругой и пластической областях представляют собой взаимосвязанную замкнутую систему уравнений относительно амплитудных значений вектора перемещений u, v, w и гидростатического давления p для исследования устойчивости основного состояния (16)–(18) монолитной крепи подземной сферической полости, когда имеется граница раздела областей упругого и пластического поведения материала. Нетривиальное решение этой задачи соответствует потере устойчивости основного состояния рассматриваемой конструкции.

Для нахождения собственных значений задачи перемещения и гидростатическое давление в упругой и пластической областях аппроксимируем в виде двойных рядов по сферическим функциям:

$$\begin{aligned} u &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{j=m}^{\infty} A_{jm}(r) Y_{jm}(\theta, \phi), v = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{j=m}^{\infty} B_{jm}(r) \frac{\partial}{\partial \theta} Y_{jm}(\theta, \phi), \\ w &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{j=m}^{\infty} C_{jm}(r) \frac{\partial}{\partial \phi} Y_{jm}(\theta, \phi), p = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{j=m}^{\infty} D_{jm}(r) Y_{jm}(\theta, \phi). \end{aligned} \quad (26)$$

Здесь $Y_{jm}(\theta, \phi) = P_j^m(\cos \theta) (\alpha_{jm} \cos m\phi + \beta_{jm} \sin m\phi)$ – сферические функции, $P_j^m(\cos \theta)$ – присоединенные функции Лежандра первого рода степени j и порядка m ($P_j^m = 0$ для $m > j$). Функции Y_{jm} являются решениями уравнения

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + ctg\theta \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + j(j+1) \right) Y_{jm}(\theta, \phi) = 0.$$

В случае симметричного начального состояния ($\sigma_2^0 = \sigma_3^0, \sigma_j^i = 0$ при $i \neq j$) согласно (24) и (25) $a_{12} = a_{13}, a_{22} = a_{33}, a_{23} = a_{32}, a_{31} = a_{21}, a_{22} - a_{23} = 2\mu$ и, следовательно, $B_{jm}(r) = C_{jm}(r)$.

Так как рассматриваемая система уравнений (20), (21) линейна и однородна, то каждый член (26) можно рассматривать отдельно. В дальнейшем для краткости записи индексы m и j опустим. Тогда система уравнений (20)–(21) с учетом (26), а также условия $B(r) = C(r)$ после ряда преобразований примет вид:

уравнения равновесия

$$\begin{aligned} &r^2 \left(\mu + \sigma_r^0 \right) A^{(4)} + r \left(2 \left(4\mu + 3\sigma_r^0 + \sigma_\theta^0 \right) + r \sigma_{r,r}^0 \right) A''' + \left(4 \left(3\mu + \sigma_r^0 + 2\sigma_\theta^0 \right) + \right. \\ &\quad \left. + 2r \left(2\sigma_{r,r}^0 + \sigma_{\theta,r}^0 \right) - (j^2 + j) \left(a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21} + \sigma_r^0 + \sigma_\theta^0 - 2\mu \right) \right) A'' + \\ &\quad + \frac{1}{r} \left(6r \sigma_{\theta,r}^0 + (j^2 + j) \left(2 \left(\mu - a_{11} + a_{12} + a_{21} - 2\sigma_\theta^0 \right) - a_{22} - a_{23} - r \sigma_{\theta,r}^0 \right) \right) A' + \\ &\quad \frac{1}{r^2} (j^2 + j) j (j^2 + j - 2) \left(\mu + \sigma_\theta^0 \right) A + 0 \frac{1}{r^2} (j^2 + j) j (j^2 + j - 2) \left(\mu + \sigma_\theta^0 \right) A = 0, \end{aligned} \quad (27)$$

граничные условия

$$\begin{aligned} & r^2 (\mu + \sigma_r^0) A''' + 2r (3\mu + 2\sigma_r^0 + \sigma_\theta^0) A'' + \\ & + \left(6 (\mu + \sigma_\theta^0) + (j^2 + j) (\mu - a_{11} + a_{12} + a_{21} - a_{22} - \sigma_r^0 - \sigma_\theta^0) \right) A' = 0, \\ & r^2 (\mu + \sigma_r^0) A'' + r (2\mu + 3\sigma_r^0) A' + (j^2 + j - 2) \mu A = 0. \end{aligned} \quad (28)$$

В (28) при $r = a$ получим граничные условия на внутренней поверхности крепи, а при $r = 1$ – на внешней.

На границе раздела зон упругого и пластического деформирования при $r = \gamma$ выполняются условия

$$\begin{aligned} & \left[\gamma^2 (\mu + \sigma_r^0) A''' + 2\gamma (3\mu + 2\sigma_r^0 + \sigma_\theta^0) A'' + \right. \\ & \left. + \left(6 (\mu + \sigma_\theta^0) + (j^2 + j) (\mu - a_{11} + a_{12} + a_{21} - a_{22} - \sigma_r^0 - \sigma_\theta^0) \right) A' \right] = 0, \\ & \left[\gamma^2 (\mu + \sigma_r^0) A'' + \gamma (2\mu + 3\sigma_r^0) A' + (j^2 + j - 2) \mu A \right] = 0, \\ & [A] = 0. \end{aligned} \quad (29)$$

В (29) квадратные скобки обозначают разность стоящих в них величин в зонах упругого и пластического деформирования крепи.

Найти точное аналитическое решение краевой задачи (27)–(29) не представляется возможным, поэтому приближенное решение задачи будем искать методом конечных разностей. В результате получаем бесконечную систему однородных алгебраических уравнений, линейных относительно A , решать которую необходимо с учетом уравнения (19), определяющего положение границы раздела зон упругого и пластического деформирования крепи в основном НДС. Потере устойчивости будут соответствовать ненулевые значения A . При этом должна производиться минимизация по шагу разностной сетки h , степеням присоединенных функций Лежандра первого рода j , параметрам материала и конструкции λ_j .

Таким образом, получаем задачу многомерной оптимизации величин q_a и q_b в зависимости от j при условии равенства нулю определителя, полученной алгебраической системы.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Гоцев, Д. В. Метод возмущений в задачах устойчивости подкрепленных горных выработок / Д. В. Гоцев, А. Н. Спорыхин. – Воронеж : Воронежский государственный университет, 2010. – 299 с.
- [2] Садовская, О. В. Математическое моделирование в задачах механики сыпучих сред / О. В. Садовская, В. М. Садовский. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 368 с.
- [3] Гузь, А. Н. Основы теории устойчивости горных выработок / А. Н. Гузь. – Киев : Наук. думка, 1977. – 204 с.
- [4] Спорыхин, А. Н. Устойчивость равновесия пространственных тел и задачи механики горных пород / А. Н. Спорыхин, А. И. Пашкин. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 232 с.

Гоцев Дмитрий Викторович,

доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической и прикладной механики, Воронежский государственный университет, г. Воронеж

e-mail: rbgotsev@mail.ru

Бунтов Алексей Евгеньевич,

соискатель ученой степени кандидата физико-математических наук кафедры математики, Военно-воздушная академия им. профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина, г. Воронеж

e-mail: buntovkmss@mail.ru

D. V. Gotsev, A. E. Buntov

STABILITY MONOLITHIC FIX UNDERGROUND OIL STORAGE OF A SPHERICAL FORM TAKING INTO ACCOUNT INITIAL POROSITY OF MATERIAL

Voronezh State University

Military Science and Education Centre Air Force "Air Force Academy. Professor N. E. Zhukovsky and Y. A. Gagarin"

Abstract. The mathematical model of the intense deformed is constructed states monolithic fix an underground spherical cavity for materials with porous structure which skeleton possesses elastic and visco-plastic properties. Within the exact three-dimensional the linear equations stability of the basic is investigated conditions of the spherical cover which is support an underground cavity deep laying. The assessment of influence on basic sizes is given the intense deformed state physicommechanical and geometrical parameters of a design.

Keywords: elasticity, plasticity, viscosity, heat conductivity, big deformations.

REFERENCES

- [1] *Gotsev, D. V.* Method of indignations in problems of stability of the supported excavations / D. V. Gotsev, A. N. Sporykhin. – Voronezh : Voronezh State University, 2010. – 299 p.
- [2] *Sadovskaya, O. V.* Mathematical modeling in problems of mechanics of loose environments / O. V. Sadovskaya, V. M. Sadovsky. – M. : FIZMATLIT, 2008. – 368 p.
- [3] *Guz, A. N.* Bases of the theory of stability of excavations / A. N. Guz. – Kiev : Naukova Dumka, 1977. – 204 p.
- [4] *Sporykhin, A. N.* Stability of balance of spatial bodies and problem of mechanics of rocks / A. N. Sporykhin, A. I. Shashkin. – M. : FIZMATLIT, 2004. – 232 p.

Gotsev, Dmitry Viktorovich

Dr. Sci. Phys. & Math., Professor, Department of Theoretical and Applied Mechanics, Doctor of physical and mathematical sciences, Voronezh State University, Voronezh

Buntov, Alexey Evgenievich

Head Course, Competitor Ph.D. degree in Physics and Mathematics Department of Mathematics, Military Science and Education Centre Air Force "Air Force Academy. Professor N. E. Zhukovsky and Y. A. Gagarin", Voronezh