

**ВЛИЯНИЕ СТРУКТУРЫ АРМИРОВАНИЯ НА ПРЕДЕЛЬНУЮ НАГРУЗКУ
МЕТАЛЛОКОМПОЗИТНЫХ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ**

(Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН)

В последнее время в инженерной практике все чаще находят применение тонкостенные элементы конструкций из металлокомпозитов. Известно, что несущая способность реальных конструкций в рамках упругого деформирования, как правило, низка и далека от своего полного исчерпания. Особенно это касается армированных конструкций, несущая способность фазовых материалов которых отличается на порядки как в рамках упругости, так и за ее пределами. В связи с этим особую актуальность приобретает вопрос об определении предельной внешней нагрузки, выдерживаемой армированной конструкцией при полном исчерпании несущей способности всеми субструктурными элементами композиции. Однако полное решение или близкие (верхнюю и нижнюю) границы несущей способности можно получить лишь для некоторого узкого круга задач [1], поэтому выдвигаемые практикой новые задачи требуют привлечения численных методов решения математической задачи о предельном статическом равновесии армированных конструкций в рамках жесткопластической модели. Настоящее исследование посвящено определению верхней границы несущей способности металлокомпозитных оболочек вращения и «механизмов» их пластического течения с использованием теории линейного программирования.

Рассматриваются тонкие оболочки вращения постоянной или переменной толщины $H = 2h(\theta)$, осесимметрично нагруженные и армированные. Нагрузки в окружном направлении отсутствуют, армирование осуществляется по меридионально-окружным или меридионально-симметричным спиральным траекториям двумя семействами арматуры. При таких структурах армирования, нагружении и геометрии оболочек в них отсутствует скручивание, поэтому направления главных напряжений и скоростей деформаций в связующем и в композиции в целом совпадают с меридиональным и окружным направлениями.

Кромки оболочки задаются значениями $0 \leq \theta_* < \theta_{**} < \pi$ ($\theta_* \leq \theta \leq \theta_{**}$; θ – угол между осью вращения и нормалью к срединной поверхности), угол θ_{**} определяет опорный контур оболочки, θ_* – полюсное отверстие в вершине оболочки; при $\theta_* = 0$ имеем замкнутую в вершине оболочку, при $\theta_* > 0$ – в окрестности вершины оболочки имеется полюсное отверстие, которое предполагается закрытым абсолютно жесткой круглой пластиной (крышкой), жестко скрепленной с верхней кромкой оболочки.

Согласно формулировке кинематического метода [1], для определения верхней (кинематической) границы несущей способности оболочки требуется найти минимум параметра p^* нагрузки, действующей на поверхность оболочки,

$$p^* = \iint_S D dS - \iint_S (g_1 v_1 + g_3 v_3) dS - G \dot{\delta} \quad (v_2 \equiv 0) \quad (1)$$

при условии нормировки

$$\bar{P} \dot{\delta} + \iint_S (\bar{p}_1 v_1 + \bar{p}_3 v_3) dS = 1 \quad (v_2 \equiv 0) \quad (2)$$

и ограничениях-неравенствах

$$D \geq \sum_{j=1}^n Q_{j,r} \dot{q}_j, \quad r=1, 2, \dots, \zeta \quad (D \geq 0), \quad (3)$$

где $P = p^* \bar{P}$ – результирующая поверхностной нагрузки, действующей на крышку вертикально вниз; $p_i = p^* \bar{p}_i$ ($i=1, 2, 3$) – компоненты поверхностной нагрузки, действующей на оболочку (здесь и далее нижний индекс 1 означает меридиональное, 2 – окружное, 3 – нормальное к срединной поверхности направления); G – внешняя сила, действующая на крышку и не зависящая от параметра нагружения (например, вес крышки совместно с прикрепленными к ней грузами; величины \bar{P} , G и функции $\bar{p}_i(\theta)$ заданы); $\dot{\delta}$ – скорость вертикального смещения крышки; $v_i = \dot{u}_i$ ($i=1, 2, 3$) – кинематически допустимые скорости смещения точек срединной поверхности оболочки ($v_2 \equiv 0$, так как смещение в окружном направлении отсутствует, u_3 – прогиб), поэтому к (1) – (3) следует добавить кинематические граничные условия; g_i – компоненты приведенной нагрузки, действующей на единицу площади срединной поверхности и независящей от параметра p^* ; S – площадь срединной поверхности оболочки; D – диссипация, отнесенная к единице площади срединной поверхности; ζ – количество угловых точек линеаризованной предельной поверхности (поверхности текучести) материала армированной оболочки; $Q_{j,r}$ – значения j -х обобщенных напряжений в r -й угловой точке предельной поверхности; \dot{q}_j – обобщенные скорости деформаций, определяемые кинематически допустимыми скоростями; n – количество обобщенных напряжений и скоростей; нижний индекс после запятой означает номер угловой точки поверхности текучести; точка над функцией означает частную производную по времени.

К соотношениям (1) – (3) следует добавить кинематические условия совместного смещения крышки и верхней кромки оболочки, которые предполагаются жестко связанными,

$$v_1(\theta_*) = \dot{\delta} \sin \theta_*, \quad v_3(\theta_*) = -\dot{\delta} \cos \theta_*, \quad v_3'(\theta_*) - v_1(\theta_*) = 0 \quad (4)$$

и условия закрепления опорного контура, который считается жестко заделанным,

$$v_1(\theta_{**}) = v_3(\theta_{**}) = 0, \quad v_3'(\theta_{**}) = 0, \quad (5)$$

где штрих означает дифференцирование по θ .

Чтобы избежать построения гиперповерхности текучести для металлокомпозитных оболочек со сложными и неоднородными структурами армирования в обобщенных напряжениях (в четырехмерном фазовом пространстве усилий-моментов), далее рассматри-

вается двухслойная модель оболочки. Расчеты, проведенные в [1] для изотропных стальных оболочек, показывают, что двухслойная модель тонкостенной конструкции гарантирует вполне приемлемую точность. Уточнение же верхней границы несущей способности таких оболочек за счет использования N -слойной модели ($N \geq 3$) с практической точки зрения пренебрежимо мало, но порождает значительные технические трудности.

Подробное описание кинематического метода определения верхней границы несущей способности осесимметрично армированных оболочек вращения, фазовые материалы которых различно сопротивляются растяжению и сжатию, с применением двухслойной модели тонкостенной конструкции, анализ линеаризованных предельных кривых материала композиции при разных структурах армирования, дискретизация задачи и адаптация ее к методам линейного программирования подробно изложены в [1,6,8], поэтому не будем здесь останавливаться на обсуждении этих вопросов. Отметим лишь, что при меридионально-симметричном армировании ($\omega_1(\theta) = \omega_2(\theta)$, $\psi_1(\theta) = -\psi_2(\theta)$, $\sigma_1^* = \sigma_2^*$, $\sigma_1^{**} = \sigma_2^{**}$) равенства (15) в [6] следует заменить на

$$\begin{aligned} \sigma_{11,1}^{(i)} &= a\sigma_0 + 2\omega_1\sigma_1^*l_1^2, \quad \sigma_{22,1}^{(i)} = a\sigma_0 + 2\omega_1\sigma_1^*l_2^2, \quad \sigma_{11,2}^{(i)} = 2\omega_1\sigma_1^*l_1^2, \quad \sigma_{22,2}^{(i)} = a\sigma_0 + 2\omega_1\sigma_1^*l_2^2, \\ \sigma_{11,3}^{(i)} &= -2\omega_1\sigma_1^{**}l_1^2, \quad \sigma_{22,3}^{(i)} = a\sigma_0 - 2\omega_1\sigma_1^{**}l_2^2, \quad \sigma_{11,4}^{(i)} = -a\sigma_0 - 2\omega_1\sigma_1^{**}l_1^2, \quad \sigma_{22,4}^{(i)} = -2\omega_1\sigma_1^{**}l_2^2, \\ \sigma_{11,5}^{(i)} &= -a\sigma_0 - 2\omega_1\sigma_1^{**}l_1^2, \quad \sigma_{22,5}^{(i)} = -a\sigma_0 - 2\omega_1\sigma_1^{**}l_2^2, \quad \sigma_{11,6}^{(i)} = -2\omega_1\sigma_1^{**}l_1^2, \quad \sigma_{22,6}^{(i)} = -a\sigma_0 - 2\omega_1\sigma_1^{**}l_2^2, \\ \sigma_{11,7}^{(i)} &= 2\omega_1\sigma_1^*l_1^2, \quad \sigma_{22,7}^{(i)} = -a\sigma_0 + 2\omega_1\sigma_1^*l_2^2, \quad \sigma_{11,8}^{(i)} = a\sigma_0 + 2\omega_1\sigma_1^*l_1^2, \quad \sigma_{22,8}^{(i)} = 2\omega_1\sigma_1^*l_2^2 \quad (0 \leq \psi \leq \pi/4); \\ \sigma_{11,1}^{(i)} &= a\sigma_0 + 2\omega_1\sigma_1^*l_1^2, \quad \sigma_{22,1}^{(i)} = a\sigma_0 + 2\omega_1\sigma_1^*l_2^2, \quad \sigma_{11,2}^{(i)} = 2\omega_1\sigma_1^*l_1^2, \quad \sigma_{22,2}^{(i)} = a\sigma_0 + 2\omega_1\sigma_1^*l_2^2, \\ \sigma_{11,3}^{(i)} &= -a\sigma_0 + 2\omega_1\sigma_1^*l_1^2, \quad \sigma_{22,3}^{(i)} = 2\omega_1\sigma_1^*l_2^2, \quad \sigma_{11,4}^{(i)} = -a\sigma_0 - 2\omega_1\sigma_1^{**}l_1^2, \quad \sigma_{22,4}^{(i)} = -2\omega_1\sigma_1^{**}l_2^2, \\ \sigma_{11,5}^{(i)} &= -a\sigma_0 - 2\omega_1\sigma_1^{**}l_1^2, \quad \sigma_{22,5}^{(i)} = -a\sigma_0 - 2\omega_1\sigma_1^{**}l_2^2, \quad \sigma_{11,6}^{(i)} = -2\omega_1\sigma_1^{**}l_1^2, \quad \sigma_{22,6}^{(i)} = -a\sigma_0 - 2\omega_1\sigma_1^{**}l_2^2, \\ \sigma_{11,7}^{(i)} &= a\sigma_0 - 2\omega_1\sigma_1^{**}l_1^2, \quad \sigma_{22,7}^{(i)} = -2\omega_1\sigma_1^{**}l_2^2, \quad \sigma_{11,8}^{(i)} = a\sigma_0 + 2\omega_1\sigma_1^*l_1^2, \quad \sigma_{22,8}^{(i)} = 2\omega_1\sigma_1^*l_2^2 \end{aligned} \quad (6)$$

$$(\pi/4 < \psi \leq \pi/2), \quad i = 1, 2,$$

где

$$\begin{aligned} a(\theta) &= 1 - \omega_1(\theta) - \omega_2(\theta), \quad l_1(\theta) = \cos \psi(\theta), \\ l_2(\theta) &= \sin \psi(\theta), \quad \psi_1(\theta) = -\psi_2(\theta) = \psi(\theta); \end{aligned} \quad (7)$$

$\sigma_{11,j}^{(i)}$, $\sigma_{22,j}^{(i)}$ – координаты j -й угловой точки кривой текучести композиции i -го слоя ($1 \leq j \leq \zeta = 8$); σ_0 – предел текучести материала изотропного связующего, подчиняющегося критерию текучести Треска; σ_k^* , σ_k^{**} – пределы текучести арматуры k -го семейства при растяжении и сжатии соответственно; ω_k , ψ_k – плотности и углы (отсчитываемые от меридионального направления) армирования проволокой k -го семейства соответственно ($k = 1, 2$).

Так как арматура предполагается постоянного поперечного сечения и обрывается только на кромках оболочки, то плотность армирования k -м семейством определяется равенством [5]

$$\begin{aligned} \omega_k(\theta) &= [h_*\omega_{k*} \cos \psi_{k*} R_{2*} \sin \theta_*] / [h(\theta) \cos \psi_k(\theta) R_2(\theta) \sin \theta], \\ h_* &= h(\theta_*), \quad \omega_{k*} = \omega_k(\theta_*), \quad \psi_{k*} = \psi_k(\theta_*), \quad R_{2*} = R_2(\theta_*), \end{aligned} \quad (8)$$

где ω_{k*} – постоянные, которые можно варьировать; R_2 – радиус кривизны срединной поверхности в окружном направлении. Равенство (8) не выполняется лишь при окружном армировании (так как $\cos\psi_k \equiv 0$), в этом случае $\omega_k(\theta)$ – произвольная функция [5], удовлетворяющая физическим ограничениям

$$\omega_k \geq 0 \quad (k=1, 2), \quad \omega_1 + \omega_2 \leq \omega_* < 1, \quad (9)$$

ω_* – предельно допустимая удельная суммарная плотность армирования (на практике обычно $\omega_* \approx 0,7$).

Исследуем несущую способность сферических и эллипсоидальных оболочек, нагруженных внутренним давлением. Предполагается, что на крышку может действовать не только внутреннее давление, но и внешняя фиксированная нагрузка G (см. (1)), не зависящая от параметра нагружения. Под параметром p^* будем понимать величину внутреннего давления, тогда в (1), (2) следует принять

$$\bar{P} = -\pi r_*^2, \quad g_1 = g_3 = 0, \quad \bar{p}_1 = 0, \quad \bar{p}_3 = 1,$$

где r_* – радиус крышки оболочки; действием массовых нагрузок пренебрегаем.

Рассматриваются изотропные оболочки из магниевого сплава ИМВ-2 и конструкционной стали марки С440, а также композитные оболочки, изготовленные из сплава ИМВ-2 и армированные стальной проволокой У8А ($d = 80$ мкм), причем срединная поверхность на опорном контуре пересекает опорную плоскость под прямым углом ($\theta_{**} = \pi/2$). Физико-механические характеристики фазовых материалов приведены в табл. 1, где σ_s – предел текучести материала, ρ – его объемная плотность.

Таблица 1

Физико-механические характеристики фазовых материалов [2], [7]

Материал	σ_s , МПа	ρ , кг/м ³
Магниевый сплав ИМВ-2	190	1590
Конструкционная сталь марки С440	400	7800
Стальная проволока У8А	2500	7800

Геометрия оболочек определяется следующими размерами: радиус крышки $r_* = 0,2$ м; радиус сферической оболочки $R = r_0 = 1$ м; для эллипсоидальных оболочек первого типа (ЭОТ1) – сплюснутых – радиус опорного контура $r_0 = 1,2$ м, а высота в полюсной точке $h_p = 0,694$ м; для эллипсоидальных оболочек второго типа (ЭОТ2) – вытянутых – $r_0 = 0,8$ м, $h_p = 1,563$ м. (Более подробно геометрия оболочки вращения при заданных r_0 , h_p , r_* определяется формулами (1), (22) в [6].) При таком задании размеров оболочек объем пространства, ограниченный ими и опорной поверхностью и определяемый интегралом

$$V_* = \pi \int_{\theta_*}^{\theta_{**}} R_1(\theta) R_2^2(\theta) \sin^3 \theta d\theta,$$

остается постоянным. (Здесь R_1 – радиус кривизны оболочки в меридиональном направлении.)

Толщина армированных оболочек $H = 1$ см, толщина же изотропных оболочек выбирается так, чтобы их масса была равна массе соответствующих по геометрии металлокомпозитных конструкций.

В табл. 2 приведены некоторые результаты расчетов изотропных и композитных оболочек ($G = 0$), перекрестно армированных по меридиональным ($\psi_1 = 0$) и окружным ($\psi_2 = \pi/2$) направлениям. Структуры армирования оболочек характеризуются следующими значениями плотностей армирования (см. (8)): $\omega_{1*} = 0,3$ – для сферического пояса; $\omega_{1*} = 0,33$ – для ЭОТ1; $\omega_{1*} = 0,26$ – для ЭОТ2; для всех трех типов оболочек $\omega_2(\theta) = 0,084$, что в рамках точности используемой теории обеспечивает выполнение ограничений (9) и одинаковый относительный расход арматуры $V_a/V = 0,168$ в конструкциях рассматриваемой геометрии, где

$$V_a = 2\pi \int_{\theta_*}^{\theta_{**}} \sum_{k=1}^2 \omega_k(\theta) R_1 R_2 H \sin \theta d\theta, \quad V = 2\pi \int_{\theta_*}^{\theta_{**}} R_1 R_2 H \sin \theta d\theta.$$

Таблица 2

Характеристика решения	Материал оболочки		
	ИМВ-2	С440	ИМВ-2 – У8А
Сферическая оболочка			
p^* , МПа	2,598	1,938	3,910
H , см	1,766	0,710	1,0
Эллипсоидальная оболочка первого типа (ЭОТ1)			
p^* , МПа	1,489	1,201	2,799
H , см	1,654	0,710	1,0
Эллипсоидальная оболочка второго типа (ЭОТ2)			
p^* , МПа	3,307	2,757	7,244
H , см	1,656	0,711	1,0

Из табл. 2 следует, что при одной и той же массе наибольшее внутреннее давление выдерживают металлокомпозитные оболочки. Геометрия оболочек также влияет на предельную нагрузку: чем больше вытянута оболочка по вертикали, тем больше ее несущая способность, поэтому из всех рассмотренных выше оболочек наибольшим значением p^* обладает металлокомпозитная ЭОТ2 ($p^* = 7,244$ МПа), а наименьшим – стальная ЭОТ1 ($p^* = 1,201$ МПа).

На рис. 1 изображены зависимости предельного внутреннего давления p^* от угла $\psi = \text{const}$ (см. (6), (7)) спирального армирования оболочек разной геометрии: кривая 1 характеризует несущую способность сферической оболочки ($\omega_{k*} = 0,3$); линия 2 – ЭОТ1 ($\omega_{k*} = 0,33$); кривая 3 – ЭОТ2 ($\omega_{k*} = 0,26$, $k = 1, 2$). (Указанные значения ω_{k*} подобраны таким образом, чтобы относительный объем арматуры в оболочках оставался прежним: $V_a/V = 0,168$.) Точкам $\psi = 0$ на рис. 1 соответствует меридиональное армирование обо-

лочек, а $\psi = \pi/2$ – окружное (при этом $\omega_k(\theta)$ определяется по закону (8) в предположении, что $\cos\psi_{k*}/\cos\psi_k = 1$).

Точкам максимумов кривых соответствуют рациональные проекты на множестве рассматриваемых спиральных структур армирования. Так, для ЭОТ1 (кривая 2) рациональным будет меридиональное армирование ($\psi = 0$), для других же типов оболочек – перекрестное армирование, а именно: для сферической оболочки (линия 1) – под углами $\psi_1 = -\psi_2 = \psi \approx \pi/20$, а для ЭОТ2 (кривая 3) – под углами $\psi_1 = -\psi_2 = \psi \approx 19\pi/20$ (см. точку B). Следовательно, не всегда армирование по направлениям главных напряжений (меридиональному или окружному) является наилучшим.

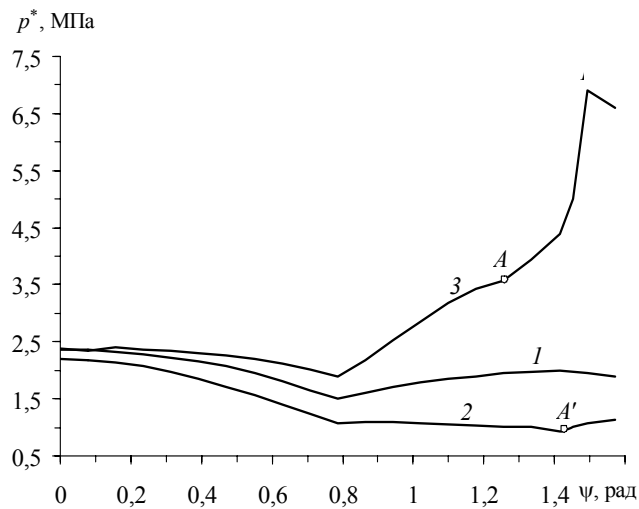


Рис. 1

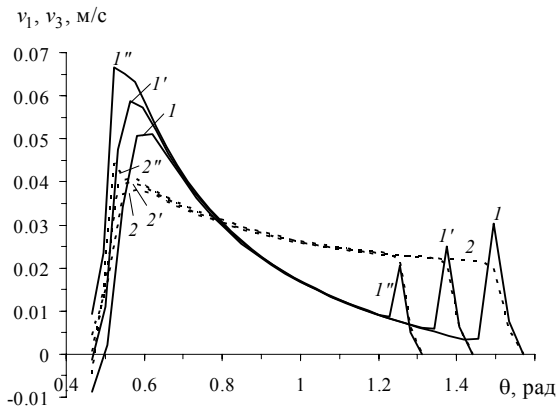


Рис. 2

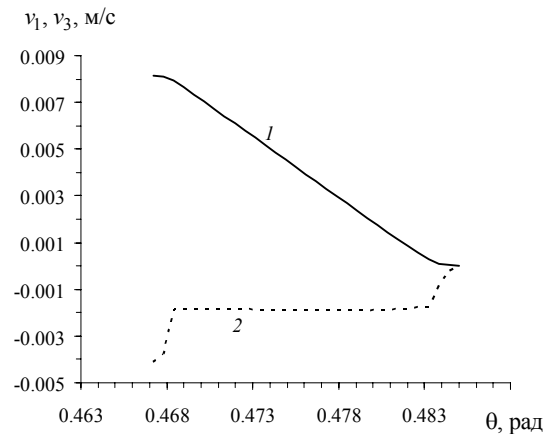


Рис. 3

Для сферической оболочки (линия 1) при всех углах армирования наблюдается один «механизм» пластического течения: под действием внутреннего давления в предельном состоянии «течет» вся оболочка. Для эллипсоидальных оболочек наблюдается

смена «механизмов» пластического течения при изменении углов армирования ψ . Точки A, B на кривой 3 и точка A' на линии 2 характеризуют такую смену «механизмов течения». На рис. 2, 3 изображены кривые, характеризующие скорости смещения точек срединной поверхности в меридиональном (v_1 – штриховые линии с номерами 2, 2', 2'') и нормальном (v_3 – сплошные линии с номерами 1, 1', 1'') направлениях и соответствующие разным «механизмам» пластического течения оболочек. Так, при углах армирования $0 \leq \psi < \psi_A \approx 1,257$ рад в предельном состоянии наблюдается пластическое течение всей ЭОТ2 (на всем ее меридиональном протяжении $\theta_* = 0,467 \leq \theta \leq \theta_{**} = \pi/2$); кривые 1, 2 на рис. 2 характеризуют такой «механизм течения» при $\psi = \psi_A - 0$ (точкам изломов на этих кривых соответствуют пластические шарниры). При углах армирования $\psi_A < \psi < \psi_B \approx 1,492$ рад в предельном состоянии наблюдается частичное пластическое течение оболочки, когда нижняя ее часть остается жесткой, а «течение» наблюдается в некоторой окрестности крышки ($\theta_* \leq \theta \leq \theta_p$, $1,31 \leq \theta_p \leq 1,44$ рад); «механизмы» такого пластического течения при $\psi = \psi_A + 0$ и $\psi = \psi_B - 0$ характеризуются кривыми 1', 2' и 1'', 2'' на рис. 2. (Аналогичные «механизмы течения» наблюдаются для ЭОТ1 левее и правее точки A' на кривой 2 рис. 1).

При углах армирования $\psi_B < \psi \leq \pi/2$ наблюдается «срез» крышки у ЭОТ2, когда пластическое течение происходит в малой окрестности скрепления оболочки с крышкой, остальная же часть оболочки остается жесткой. На рис. 3 приведены кривые, характеризующие «срез» крышки при $\psi = \psi_B + 0$ (см. точку B на рис. 1). Из этого рисунка видно, что участок пластического деформирования составляет $\Delta\theta = 0,485 - 0,467 = 0,018$ рад, т.е. всего 1,63 % от всей меридиональной протяженности оболочки (от разности $\theta_{**} - \theta_* = 1,104$ рад).

Таким образом, при некоторых входных данных задачи предельного равновесия оболочки (например, при определенных структурах армирования) могут реализоваться несколько «механизмов» их пластического течения, обеспечивающих одно и то же значение предельной нагрузки. Смена «механизмов течения» наблюдается также и при варьировании толщины H как армированных, так и изотропных оболочек. Неединственность решения в задачах предельного равновесия оболочек вращения ранее была обнаружена авторами в [3], [6].

Сравнение точек максимумов на кривых рис. 1 со значениями p^* , приведенными в табл. 2 для армированных оболочек, показывает, что меридионально-окружное армирование является наилучшим из всех рассмотренных структур армирования.

При реализации в предельном состоянии «механизмов» частичного пластического течения оболочки в окрестности крышки или при «срезе» крышки дополнительно повысить несущую способность конструкции можно за счет ее усиления (например, увеличения плотностей армирования или толщины оболочки) именно в некоторой окрестности крышки. (При этом можно в ряде случаев ослабить оболочку в нижней части – в окрестности опорного контура, где она остается жесткой.)

Точки левых участков кривых 1, 1' на рис. 2 имеют отрицательные ординаты. Это означает, что под действием внутреннего давления в предельном состоянии при «механизмах» полного или частичного пластического течения оболочек крышка и окрестная

часть оболочки проседают вниз. (Такие же «механизмы» пластического течения реализуются, в частности, и в оболочках с меридионально-окружным армированием, приведенных в табл. 2). Следовательно, чтобы дополнительно повысить несущую способность оболочек с такими «механизмами течения», нужно к крышке приложить внешнюю силу $G = -P^*$ (см. (1)), действующую вертикально вверх ($P^* > 0$). Наоборот, на рис. 3 ординаты точек кривой 1, неотрицательны, т.е. при «срезе» крышки дополнительно повысить несущую способность конструкции можно за счет приложения к крышке внешней силы, направленной вертикально вниз ($P^* < 0$).

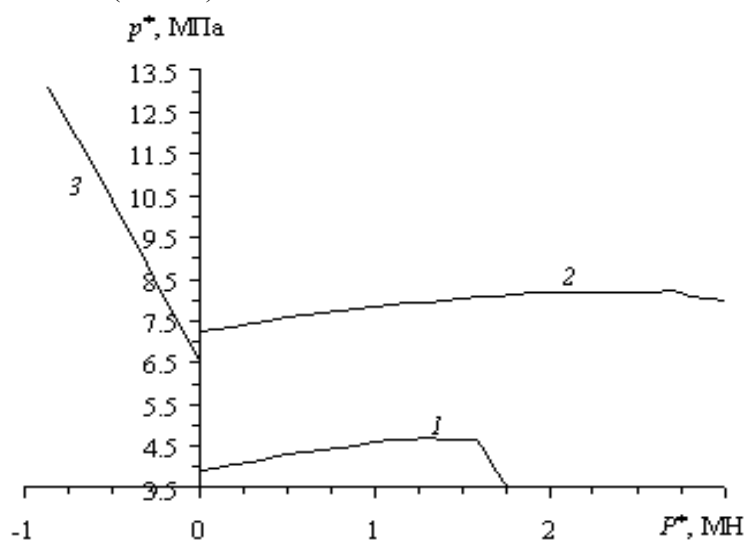


Рис. 4

На рис. 4 изображены кривые, характеризующие зависимости $p^*(P^*)$ для трех оболочек: кривая 1 соответствует сферической оболочке, линии 2, 3 – ЭОТ2; кривые 1, 2 характеризуют оболочки с меридионально-окружным армированием (параметры армирования даны при описании табл. 2), линия 3 – с окружным армированием, соответствующим правой точке на кривой 3 рис. 1. Кривая 1 на рис. 4 имеет локальный максимум $p_{\max}^* = 4,68$ МПа при $P^* = 1,3$ МН, т.е. за счет догружения крышки несущую способность сферической оболочки можно дополнительно повысить на 19,7%. Точка излома на этой линии характеризует смену «механизмов» пластического течения оболочки. Локальный максимум $p_{\max}^* = 8,17$ МПа на кривой 2 реализуется в точке $P^* = 1,9$ МН, а значит, за счет догружения крышки несущую способность соответствующей оболочки можно повысить на 12,7%. Поведение кривой 3 показывает, что наибольшего эффекта можно добиться при догружении крышки при ее «срезе». Несущую способность оболочки, соответствующей линии 3, за счет догружения крышки силой $P_{\max}^* = -0,87$ МН можно увеличить вдвое. (Дальнейшее увеличение внешней нагрузки P^* по модулю в этом случае на практике не возможно, так как при $P^* = -0,873$ МН происходит «срез» крышки от этой силы при отсутствии внутреннего давления в оболочке: $p^* = 0$.)

В заключение отметим, что выше всюду крышка оболочки предполагалась абсолютно жесткой. В действительности же следовало бы оценить и несущую способность крышки в предположении об абсолютной жесткости оболочки. Для круглых изотропных и металлокомпозитных пластин (каковой и предполагается крышка) это можно сделать методами, изложенными в [1], [4]. Изучение этого вопроса выходит за рамки настоящего исследования в силу ограниченного объема статьи.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 07–08–00152–а).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ерхов, М. И.* Теория идеально пластических тел и конструкций / М. И. Ерхов. – М.: Наука, 1978. – 352 с.
2. *Композиционные материалы.* Справочник / Под ред. Д. М. Карпиноса. – Киев: Наук. думка, 1985. – 592 с.
3. *Налимов, А. В.* Неединственность решений задач статики жесткопластического тела / А. В. Налимов, Ю. В. Немировский // Численные методы решения задач теории упругости и пластичности: Тр. XVIII Межресп. конф., Кемерово, 1–3 июля 2003 г. / Под ред. В.М. Фомина. – Новосибирск: Изд-во «Нонпарель», 2003. – С. 115–121.
4. *Немировский, Ю. В.* Влияние структуры армирования и формы профиля на предельное равновесие поперечно изгибаемых кольцевых пластин / Ю. В. Немировский, А. П. Янковский // Вестник ННГУ. Серия Механика. – 2006. – Вып. 1 (7). – С. 123–133.
5. *Немировский, Ю. В.* О некоторых особенностях уравнений оболочек, армированных волокнами постоянного поперечного сечения / Ю. В. Немировский, А. П. Янковский // Механика композиционных материалов и конструкций. – 1997. – Т. 3, № 2. – С. 20 – 40.
6. *Немировский, Ю. В.* Предельное равновесие железобетонных куполов вращения / Ю. В. Немировский, А. П. Янковский // Изв. вузов. Строительство. – 2005. – № 8. – С. 4–11.
7. *СНиП II–23–81**: Стальные конструкции / Госстрой России. – М.: ГУП ЦПП, 2003. – 90 с.
8. *Nemirovsky, Yu. V.* Yield surfaces for reinforced concrete Axis-symmetrical plates and shells / Yu. V. Nemirovsky // Archiwum inżynierii ladowej. – 1974. – Т. XX, No 4. 575 – 590.