

Б. Б. Казбеков

ПОПЕРЕЧНЫЙ ИЗГИБ ПЕРФОРИРОВАННОЙ ПЛАСТИНЫ, ОСЛАБЛЕННОЙ ПРЯМОЛИНЕЙНЫМИ ТРЕЩИНАМИ

Институт математики и механики НАН Азербайджана

Аннотация. Рассматривается задача о поперечном изгибе тонкой пластины, защемленной по краям отверстий и ослабленной двоякопериодической системой прямолинейных сквозных трещин вдоль осей абсцисс и ординат неравной длины. Стятся общие представления решений, описывающие класс задач с двоякопериодическим распределением моментов вне круговых отверстий и прямолинейных трещин. Удовлетворяя граничным условиям, решение задачи теории изгиба пластин сводится к двум бесконечным системам алгебраических уравнений и двум сингулярным интегральным уравнениям. Затем каждое сингулярное интегральное уравнение сводится к системе линейных алгебраических уравнений без промежуточного этапа приведения его к уравнению Фредгольма. Приводится процедура нахождения коэффициентов интенсивности напряжений (моментов). Найдены коэффициенты интенсивности напряжений.

Ключевые слова: перфорированная тонкая пластина, прямолинейные трещины, поперечный изгиб, коэффициенты интенсивности напряжений.

УДК: 539.375

Постановка задачи. Изотропная перфорированная упругая пластина, опертая или защемленная по краям, изгибаются двоякопериодической поперечной нагрузкой. В этом случае имеет место двоякопериодическое распределение смещений.

Рассмотрим задачу изгиба пластины под действием равномерной поперечной нагрузки, когда края круговых отверстий жестко заделаны.

Считаем, что круговые отверстия имеют радиус λ ($\lambda < 1$) и центры в точках

$$P_{m,n} = m\omega_1 + n\omega_2 \quad (m, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots); \\ \omega_1 = 2, \omega_2 = 2h_* \exp(i\alpha), h_* > 0, Im\omega_2 > 0.$$

Пластина ослаблена двоякопериодической системой прямолинейных трещин и изгибаются равномерно распределенной по поверхности пластины поперечной нагрузкой с постоянной интенсивностью q . Берега трещин свободны от внешних усилий (рис. 1). Принимаем, что в процессе изгиба пластины противоположные берега не контактируют между собой. Требуется определить напряженное и деформированное состояние пластины по краевым условиям, выражющим отсутствие упругих смещений вдоль обвода круговых отверстий и внешних нагрузок на берегах двоякопериодической системы разрезов.

Для рассматриваемой задачи на контурах круговых отверстий $L_{m,n}$ должны выполняться краевые условия

$$\frac{\partial W(\tau)}{\partial x} + i \frac{\partial W(\tau)}{\partial y} = 0; \quad \tau = \lambda e^{i\theta} + m\omega_1 + n\omega_2, \quad (1)$$

а на берегах двоякопериодической системы разрезов должны выполняться граничные условия

$$M_n(t) = 0, \quad N_n(t) + \frac{\partial H_{nt}}{\partial t} = 0, \quad (2)$$

t – аффикс точек берегов разрезов.

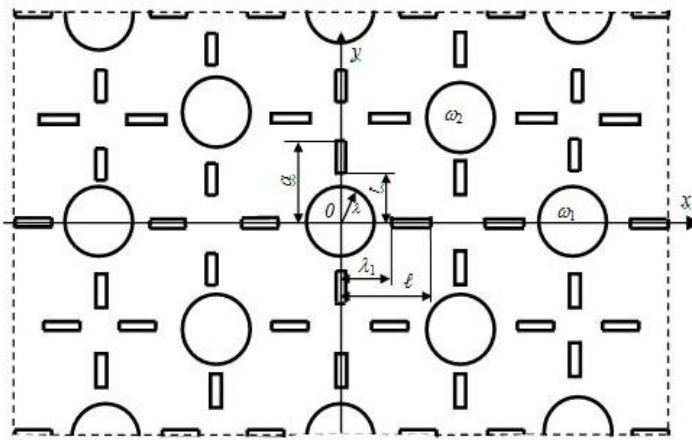


Рис. 1

Общее решение неоднородного бигармонического уравнения при условии $q = const$ можно представить в виде [1]:

$$W(x, y) = W_0(x, y) + W_1(x, y) \quad (3)$$

$$W_0(x, y) = \frac{q(z\bar{z})^2}{64D} + \frac{2q}{D} \operatorname{Re} [\bar{z}\varphi_0(z) + \chi_0(z)]; \quad (4)$$

$$W_1(x, y) = \frac{2q}{D} \operatorname{Re} [\bar{z}\varphi_1(z) + \chi_1(z)] \quad (5)$$

$$D = Eh^3/12(1 - v^2).$$

E и v – модуль упругости Юнга и коэффициент Пуассона материала пластины, h – толщина пластины

Здесь $W_0(x, y)$ можно рассмотреть как некоторое частное решение уравнения поперечного изгиба пластины, $W_1(x, y)$ – общее решение однородного бигармонического уравнения.

На основании граничных условий на жестко защемленных краях отверстий (1) имеем

$$\frac{\tau^2 \bar{\tau}}{32} + \varphi(\tau) + \tau \overline{\Phi(\tau)} + \overline{\psi(\tau)} = 0. \quad (6)$$

Дифференцируя (6) по направлению s , касательному к контуру $L_{m,n}$, находим

$$\frac{\tau^2 \bar{\tau}}{32} + \Phi(\tau) + \overline{\Phi(\tau)} - [\bar{\tau}\Phi'(\tau) + \Psi(\tau)] e^{2i\theta} = 0. \quad (7)$$

С помощью соотношений Колосова-Мусхелишивили [2] и граничных условий (2) на берегах трещин будем иметь

$$\varepsilon\Phi(t) + \overline{\Phi(t)} + t\overline{\Phi'(t)} + \overline{\Psi(t)} + \frac{3t^2}{32} = iC; \quad (8)$$

$$\varepsilon \Phi(t_1) + \overline{\Phi(t_1)} + t_1 \overline{\Phi'(t_1)} + \overline{\Psi(t_1)} + \frac{3t_1^2}{32} = iC_1,$$

где t и t_1 – аффиксы точек берегов трещин, направленных по осям абсцисс и ординат соответственно; С и C_1 – действительные постоянные, определяемые в ходе решения задачи из условия равенства нулю скачка прогиба $[w]$ в вершинах разрезов.

Постановка задачи охватывает одновременно случаи дефектов типа жесткого включения ($\varepsilon = 1$) и трещин ($\varepsilon = -(3+v)/(1-v)$).

Решение краевой задачи. Аналитические функции $\Phi(z)$, $\Psi(z)$ ищем в виде [1], [3]:

$$\Phi(z) = \Phi_0(z) + \Phi_1(z) + \Phi_2(z); \quad \Psi(z) = \Psi_0(z) + \Psi_1(z) + \Psi_2(z); \quad (9)$$

$$\Phi_0(z) = \varphi'_0(z); \quad \Psi_0(z) = \chi''_0(z);$$

$$\varphi_0(z) = \varphi_{01}(z) + \varphi_{10}(z); \quad \chi_0(z) = \chi_{01}(z) + \chi_{10}(z);$$

$$\varphi_{01}(z) = A_1 z + A_2 z^3 + A_0 \xi(z) - \alpha_2 \lambda^2 \zeta(z); \quad (10)$$

$$\chi_{01}(z) = B_0 + B_1 z^2 + B_2 z^4 - A_0 \xi_*(z) - \beta_2 \lambda^2 v(z) + \alpha_2 \lambda^2 \zeta_*(z);$$

$$\begin{aligned} v(z) &= \int \zeta(z) dz; \quad \xi(z) = \int v(z) dz; \quad \zeta_*(z) = - \int Q(z) dz; \\ \xi_*(z) &= - \int v_*(z) dz; \quad v_*(z) = - \int \zeta_*(z) dz \\ \varphi_{10}(z) &= \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_{2k+2} \frac{\lambda^{2k+2} \gamma^{(2k-1)}(z)}{(2k+1)!}; \\ \chi_{10}(z) &= \sum_{k=1}^{\infty} \beta_{2k+2} \frac{\lambda^{2k+2} \gamma^{(2k-2)}(z)}{(2k+1)!} - \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_{2k+2} \frac{\lambda^{2k+2} Q^{(2k-1)}(z)}{(2k+1)!}; \end{aligned} \quad (11)$$

$$\Phi_1(z) = \frac{1}{\pi i (1+k_0)} \int_{L_1} g(t) \zeta(t-z) dt + A'; \quad (12)$$

$$\Psi_1(z) = \frac{1}{\pi i (1+k_0)} \int_{L_1} g(t) [k_0 \zeta(t-z) + Q(t-z) - t \gamma(t-z)] dt + B';$$

$$\Phi_2(z) = \frac{1}{\pi (1+k_0)} \int_{L_2} g_1(t_1) \zeta(it_1-z) dt_1 + A'';$$

$$\Psi_2(z) = - \frac{1}{\pi (1+k_0)} \int_{L_2} \left\{ \overline{g_1(t_1)} k_0 \zeta(it_1-z) - \right.$$

$$\left. - [Q(it_1-z) + it_1 \gamma(it_1-z)]_1^g(t_1) \right\} dt_1 + B''.$$

Интегралы в (12) берутся по линиям L_1 и L_2 :

$$L_1 = [-\ell, -\lambda_1] + [\lambda_1, \ell]; \quad L_2 = [-a, -r] + [r, a]$$

$$\zeta(z) = \frac{1}{z} + \sum'_{m,n} \left[\frac{1}{z-P_{mn}} + \frac{1}{P_{mn}} + \frac{z}{P_{mn}^2} \right];$$

$$\begin{aligned}\gamma(z) &= \frac{1}{z^2} + \sum_{m,n}' \left[\frac{1}{(z - P_{mn})^2} - \frac{1}{P_{mn}^2} \right]; \\ \frac{\gamma^{(2k)}(z)}{(2k+1)!} &= \frac{1}{z^{2k+2}} + \sum_{m,n}' \frac{1}{(z - P_{mn})^{2k+2}} (k = 0, 1, 2, \dots) \\ Q(z) &= \sum_{m,n}' \left[\frac{\bar{P}_{mn}}{(z - P_{mn})^2} - 2z \frac{\bar{P}_{mn}}{P_{mn}^3} - \frac{\bar{P}_{mn}}{P_{mn}^2} \right]; \\ \frac{Q^{(k)}(z)}{(k+1)!} &= (-1)^k \sum_{m,n}' \frac{\bar{P}_{mn}}{(z - P_{mn})^{k+2}} (k = 2, 3, \dots).\end{aligned}$$

Функции (9)–(12) выбраны так, что функция $W(x, y)$ является двоякоперiodической. Постоянные A_i, B_i нужно подобрать так, чтобы функция $W_0(x, y)$ была бы двоякоперiodической. Используя условия периодичности функции $W_0(x, y)$ и свойства введенных функций, находим, что

$$\begin{aligned}A_0 &= \frac{\omega_1 \bar{\omega}_2 - \bar{\omega}_1 \omega_2}{32\pi i}; \quad A_2 = \frac{1}{96} \left[\delta_1 \frac{\bar{\omega}_1 \omega_2 - \bar{\omega}_2 \omega_1}{2\pi i \omega_1} - 1 \right] \\ B_2 &= \frac{\gamma_2 \bar{\omega}_1 - \gamma_1 \bar{\omega}_2}{\omega_1 \bar{\omega}_2 - \bar{\omega}_1 \omega_2},\end{aligned}\tag{13}$$

$$\beta_2 \lambda^2 \delta_1 + \alpha_2 \lambda^2 (\gamma_1 + \bar{\delta}_1) - 2A_1 \bar{\omega}_1 - 2B_1 \omega_1 = A_0 L_1(\omega);$$

$$\beta_2 \lambda^2 \delta_2 + \alpha_2 \lambda^2 (\gamma_2 + \bar{\delta}_2) - 2A_1 \bar{\omega}_2 - 2B_1 \omega_2 = A_0 L_2(\omega);$$

$$L_1(\omega) = \bar{\xi}_1 - \gamma_1^{**} - \pi i \bar{\omega}_1 + \frac{1}{6} (\delta_1 \omega_1 \bar{\omega}_1 - \bar{\delta}_1 \bar{\omega}_1^2 - \gamma_1 \omega_1^2);$$

$$L_2(\omega) = \bar{\xi}_2 - \gamma_2^{**} - \pi i \bar{\omega}_2 + \frac{1}{6} (\delta_2 \omega_2 \bar{\omega}_2 - \bar{\delta}_2 \bar{\omega}_2^2 - \gamma_2 \omega_2^2);$$

$$\xi_1 = 2\xi \left(\frac{\omega_1}{2} \right) + \frac{\delta_1 \omega_1^2}{8}; \quad \xi_2 = 2\xi \left(\frac{\omega_2}{2} \right) + \frac{\delta_2 \omega_2^2}{8};$$

$$\gamma_1^{**} = 2v_* \left(\frac{\omega_1}{2} \right) - \bar{\omega}_1 v \left(\frac{\omega_1}{2} \right) + \pi i \bar{\omega}_1 + \frac{\gamma_1 \omega_1^2}{8} - \frac{\gamma_1^* \omega_1}{2};$$

$$\gamma_2^{**} = 2v_* \left(\frac{\omega_2}{2} \right) - \bar{\omega}_2 v \left(\frac{\omega_2}{2} \right) + \pi i \bar{\omega}_2 + \frac{\gamma_2 \omega_2^2}{8} - \frac{\gamma_2^* \omega_2}{2}.$$

Таким образом, соотношения (9)–(12) с учетом выражений (13) дают двоякоперiodическую функцию $W(x, y)$. Постоянная B_0 в формуле для функции $\chi_0(z)$ находится из условия равенства нулю $W(x, y)$ на контуре кругового отверстия $L_{0,0}$.

Из условий симметрии относительно координатных осей, найдем, что

$$Im \alpha_{2k} = 0; \quad Im \beta_{2k} = 0 (k = 0, 1, 2, \dots).$$

Можно убедиться, что представления (9)–(12) определяют класс симметричных задач с двоякоперидическим распределением смещений. Неизвестные искомые функции $g(x), g_1(y)$ и коэффициенты α_{2k}, β_{2k} ($k = 1, 2, \dots$) должны быть найдены из граничных условий (7)–(8). В силу выполнения условия двоякоперидичности система краевых условий (7) вырождается в одно функциональное уравнение, например, на контуре $L_{0,0}$ ($\tau = \lambda e^{i\theta}$), а система граничных условий (9) вырождается в краевое условие на L_1 и L_2 . К основным представлениям задачи (9)–(12) следует добавить дополнительные условия

$$\begin{aligned} \int_{-\ell}^{-\lambda_1} g(t) dt &= 0; \quad \int_{\lambda_1}^{\ell} g(t) dt = 0; \\ \int_{-a}^{-r} g_1(t_1) dt_1 &= 0; \quad \int_r^a g_1(t_1) dt_1 = 0, \end{aligned} \quad (14)$$

которые обеспечивают однозначность углов поворота срединной плоскости при обходе контуров трещин [4].

Границное условие (7) преобразуем относительно аналитических функций $\Phi_0(z)$ и $\Psi_0(z)$:

$$\begin{aligned} \Phi_0(\tau) + \overline{\Phi_0}(\tau) - [\bar{\tau}\Phi'_0(\tau) + \Psi_0(\tau)] e^{2i\theta} &= \\ = f_1(\theta) + f_2(\theta) - \frac{\tau\bar{\tau}}{32} + \varphi_1(\theta) + i\varphi_2(\theta), \end{aligned} \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} f_1(\theta) + f_2(\theta) &= -\Phi_1(\tau) - \overline{\Phi_1}(\tau) + [\bar{\tau}\Phi'_1(\tau) + \Psi_1(\tau)] e^{2i\theta} \\ \varphi_1(\theta) + i\varphi_2(\theta) &= -\Phi_2(\tau) - \overline{\Phi_2}(\tau) + [\bar{\tau}\Phi'_2(\tau) + \Psi_2(\tau)] e^{2i\theta}. \end{aligned} \quad (16)$$

Относительно функций $f_1 + if_2$ и $\varphi_1 + i\varphi_2$ будем считать, что они на контуре кругового отверстия $|\tau| = \lambda$ разлагаются в комплексные ряды Фурье. На основании симметрии задачи эти ряды имеют вид

$$\begin{aligned} f_1(\theta) + f_2(\theta) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} F_{2k} e^{2ki\theta}, \quad Im F_{2k} = 0; \\ \varphi_1(\theta) + i\varphi_2(\theta) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} D_{2k} e^{2ki\theta}, \quad Im D_{2k} = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} F_{2k} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (f_1 + if_2) e^{-2ki\theta} d\theta, \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots); \\ D_{2k} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (\varphi_1 + i\varphi_2) e^{-2ki\theta} d\theta. \end{aligned} \quad (18)$$

Для нахождения величин F_{2k} , D_{2k} подставим в (18) выражения (16) и, поменяв порядок интегрирования, после вычисления интегралов с помощью теории вычетов находим:

$$\begin{aligned} F_{2k} &= -\frac{1}{2\pi} \int_{L_1} g_*(t) f_{2k}(t) dt; \quad g_*(t) = \frac{g(t)}{i(1+k_0)}; \\ D_{2k} &= -\frac{1}{2\pi(1+k_0)} \int_{L_2} g_1(t_1) \varphi_{2k}(t_1) dt_1. \end{aligned} \quad (19)$$

Ввиду громоздкости функций $f_{2k}(t)$ и $\varphi_{2k}(t_1)$ в явном виде не приводятся.

Для получения алгебраических уравнений, определяющих коэффициенты α_{2k} , β_{2k} , применим метод степенных рядов. Для этого подставим в левую часть граничного условия (15) вместо аналитических функций $\Phi_0(\tau)$, $\overline{\Phi_0}(\tau)$, $\Phi'_0(\tau)$ и $\Psi_0(\tau)$ их разложения в ряды Лорана в окрестности нулевой точки, а правую часть (15) вместо $f_1 + if_2$ и $\varphi_1 + i\varphi_2$ – ряды Фурье (16).

Применяя процедуру метода степенных рядов, получим две бесконечные системы линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов α_{2k} , β_{2k} . После некоторых преобразований получаем бесконечную систему линейных алгебраических уравнений относительно α_{2k} :

$$\alpha_{2j+2} = \sum_{j=1}^{\infty} A_{j,k} \alpha_{2j+2} + b_j (j = 0, 1, 2, \dots). \quad (20)$$

Неизвестные коэффициенты β_{2k} определяются из следующих уравнений:

$$\beta_2 = \frac{1}{1 - \lambda 2\varepsilon_3} \left\{ \varepsilon_1 - A'_0 + \varepsilon_2 \alpha_2 \lambda^2 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{g_{k+1} \cdot \lambda 2k + 2}{2^{2k+2}} \alpha_{2k+2} \right\}; \quad (21)$$

$$\beta_{2j+4} = (2j+3) \alpha_{2j+2} - A'_{-2j-2} + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(2j+2k+3)! g_{j+k+2} \lambda 2j+2k+4}{(2j+2)! (2k+1)! 22j+2k+4} \alpha_{2k+2}.$$

Таким образом, с помощью решения краевой задачи (7) удалось определение искомых коэффициентов α_{2k} , β_{2k} свести к бесконечным алгебраическим уравнениям, в правой части которых содержатся величины, зависящие в виде интегралов от искомых функций $g(x)$ и $g_1(y)$. Для определения искомых функций $g(x)$ и $g_1(y)$ мы располагаем краевыми условиями (8) на берегах трещин.

Требуя, чтобы функции (9) удовлетворяли граничному условию на контуре трещины L_1 , получаем сингулярное интегральное уравнение относительно $g_*(x)$:

$$\begin{aligned} & \frac{1+\varepsilon}{\pi} \int_{L_1} g_*(t) \zeta(t-x) dt + \frac{1}{\pi} \int_{L_1} g(t) [k_0 \zeta(t-x) + \\ & + Q(t-x) - (t-x)\gamma(t-x)] dt + H(x) = iC_1 \\ & H(x) = \frac{3x^2}{32} - k_0 A' + \bar{A}' + \bar{B}' + (1+\varepsilon) \Phi_*(x) + x \Phi'_*(x) + \Psi_*^{(x)}, \\ & \Phi_*^{(x)} = \Phi_0(x) + \Phi_2(x); \quad \Psi_*^{(x)} = \Psi_0(x) + \Psi_2(x). \end{aligned} \quad (22)$$

Аналогично, удовлетворяя краевому условию на контуре L_2 , после некоторых преобразований получаем еще одно сингулярное интегральное уравнение относительно искомой функции $g_1(y)$:

$$\begin{aligned} & -\frac{(1+\varepsilon)}{\pi i (1+k_0)} \int_{L_2} \left\{ g_1(t_1) \left[i\zeta(it-iy) - i\bar{\zeta}(it-iy) \right] + \right. \\ & \left. + \overline{g_1(t_1)} \left[iQ(it-iy) + (it-iy)\overline{\gamma(it-iy)} - i\bar{\zeta}(it-iy) \right] \right\} dt_1 + N(y) = iC_1 \\ & N(y) = -k_0 A'' + \bar{A}'' + \bar{B}'' - \frac{3y^2}{32} + \varepsilon \overline{\Phi_*(iy)} + iy \overline{\Phi'_*(iy)} + \overline{\Psi_*(iy)}, \\ & \Phi_*(z) = \Phi_0(z) + \Phi_1(z); \quad \Psi_*(x) = \Psi_0(x) + \Psi_1(x). \end{aligned} \quad (23)$$

Для определения постоянных C и C_1 были использованы соотношения [4]

$$Re \int_{-\ell}^{-\lambda_1} \bar{t} g(t) dt = 0; \quad Re \int_{\lambda_1}^{\ell} \bar{t} g(t) dt = 0,$$

$$\operatorname{Re} \int_a^r \bar{t}_1 g_1(t_1) dt_1 = 0; \quad \operatorname{Re} \int_r^a \bar{t}_1 g_1(t_1) dt_1 = 0.$$

Удовлетворяя этим условиям, обеспечивающим равенство нулю скачка прогиба в вершинах разрезов L_1 и L_2 , находим, что $C = 0$; $C_1 = 0$.

Для решения каждого сингулярного интегрального уравнения воспользуемся разложением функций $\zeta(z)$, $\gamma(z)$, $Q(z)$ в основном параллелограмме периодов. Используя замену переменных, каждое сингулярное интегральное уравнение приводим к стандартному виду. Затем применяя процедуру алгебраизации [5], [6] вместо каждого интегрального уравнения получим конечную систему линейных алгебраических уравнений.

Наибольшее практическое применение имеют правильные решетки:

- a) правильная треугольная решетка ($\omega_1 = 2$; $\omega_2 = 2 \exp(i\pi/3)$).

По предыдущему формуулам находим значения постоянных A_0 , A_2 и B_2 :

$$A_0 = -\frac{\sqrt{3}}{8\pi}; \quad A_2 = 0; \quad B_2 = 0.$$

Постоянные $L_1(\omega)$ и $L_2(\omega)$ в системе для определения A_1 и B_1 имеют вид:

$$L_1(\omega) = \bar{\xi}_1 - \gamma_1^{**} - \pi i \bar{\omega}_1; \quad L_2(\omega) = e^{-\pi i/3} L_1(\omega).$$

Постоянные ε_i для рассматриваемого частного случая имеют вид:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{\sqrt{3}}{16\pi} L_1(\omega); \quad \varepsilon_2 = 0; \quad \varepsilon_3 = \frac{\pi}{2\sqrt{3}}; \\ \varepsilon_4 &= 0; \quad \varepsilon_5 = \frac{\pi}{2\sqrt{3}}; \quad \varepsilon_6 = 0; \end{aligned}$$

б) квадратная решетка ($\omega_1 = 2, \omega_2 = 2i$).

$$A_0 = -\frac{1}{4\pi}; \quad A_2 = 0; \quad B_2 = \frac{\gamma_1}{192\pi};$$

$$L_1(\omega) = \bar{\xi}_1 - \gamma_1^{**} - \pi i \bar{\omega}_1 - \frac{2}{3}\gamma_1; \quad L_2(\omega) = -i L_1(\omega);$$

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{8\pi} L_1(\omega); \quad \varepsilon_2 = 0; \quad \varepsilon_3 = \frac{\pi}{4}; \quad \varepsilon_4 = 0;$$

$$\varepsilon_5 = \frac{2\gamma_1 + \pi}{4}; \quad \varepsilon_6 = 0.$$

Численные результаты. Для определения искомых величин α_{2k} , β_{2k} , $g_*(t_k)$, $g_1(t_k)$ необходимо совместно решить линейные системы, полученные на основании алгебраизации основных уравнений.

Эти системы решались методом Гаусса с выбором главного элемента. Не останавливаясь на подробностях решения объединенной алгебраической системы, приведем результаты по определению коэффициентов интенсивности напряжений.

Для коэффициентов интенсивности напряжений получены следующие результаты:

$$\begin{aligned} K_I^{\lambda_1} &= q\sqrt{\pi\ell} \sqrt{\frac{1-h_1^2}{h_1}} F_1(\lambda, \lambda_1, \ell, r, a); \quad K_I^r = q\sqrt{\pi a} \sqrt{\frac{1-\lambda_2^2}{\lambda_2}} F_3(\lambda, \lambda_1, \ell, r, a); \\ K_I^\ell &= q\sqrt{\pi\ell} \sqrt{1-h_1^2} F_2(\lambda, \lambda_1, \ell, r, a); \quad K_I^a = q\sqrt{\pi a} \sqrt{1-\lambda_2^2} F_4(\lambda, \lambda_1, \ell, r, a); \end{aligned}$$

$$h_1 = \lambda_1/\ell; \quad \lambda_1 = r/a.$$

В таблице приводятся результаты расчетов функций $F_1(\lambda, \lambda_1, \ell, r, a)$ и $F_2(\lambda, \lambda_1, \ell, r, a)$ для коэффициента Пуассона, равного 0,3 при изменении параметра λ_1 и разных значений длины трещины.

Для треугольной решетки значения в таблице даны в знаменателе.

Таблица 1

λ		h_1							
		0,11	0,15	0,19	0,23	0,27	0,31	0,35	0,39
0,1	$F_1(\lambda, \lambda_1, \ell, r, a)$	2,0161	1,3874	1,0017	0,7897	0,5916	0,4241	0,2432	0,0761
		2,2432	1,4897	1,1802	0,9456	0,7543	0,5152	0,3638	0,1832
	$F_2(\lambda, \lambda_1, \ell, r, a)$	1,3352	0,8271	0,4948	0,2291	0,0332	0,2561	0,3654	0,5641
		1,8541	1,2567	0,9078	0,6112	0,3612	0,1432	0,0882	0,2918
λ		h_1							
		0,21	0,25	0,29	0,33	0,37	0,41	0,45	0,49
0,2	$F_1(\lambda, \lambda_1, \ell, r, a)$	1,4182	0,8453	0,6921	0,4921	0,3281	0,2184	0,1211	0,2715
		1,5876	1,9987	0,8377	0,6734	0,4823	0,3245	0,1968	0,2114
	$F_2(\lambda, \lambda_1, \ell, r, a)$	0,5272	0,2681	0,2997	0,4387	0,4781	0,6178	0,6713	0,8712
		0,9887	0,6517	0,5291	0,4781	0,4193	0,3841	0,4741	0,5721

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Григолюк, Э. И. Перфорированные пластины и оболочки / Э. И. Григолюк, Л. А. Фильшинский. – М. : Наука, 1970. – 556 с.
- [2] Мусхелишвили, Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости / Н. И. Мусхелишвили. – М. : Наука, 1966. – 707 с.
- [3] Мирсалимов, В. М. Разрушение упругих и упругопластических тел с трещинами / В. М. Мирсалимов. – Баку : Элм, 1984. – 124 с.
- [4] Саврук, М. П. Двумерные задачи упругости для тел с трещинами / М. П. Саврук. – Киев : Наукова думка, 1981. – 324 с.
- [5] Мирсалимов, В. М. Неодномерные упругопластические задачи / В. М. Мирсалимов. – М. : Наука, 1987. – 256 с.
- [6] Ladopoulos, E. G. Singular Integral Equations, Linear and Non-Linear Theory and its Applications in Science and Engineering / E. G. Ladopoulos. – New York ; Berlin : Springer Verlag, 2000. – 547 p.

Казбеков Бабек Билал оглы,
аспирант, Институт математики и механики НАН Азербайджана, г. Баку
e-mail: irakon63@hotmail.com

B. B. Kazbekov

**LATERAL BENDING OF PERFORATED PLATE WEAKENED BY
RECTILINEAR CRACKS**

Institute of mathematics and mechanics of NAS of Azerbaijan

Abstract. The transverse bending problem for the thin plate jammed along the holes edges and weakened by doubly periodic system of unequal length rectilinear through cracks along axes of absciss and ordinate, is considered. The general solution representations describing a class of problems with doubly periodic moments distribution out of circular holes and rectilinear cracks are constructed. Satisfying the boundary conditions, the solution of the plates bending theory problem is reduced to two infinite systems of algebraic equations and two singular integral equations. Everyone of singular integral equation is reduced to system of linear algebraic equations without the intermediate step of its reduction to a Fredholm equation. Procedure of the finding of stress intensity factors (moments) is described. The stress intensity factors are found.

Keywords: perforated thin plate, rectilinear cracks, lateral bending, stress intensity factors.

REFERENCES

- [1] *Grigolyuk, E. I.* Perforated plates and Shells / E. I. Grigolyuk, L. A. Filshtinskii. – M. : Nauka, 1970. – 556 p.
- [2] *Muskhelishvili, N. I.* Some Basic Problems of Mathematical Theory of Elasticity / N. I. Muskhelishvili. – Amsterdam : Kluwer, 1977. – 707 p.
- [3] *Mirsalimov, V. M.* Fracture of Elastic and Elastoplastic Bodies with Cracks / V. M. Mirsalimov. – Baku : Science, 1984. – 124 p.
- [4] *Savruk, M. P.* Two-dimensional problem of Elasticity for Bodies with Cracks / M. P. Savruk. – Kiev : Naukova Dumka, 1981. – 324 p.
- [5] *Mirsalimov, V. M.* Non-one dimensional elastoplastic problems / V. M. Mirsalimov. – M. : Nauka, 1987. – 256 p.
- [6] *Ladopoulos, E. G.* Singular Integral Equations, Linear and Non-Linear Theory and its Applications in Science and Engineering / E. G. Ladopoulos. – New York, Berlin : Springer Verlag, 2000. – 547 p.

Kazbekov, Babek Bilal oglu

Postgraduate student, Institute of Mathematics and Mechanics of NAS of Azerbaijan, Baku