

Корнеев А. В., Трещев А. А.

**МОДЕЛЬ ВЛИЯНИЯ ГАЗОНАСЫЩЕНИЯ НА НАПРЯЖЕННО-
ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ МАТЕРИАЛОВ НА ОСНОВЕ
ТИТАНОВЫХ СПЛАВОВ**

(Тульский государственный университет)

Предложена математическая модель влияния процесса наводороживания на деформационные характеристики титановых сплавов, используемых для элементов современных конструкций. Внесены коррективы в обработку экспериментальных диаграмм деформирования титановых сплавов ВТ1-0 и ТС5.

В ходе термической обработки и горячей обработки давлением в атмосфере воздуха титановые сплавы загрязняются газами (кислородом, воздухом), в результате чего их свойства изменяются [3; 4]. В случае неравномерного распределения газов по толщине, например, при поверхностном газонасыщении, проявляется неоднородность механических свойств. Накапливаясь в объеме конструкций с течением времени, водород снижает упруго-пластические характеристики металлов, приводя к охрупчиванию и резкой потере несущей способности. При этом для напряженных состояний, связанных с растяжением, охрупчивающее влияние более заметно, то есть процесс газонасыщения титановых сплавов приводит к возникновению наведенной разнсопротивляемости изначально нечувствительного к виду напряженного состояния материала. С другой стороны, сопротивление многих конструкционных материалов деформированию изначально зависит от вида напряженного состояния и эта зависимость проявляется в отсутствии процесса газонасыщения. Построению зависимостей между напряжениями и деформациями для таких материалов посвящен ряд работ, в которых предлагаются как квазилинейные, так и нелинейные уравнения. Недостатки указанных моделей проанализированы в работе [5].

В представленной работе на базе известных экспериментальных сведений [1] исследовано влияние наводороживания на деформирование титановых сплавов, которое моделируется как наведенная чувствительность механических характеристик к виду напряженного состояния. При этом в основу математической модели наводороживания положены определяющие соотношения, принятые в работе [5].

Так, согласно работе [5], напряженное состояние в точке изотропного деформируемого тела определяется в двух пространствах. В пространстве главных осей напряженное состояние задается модулем вектора полного напряжения $S = (\sigma_k \sigma_k)^{1/2}$ и его направляющими косинусами $\alpha_k = \sigma_k / S$ (здесь σ_k – главные напряжения). В пространстве, связан-

ном с октаэдрической площадкой, напряженное состояние определяется модулем вектора полного напряжения на этой площадке $S_0 = (\sigma^2 + \tau^2)^{1/2}$, углом ψ , который образует вектор S_0 с нормалью к этой площадке, и углом φ – фазой напряжений. Здесь $\sigma = \sigma_{ij} \delta_{ij} / 3$, $\tau = (S_{ij} S_{ij} / 3)^{1/2}$, $S_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij} \sigma$ ($i, j = 1, 2, 3$), $\xi = \cos \psi = \sigma / S_0$, $\eta = \sin \psi = \tau / S_0$, $\cos 3\varphi = 2^{1/2} \chi S_{III} / \tau^3$, $S_{III} = S_{ik} S_{kj} S_{ij}$.

В работе [5] были получены две нелинейные формы потенциала деформаций для изначально разнородного материала:

$$W = (A_e + B_e \alpha_1) \sigma_1^2 + (A_e + B_e \alpha_2) \sigma_2^2 + (A_e + B_e \alpha_3) \sigma_3^2 + [C_e + D_e (\alpha_1 + \alpha_2)] \sigma_1 \sigma_2 + [C_e + D_e (\alpha_2 + \alpha_3)] \sigma_2 \sigma_3 + [C_e + D_e (\alpha_3 + \alpha_1)] \sigma_3 \sigma_1 + + \{ (A_p + B_p \alpha_1) \sigma_1^2 + (A_p + B_p \alpha_2) \sigma_2^2 + (A_p + B_p \alpha_3) \sigma_3^2 + [C_p + D_p (\alpha_1 + \alpha_2)] \sigma_1 \sigma_2 + + [C_p + D_p (\alpha_2 + \alpha_3)] \sigma_2 \sigma_3 + [C_p + D_p (\alpha_3 + \alpha_1)] \sigma_3 \sigma_1 \}^n, \quad (1)$$

$$W = (Y_{e1} + Y_{e3} \xi) \sigma^2 + (Y_{e2} + Y_{e4} \xi + Y_{e5} \eta \cos 3\varphi) \tau^2 + + \left[(Y_{p1} + Y_{p3} \xi) \sigma^2 + (Y_{p2} + Y_{p4} \xi + Y_{p5} \eta \cos 3\varphi) \tau^2 \right]^n, \quad (2)$$

где $A_e, B_e, C_e, D_e, A_p, B_p, C_p, D_p$ – константы квазилинейной и нелинейной частей потенциала, определяемые в результате обработки стандартных опытов; n – показатель степени, определяющий нелинейность материала.

$$Y_{e1} = 3(A_e + C_e), \quad Y_{e2} = 3(A_e - C_e / 2), \quad Y_{e3} = \sqrt{3}(B_e + 2D_e), \quad Y_{e4} = \sqrt{27}B_e, \\ Y_{e5} = \sqrt{1,5}(B_e - D_e), \quad Y_{p1} = 3(A_p + C_p), \quad Y_{p2} = 3(A_p - C_p / 2), \quad (3) \\ Y_{p3} = 3(B_p + 2D_p), \quad Y_{p4} = \sqrt{27}B_p, \quad Y_{p5} = \sqrt{1,5}(B_p - D_p).$$

Следствием принятых форм потенциала W (1), (2) являются зависимости между деформациями и напряжениями, имеющие дилатационный характер:

$$e_{ij} = \{R\} [W_{ij}], \quad (4)$$

где

$$R_m = Y_{em} + n \left[(Y_{p1} + Y_{p3} \xi) \sigma^2 + (Y_{p2} + Y_{p4} \xi + Y_{p5} \eta \cos 3\varphi) \tau^2 \right]^{n-1} Y_{pm}, \quad (m = 1, 2, \dots, 5), \\ [W_{kk}] = \partial[W_1] / \partial \sigma_{kk} \quad (k = 1, 2, 3), \quad 2[W_{ij}] = \partial[W_1] / \partial \tau_{ij} \quad (i, j = 1, 2, 3; i \neq j),$$

$$[W_1] = \begin{bmatrix} \sigma^2 \\ \tau^2 \\ \xi \sigma^2 \\ \xi \tau^2 \\ \eta \tau^2 \cos 3\varphi \end{bmatrix}.$$

Для определения констант потенциала используется методика, приведенная в работе [5] для опытов на осевое растяжение и осевое сжатие при простом нагружении. Для формы (1) при одноосном растяжении и одноосном сжатии зависимости между главными деформациями и напряжениями представляются в виде

$$e_k^\pm = P_k^\pm \sigma_1^\pm + T_k^\pm (\sigma_1^\pm)^m, \quad k=1,2, \quad (5)$$

где $m=2n-1$, P_k , T_k – коэффициенты, вычисляемые соответственно через константы потенциала $\{A_e B_e C_e D_e\}$ и $\{A_p B_p C_p D_p\}$ с учетом значений $\alpha_1=1$, $\alpha_2=\alpha_3=0$ – при одноосном растяжении и $\alpha_1=-1$, $\alpha_2=\alpha_3=0$ – при одноосном сжатии; верхние индексы “плюс” относятся к характеристикам растяжения, а “минус” – к характеристикам сжатия;

$$\begin{aligned} A_e &= (P_1^+ - P_1^-)/4, & B_e &= (P_1^+ + P_1^-)/4, & C_e &= (P_2^+ - P_2^-)/2, \\ D_e &= (P_2^+ + P_2^-)/2, & A_p &= [(T_1^+ / 2n)^{1/n} + (-T_1^- / 2n)^{1/n}] / 2, \\ B_p &= [(T_1^+ / 2n)^{1/n} - (-T_1^- / 2n)^{1/n}] / 2, & & & & (6) \\ C_p &= [T_2^+ / (T_1^+ / 2n)^{(n-1)/n} - T_2^- / (-T_1^- / 2n)^{(n-1)/n}] / 2n, \\ D_p &= [T_2^+ / (T_1^+ / 2n)^{(n-1)/n} + T_2^- / (-T_1^- / 2n)^{(n-1)/n}] / 2n. \end{aligned}$$

Методика вычисления восьми констант потенциала деформаций W представлена в работе [5].

Для полной корректности рассмотренных соотношений (1), (2) с учетом полученных констант необходимо проверить устойчивость потенциала в малом:

$$\delta\sigma_{ij} \delta e_{ij} \geq 0. \quad (7)$$

Воспользуемся моделью определяющих соотношений (1), (2) для построения уравнений связи деформаций с напряжениями с учетом наведенной разнсопротивляемости титановых сплавов, проявляющейся под воздействием насыщения водородом. Для этой цели константы $A_e, B_e, C_e, D_e, A_p, B_p, C_p, D_p$ представим в виде функций от уровня наводороживания λ , где λ – концентрация водородосодержащей среды в теле материала. Кроме того, показатель степени n так же запишем в виде функции от λ . Функциональную зависимость констант материала необходимо вводить на этапе обработки экспериментальных диаграмм деформирования. То есть параметры P_k^\pm, T_k^\pm и n необходимо заменить функциями $P_k^\pm = P_k^\pm(\lambda)$, $T_k^\pm = T_k^\pm(\lambda)$ и $n = n(\lambda)$. Вид этих функций устанавливается в результате аппроксимации экспериментальных диаграмм деформирования образцов при одноосном растяжении и сжатии, испытанных на различных уровнях насыщения водородом.

В работе Трещева А. А., Сергеевой С. Б., Сычевой А. В. [7] обработка экспериментальных диаграмм деформирования титановых сплавов имела некоторые неточности. В настоящей работе с целью более точного учета влияния наводороживания на напряженно-деформированное состояние элементов конструкций, описываемого с помощью определяющих соотношений, принятых в работе [5], внесены коррективы в обработку экспериментальных диаграмм. Рассматривались элементы конструкций, выполненные из титанового сплава ВТ1–0 и из титанового сплава ТС5. По результатам обработки экспериментальных диаграмм деформирования этих сплавов, насыщенных водородом до определенного уровня λ (0,01; 0,03 и 0,05 %), были получены новые значения коэффициентов P_k^\pm, T_k^\pm , благодаря которым, кривые одноосного сжатия образцов в исходном и наводороженных состояниях совпали с кривыми одноосного растяжения тех же образцов при насыщённости 0%. Значения коэффициентов P_k^\pm, T_k^\pm и параметра n приведены в табл. 1.

Таблица 1

Значения коэффициентов P_k^\pm, T_k^\pm

Коэффициенты	Материалы						
	BT1-0			TC5			
	$\lambda=0\%$	$\lambda=0,01\%$	$\lambda=0,03\%$	$\lambda=0\%$	$\lambda=0,01\%$	$\lambda=0,03\%$	$\lambda=0,05\%$
$P_1^+ [МПа]^{-1}$	$7,282 \cdot 10^{-6}$	$6,391 \cdot 10^{-6}$	$9,465 \cdot 10^{-6}$	$7,195 \cdot 10^{-6}$	$7,504 \cdot 10^{-6}$	$7,495 \cdot 10^{-6}$	$8,334 \cdot 10^{-6}$
$P_2^+ [МПа]^{-1}$	$-2,930 \cdot 10^{-6}$	$-2,015 \cdot 10^{-6}$	$-3,339 \cdot 10^{-6}$	$-3,597 \cdot 10^{-6}$	$-3,752 \cdot 10^{-6}$	$-3,748 \cdot 10^{-6}$	$-4,167 \cdot 10^{-6}$
$P_1^- [МПа]^{-1}$	$-7,282 \cdot 10^{-6}$						
$P_2^- [МПа]^{-1}$	$2,930 \cdot 10^{-6}$						
$T_1^+ [МПа]^{1-2n}$	$1,521 \cdot 10^{-14}$	$2,581 \cdot 10^{-17}$	$8,855 \cdot 10^{-20}$	$3,151 \cdot 10^{-50}$	$3,952 \cdot 10^{-49}$	$7,810 \cdot 10^{-44}$	$3,942 \cdot 10^{-36}$
$T_2^+ [МПа]^{1-2n}$	$-7,557 \cdot 10^{-15}$	$-7,236 \cdot 10^{-17}$	$-4,490 \cdot 10^{-20}$	$-1,576 \cdot 10^{-50}$	$-1,976 \cdot 10^{-49}$	$-9,052 \cdot 10^{-45}$	$-1,971 \cdot 10^{-36}$
$T_1^- [МПа]^{1-2n}$	$-1,521 \cdot 10^{-14}$						
$T_2^- [МПа]^{1-2n}$	$7,557 \cdot 10^{-15}$						
n	2,7	3,35	3,9	8,45	8,3	7,6	6,25

Обработка экспериментальных данных выполнялась методом наименьших квадратов при помощи прикладной программы "ORIGIN". В результате были получены зависимости материальных функций от параметра λ , которые рекомендуется представить следующим образом:

а) для сплава BT1-0

$$\begin{aligned}
 P_k^+(\lambda) &= a_{0k}^+ + a_{1k}^+ \lambda + a_{2k}^+ \lambda^2, P_k^-(\lambda) = a_{0k}^-, \\
 T_k^+(\lambda) &= b_{0k}^+ + b_{1k}^+ \exp(-\lambda/q_k^+), T_k^-(\lambda) = b_{0k}^-, \\
 n(\lambda) &= \Delta_0 + \Delta_1 \lambda.
 \end{aligned} \tag{8}$$

б) для сплава TC5

$$\begin{aligned}
 P_k^+(\lambda) &= a_{0k}^+ + a_{1k}^+ \lambda + a_{2k}^+ \lambda^2 + a_{3k}^+ \lambda^3, P_k^-(\lambda) = a_{0k}^-, \\
 T_k^+(\lambda) &= b_{0k}^+ - (b_{0k}^+ - b_{1k}^+) / \{1 + \exp[(\lambda - q_k^+) / v_k^+]\}, \\
 T_k^-(\lambda) &= b_{0k}^-, n(\lambda) = \Delta_0 + \Delta_1 \lambda + \Delta_2 \lambda^2.
 \end{aligned} \tag{9}$$

Здесь параметры P_k^\pm принимаются в $[МПа]^{-1}$, а T_k^\pm – в $[МПа]^{(1-2n)}$.

Коэффициенты функций (8), (9) приведены в табл. 2 и 3.

Таблица 2

Константы	Растяжение		Константы	Растяжение	
	BT1-0	TC5		BT1-0	TC5
a_{01}^+	$8,072 \cdot 10^{-6}$	$7,216 \cdot 10^{-6}$	b_{12}^+	$3,306 \cdot 10^{-17}$	$-5,12 \cdot 10^{-39}$
a_{11}^+	$-2,523 \cdot 10^{-41}$	$4,614 \cdot 10^{-5}$	q_1^+	$4,72 \cdot 10^{-3}$	$4,617 \cdot 10^{-3}$
a_{21}^+	$1,006 \cdot 10^{-2}$	$-2,39 \cdot 10^{-3}$	q_2^+	$4,58 \cdot 10^{-3}$	$4,96 \cdot 10^{-2}$
a_{31}^+	-	$3,86 \cdot 10^{-2}$	v_1^+	-	$3,23 \cdot 10^{-3}$
a_{02}^+	$1,225 \cdot 10^{-6}$	$3,598 \cdot 10^{-6}$	v_2^+	-	$3,658 \cdot 10^{-3}$

a_{12}^+	$-5,844 \cdot 10^{-51}$	$2,639 \cdot 10^{-5}$	Сжатие		
a_{22}^+	$2,8 \cdot 10^{-3}$	$-1,34 \cdot 10^{-3}$	a_{01}^-	$-7,282 \cdot 10^{-6}$	$-7,282 \cdot 10^{-6}$
a_{32}^+	-	$2,08 \cdot 10^{-2}$	a_{02}^-	$2,930 \cdot 10^{-6}$	$2,930 \cdot 10^{-6}$
b_{01}^+	0	$5,149 \cdot 10^{-36}$	b_{01}^-	$-1,521 \cdot 10^{-14}$	$-1,521 \cdot 10^{-14}$
b_{11}^+	$6,824 \cdot 10^{-17}$	$-1,021 \cdot 10^{-38}$	b_{02}^-	$7,557 \cdot 10^{-15}$	$7,557 \cdot 10^{-15}$
b_{02}^+	0	$3,736 \cdot 10^{-36}$			

Таблица 3

Сплав	Коэффициенты		
	Δ_0	Δ_1	Δ_2
BT1-0	3,157	28,214	-
TC5	8,443	-5,270	-770,729

Графики зависимостей функций (8) и (9) от параметра λ представлены на рис. 1. После идентификации функций (8), (9) их необходимо внести в зависимости (6), а последние – в потенциал (1), или с учетом формул перехода (3) – в потенциал (2).

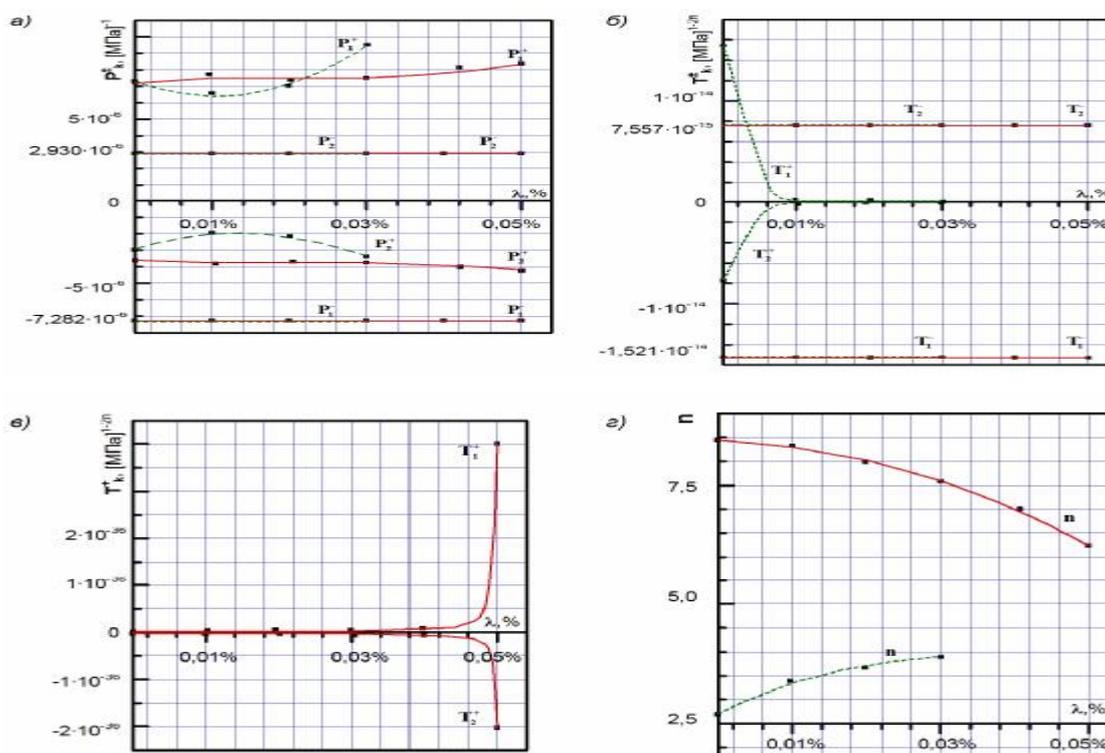


Рис. 1. Графическое представление зависимостей функций P_k^{\pm} , T_k^{\pm} и n от параметра λ для титановых сплавов BT1-0 и TC5 – сплав BT1-0; а – графики функций P_k^{\pm} для сплавов T1-0 и TC5; б – графики функций T_k^{\pm} для сплава BT1-0 и T_k^- для сплава TC5; в – графики функций T_k^+ для сплава TC5; г – графики функции n для сплавов BT1-0 и TC5

Точность описания напряженно-деформированного состояния титановых сплавов ВТ1-0 и ТС5 при растяжении и различном содержании водорода иллюстрируют рис. 2а и рис. 2б, соответственно. Здесь разносимвольными точками обозначены экспериментальные данные [1], а сплошными линиями – результаты теоретического расчета, полученные на основе определяющих соотношений (1), (2) с учетом функций (8) и (9). Представленные зависимости показывают снижение сопротивления деформированию с повышением содержания водорода. При этом погрешность теоретически рассчитанных диаграмм деформирования титановых сплавов на разных уровнях насыщения водородом по сравнению с экспериментальными не превышает 0,5 %.

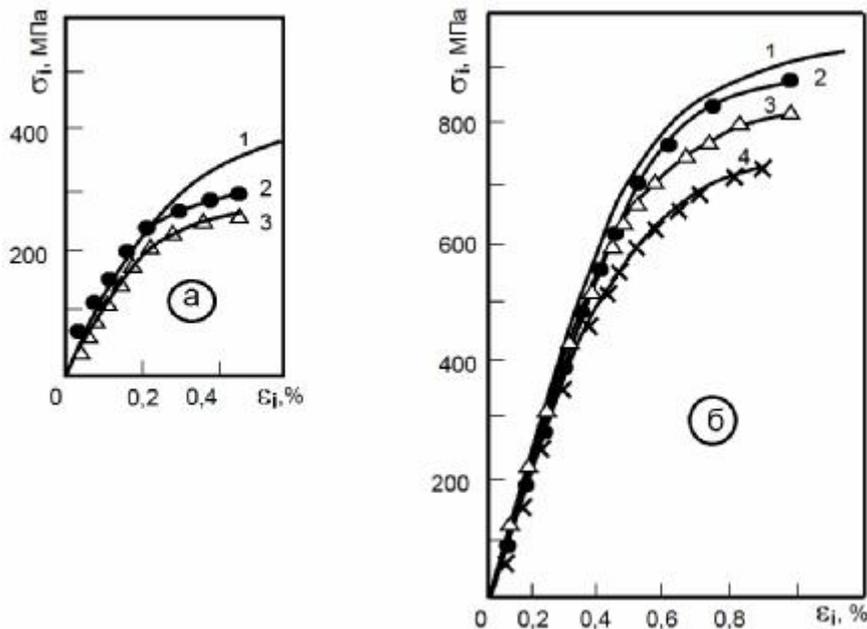


Рис. 2. Диаграммы одноосного растяжения сплавов ВТ1-0 (а), ТС5 (б) при различном содержании водорода

1 – исходное состояние при насыщенности 0%; 2 – при насыщенности 0,01%;
3 – при насыщенности 0,03%; 4 – при насыщенности 0,05%

Для того чтобы модель деформирования титановых сплавов, подвергающихся наводороживанию, была замкнута к уравнениям состояния (1), (2) с учетом функциональных зависимостей (8), (9) следует добавить дифференциальное уравнение, описывающее закон активной диффузии водорода. В случае, когда напряженное состояние не оказывает влияния на характер распределения водорода по объему образца и процесс диффузии водорода можно считать одномерным, этот закон определяется уравнением Фика:

$$\lambda_{,t} / D = \lambda_{,zz}, \quad (10)$$

где D – коэффициент диффузии; t – время; z – координата в направлении наводороживания.

Отличительной особенностью выполненного построения является независимость коэффициентов P_k^- , T_k^- от концентрации среды вследствие неизменности свойств мате-

риала в сжатой зоне, что приводит к более точному учету влияния наводороживания на напряженно-деформированное состояние элементов конструкций.

Построение определяющих соотношений, учитывающих влияние водородосодержащей среды на механические характеристики титановых сплавов, ранее было рассмотрено в ряде работ Овчинникова И. Г. и его учеников [2, 6]. Однако, как показано в работе [5], потенциальные соотношения (1) и (2) изначально обладают более совершенным аппаратом учета влияния вида напряженного состояния на механические характеристики материалов, в самом широком спектре их изменения, по сравнению с другими моделями. По этому, очевидно, что предложенная модель наведенной разнсопротивляемости титановых сплавов, находящихся под воздействием водородосодержащей среды, более предпочтительна в случае расчета конструкций, работающих при сложных напряженных состояниях.

г. Тула

Поступила: 31 марта 2008 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гервиц, Т. Я. Влияние газонасыщения на статическую прочность титановых сплавов / Т. Я. Гервиц // ФХММ. – 1981. – № 2. – С. 45-48.
2. Кириллова, Л. А. Напряженно-деформированное состояние гибкой круглой пластины в водородосодержащей среде с учетом наведенной неоднородности / Л. А. Кириллова – Дисс. ... к.т.н. – Саратов, 1990. – 163 с.
3. Колачев, Б. А., Механические свойства титана и его сплавов / Б. А. Колачев, В. А. Ливанов, А. А. Буханова. – М. : Металлургия, 1974. – 543 с.
4. Крылов, Б. С. Влияние водорода на механические свойства сплава ВТ15 и о механизме водородного охрупчивания / Б. С. Крылов // Изв. АН СССР. Металлы. – 1967. – № 4. – С. 147-155.
5. Матченко, Н. М. Определяющие соотношения изотропных разнсопротивляющихся сред. Нелинейные соотношения / Н. М. Матченко, Л. А. Толоконников, А. А. Трещев // Изв. РАН. МТТ. – 1999. – № 4. – С. 87-95.
6. Овчинников, И. Г. Математическое моделирование процесса взаимодействия элементов конструкций с агрессивными средами / И. Г. Овчинников, В. В. Петров // Деформирование материалов и элементов конструкций в агрессивных средах: Межвуз. научн. сб. Сарат. политехн. ин-т. – Саратов, 1983. – С. 3-11.
7. Сергеева, С. Б. Модель влияния газонасыщения на напряженно – деформированное состояние материалов / С. Б. Сергеева, А. В. Сычева, А. А. Трещев // Изв. вузов. Строительство. – 1999. – №12. – С. 14-20.

Korneev A. B., Treshev A. A.

MODEL OF INFLUENCE OF GASING ON STRAIN-STRESS CONDITION OF MATERIALS ON THE BASIS OF TITANIC ALLOYS

(Tula state university)

The mathematical model of influence of process hydrogen influence on deformation characteristics of the titanic alloys used for elements of modern design. Corrective amendments are brought in processing experimental diagrams of deformation of titanic alloys BT1-0 and TC5.