Вестник ЧГПУ им. И. Я. Яковлева
Серия: Механика предельного состояния. 2009. № 1. С. 142–149

В. М. Мирсалимов, Р. У. Оруджева

ТОРМОЖЕНИЕ КОГЕЗИОННОЙ ТРЕЩИНЫ ЛОКАЛЬНЫМ ИЗМЕНЕНИЕМ ТОЛЩИНЫ ПЛАСТИНЫ

Азербайджанский технический университет,

Гянджинский филиал Азербайджанского учительского института

Аннотация. Исследуется плоская контактная задача о частичном закрытии берегов когезионной трещины с помощью локального изменения толщины пластины на пути ее роста.

Ключевые слова: когезионная трещина, переменность толщины пластины, усилия в связях, зона контактная, напряжения контактные.

УДК: 539.374

Пусть толщина пластинки постоянна, за исключением некоторой области. Характерный линейный размер этой области S считаем малым по сравнению с длиной трещины. Трещина расположена у области S. В области S толщина пластины представляет собой некоторую функцию координат. Как известно, такие локальные изменения в толщине пластины нетрудно выполнить технологически, как некоторые выточки (выдавки) или, наоборот, наплавления (утолщения) материала. Цель таких выточек или наплавлений в задержке или торможения развития сквозной трещины. Пусть пластина изготовлена из однородного упругого материала и содержит когезионную трещину с концевой зоной. Полагаем наличие областей, в которых действуют силы сцепления материала, непрерывно распределенные в концевой области трещины.

При некоторых локальных изменениях толщины (формах выточек) и соотношениях геометрических параметров уменьшается [4] деформация растягиваемой пластины в направлении перпендикулярном трещине, и в связи с этим снижается коэффициент интенсивности напряжений в кончиках трещины. Следует ожидать, что при некотором соотношении геометрических параметров пластины с локальными изменениями толщины на пути роста трещины, будут возникать зоны сжимающих напряжений. Для торможения развития трещины вблизи ее концов создают локальные изменения в толщине пластины, как некоторые выточки (выдавки).

В случае, когда характерный линейный размер области S считается малым по сравнению с длиной когезионной трещины или с каким-либо другим характерным линейным размером L пластинки в плане, возможно эффективное асимптотическое решение этой задачи, основанное на представлении о тонкой структуре трещины [7]. Задачу о тонкой структуре конца трещины (т.е. о распределении напряжений и

Поступила 18.04.2008

деформаций на расстояниях r от конца трещины, удовлетворяющих условию $L >> r >> \rho$) можно ставить следующим образом. Здесь ρ – радиус кривизны конца трещины.

Рассмотрим окрестность конца когезионной трещины, которая мала по сравнению с характерным линейным размером в плане пластины, но больше сравнительно с характерным линейным размером области S. Тогда трещина на плоскости xy представится полубесконечным размером вдоль $y = 0$, $-\infty < x < 0$. При этом в части разреза длиной d (концевая зона), примыкающая к ее вершине, берега трещины будут взаимодействовать. Взаимодействие берегов когезионной трещины в концевой области моделируется путем введения между берегами трещины связей (сил сцепления), имеющих заданную диаграмму деформирования. Физическая природа таких связей и размеры концевых областей, в которых осуществляется взаимодействие берегов трещины, зависят от вида материала.

На бесконечности реализуется напряженное поле, характерное для тонкой структуры конца трещины. Это поле считается заданным и имеет [7] вид

$$\text{при} \quad z \to \infty \quad \Phi(z) = \frac{K_I - iK_{II}}{2\sqrt{2\pi z}}, \quad \Omega(z) = \frac{K_I - iK_{II}}{2\sqrt{2\pi z}}, \tag{1}$$

где $z = x + iy = re^{i\theta}$; r, θ – полярные координаты; $i = \sqrt{-1}$; $\Phi(z)$ и $\Omega(z)$ комплексные потенциалы Н. И. Мусхелишвили [5].

В рассматриваемой задаче параметрами нагружения являются коэффициенты интенсивности напряжений K_I, K_{II}, представляющие собой некоторые функции формы пластины и граничных условий.

Под действием внешней нагрузки и влияния локального изменения толщины вблизи конца трещины, в зоне сжимающих напряжений берега трещины на некотором участке $y = 0$, $-\lambda \leq x \leq 0$, войдут в контакт, что будет способствовать к возникновению контактных напряжений на данном участке. Рассмотрим случай, когда $\lambda < d$, т.е. контактная область меньше концевой зоны когезионной трещины. Параметр λ, характеризующий границу области контакта между берегами трещины должен быть определен в процессе решения задачи.

Рассматриваемая задача состоит в определении контактных напряжений на участке $y = 0$, $-\lambda \leq x \leq 0$, усилий в связях на участке $y = 0$, $-d \leq x \leq -\lambda$, напряженно-деформированного состояния пластины вне трещины. Считается, что пластина находится в обобщенном плоско-напряженном состоянии и декартовы координаты x, y в срединной плоскости пластины являются плоскостью симметрии. Учитывая переменность толщины в области S, запишем общие уравнения статического деформирования пластины переменной толщины.

Уравнения равновесия

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial N_y}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} = 0. \tag{2}$$

Закон Гука

$$\begin{gathered} N_x = \tfrac{2Eh}{1-v^2}\left(\tfrac{\partial u}{\partial x} + v\tfrac{\partial v}{\partial y}\right), \quad N_y = \tfrac{2Eh}{1-v^2}\left(\tfrac{\partial v}{\partial y} + v\tfrac{\partial u}{\partial x}\right), \\ N_{xy} = \tfrac{Eh}{1+v}\left(\tfrac{\partial u}{\partial y} + \tfrac{\partial v}{\partial x}\right). \end{gathered} \tag{3}$$

Здесь N_x, N_y, N_{xy} – нормальные и сдвигающие усилия, приходящиеся на единицу длины; u, υ – компоненты вектора перемещений; E – модуль упругости; υ – коэффициент Пуассона материала пластины.

Функция толщины $h(x, y)$ может быть представлена в виде

$$h(x,y) = h_0 \left[1 + \varepsilon \bar{h}(x,y)\right], \tag{4}$$

где $\bar{h}(x, y)$ – некоторая известная безразмерная непрерывная функция; $\varepsilon = (h_2 - h_1)/(h_1 + h_2)$ – малый параметр; h_1 и h_2 – соответственно, наименьшее и наибольшее значение толщины пластины в области S.

Решение задачи ищем методом малого параметра

$$\begin{gathered} N_x = N_x^{(0)} + \varepsilon N_x^{(1)} + \ldots; \quad N_y = N_y^{(0)} + \varepsilon N_y^{(1)} + \ldots; \quad N_{xy} = N_{xy}^{(0)} + \varepsilon N_{xy}^{(1)} + \ldots \\ u = u_0 + \varepsilon u_1 + \ldots; \quad \upsilon = \upsilon_0 + \varepsilon \upsilon_1 + \ldots. \end{gathered} \tag{5}$$

Используя процедуру метода возмущений, получим последовательность задач. В полученных уравнениях уравнения нулевого приближения (невозмущенного состояния) совпадают с уравнениями классической плоской задачи теории упругости, а уравнения первого и второго приближений совпадают с теми же уравнениями, но с объемной силой, определяемой из решения предыдущих приближений.

Граничные условия задачи имеют вид:
для нулевого приближения

$$\begin{array}{lll} N_y^{(0)} - iN_{xy}^{(0)} = 0 & \text{при} \quad y = 0, & -\infty < x < -d, \\ N_y^{(0)} - iN_{xy}^{(0)} = q_y^{(0)} - iq_{xy}^{(0)} & \text{при} \quad y = 0, & -d \leq x \leq 0, \end{array} \tag{6}$$

где $q_y^{(0)}$ и $q_{xy}^{(0)}$ – нормальные и касательные усилия в связях для нулевого приближения, соответственно.
для первого приближения

$$\begin{array}{lll} N_y^* - iN_{xy}^* = 0, & \text{при} \quad y = 0, & -\infty < x < -d, \\ N_y^* - iN_{xy}^* = q_y^{(1)} - iq_{xy}^{(1)}, & \text{при} \quad y = 0, & -d \leq x < -\lambda, \\ N_y^* - iN_{xy}^* = N_y^+ - iN_{xy}^+, & \text{при} \quad y = 0, & -\lambda \leq x \leq 0. \end{array} \tag{7}$$

При выводе уравнений и граничных условий первого приближения были введены следующие обозначения

$$N_x^* = N_x^{(1)} - \bar{h}(x,y)N_x^{(0)}; \quad N_y^* = N_y^{(1)} - \bar{h}(x,y)N_y^{(0)}; \quad N_{xy}^* = N_{xy}^{(1)} - \bar{h}(x,y)N_{xy}^{(0)}.$$

Здесь N_y^+ и N_{xy}^+ – искомые контактные усилия, подлежащие определению. Величины усилий в связях $q_y^{(0)}$, $q_{xy}^{(0)}$ и $q_y^{(1)}$, $q_{xy}^{(1)}$ заранее неизвестны и подлежат определению в процессе решения краевой задачи механики разрушения.

Основные соотношения задачи для невозмущенного напряженного состояния должны быть дополнены уравнением, связывающим раскрытие берегов трещины и усилия в связях. Это уравнение, без потери общности, можно представить в виде [1, 2].

$$\left(\upsilon_0^+ - \upsilon_0^-\right) - i\left(u_0^+ - u_0^-\right) = C\left(x, \sigma^0\right)\left[q_y^{(0)} - iq_{xy}^{(0)}\right], \tag{8}$$

где $\left(\upsilon_0^+ - \upsilon_0^-\right)$ и $\left(u_0^+ - u_0^-\right)$ – нормальная и касательная составляющая раскрытия берегов трещины в невозмущенном состоянии, соответственно. $C\left(x, \sigma^0\right)$ можно рассматривать как эффективную податливость связей, зависящую от натяжения связей;

$$\sigma^0 = \sqrt{\left[q_y^{(0)}\right]^2 + \left[q_{xy}^{(0)}\right]^2} \text{ – модуль вектора усилий в связях.}$$

Аналогично, для первого приближения необходимо добавить следующие соотношения

$$\left(\upsilon_1^+ - \upsilon_1^-\right) - i\left(u_1^+ - u_1^-\right) = C\left(x, \sigma^1\right)\left[q_y^{(1)} - iq_{xy}^{(1)}\right], \quad (-d \le x < -\lambda), \tag{9}$$

$$\left(\upsilon_1^+ - \upsilon_1^-\right) - i\left(u_1^+ - u_1^-\right) = 0, \quad (-\lambda \le x \le 0), \tag{10}$$

где $\sigma^1 = \sqrt{\left[q_y^{(1)}\right]^2 + \left[q_{xy}^{(1)}\right]^2}$.

Напряженно-деформированное состояние в бесконечной пластине в условиях плоской задачи с разрезом вдоль оси абсцисс описывается двумя аналитическими функциями $\Phi(z)$ и $\Omega(z)$ [5]. Для определения комплексных потенциалов $\Phi_0(z)$ и $\Omega_0(z)$ для нулевого приближения имеем задачу линейного сопряжения [5]

$$\begin{aligned} &[\Phi_0(x) + \Omega_0(x)]^+ + [\Phi_0(x) + \Omega_0(x)]^- = 2f_0(x), \\ &[\Phi_0(x) - \Omega_0(x)]^+ - [\Phi_0(x) - \Omega_0(x)]^- = 0, \end{aligned} \tag{11}$$

где $-\infty < x < 0$, x – аффикс точек берегов разреза с концевой зоной,

$$f_0(x) = \begin{cases} 0 & \text{на свободных берегах трещины,} \\ q_y^{(0)} - iq_{xy}^{(0)} & \text{на берегах концевой зоны трещины.} \end{cases}$$

Для комплексных потенциалов $\Phi_0(z)$ и $\Omega_0(z)$ находим

$$\Phi_0(z) = \Omega_0(z) = \frac{1}{2\pi i\sqrt{z}}\int_{-d}^{0}\frac{\sqrt{t}f_0(t)dt}{t-z} + \frac{K_I - iK_{II}}{2\sqrt{2\pi z}}. \tag{12}$$

Для перемещений нулевого приближения найдем

$$\left(u_0^+ - u_0^-\right) - i\left(\upsilon_0^+ - \upsilon_0^-\right) = \frac{1+k_0}{2\mu}\left[-\frac{1}{\pi i}\int_{-d}^{0} f_0(t)\ln\frac{\sqrt{t}+\sqrt{x}}{\sqrt{t}-\sqrt{x}}dt + \frac{2\left(K_I - iK_{II}\right)}{\sqrt{2\pi}}\sqrt{x}\right], \tag{13}$$

где $k_0 = (3-v)/(1+v)$.

Используя соотношение (8), получим комплексное интегральное уравнение относительно неизвестных функций $q_y^{(0)}(x)$ и $q_{xy}^{(0)}(x)$:

$$\begin{aligned} &\tfrac{1+k_0}{2\mu}\left[-\tfrac{1}{\pi i}\int_{-d}^{0}\left(q_y^{(0)} - iq_{xy}^{(0)}\right)\ln\tfrac{\sqrt{t}+\sqrt{x}}{\sqrt{t}-\sqrt{x}}dt + \tfrac{2(K_I - iK_{II})}{\sqrt{2\pi}}\sqrt{x}\right] = \\ &\qquad = C\left(x, \sigma^0\right)\left[q_{xy}^{(0)}(x) + iq_y^{(0)}(x)\right]. \end{aligned} \tag{14}$$

Отделяя в (14) действительные и мнимые части, получим два действительных интегральных уравнений относительно $q_y^{(0)}(x)$ и $q_{xy}^{(0)}(x)$, соответственно. Полученные нелинейные интегральные уравнения могут быть решены численно. Для их решения использовали коллокационную схему. В случае, когда закон деформирования связей является нелинейным, для определения $q_y^{(0)}(x)$ и $q_{xy}^{(0)}(x)$ в связях использовали итерационную схему, подобную методу упругих решений [3]. При рассмотрении линейно-упругих связей система интегральных уравнений оказывается линейной, и после использования коллокационной численной схемы получаем линейную алгебраическую систему относительно приближенных значений $q_y^{(0)}(x_m)$ и $q_{xy}^{(0)}(x_m)$ $(m = 1,\ 2,\ ...,\ M)$в точках коллокации (узловых точках). Для решения линейной системы использовали метод Гаусса с выбором главного элемента.

Перейдем к решению задачи в первом приближении.

При наличии объемных сил решение ищем в виде

$$N_x^* = N_{x_0}^{(1)} + N_{x_1}^{(1)};\quad N_y^* = N_{y_0}^{(1)} + N_{y_1}^{(1)};\quad N_{xy}^* = N_{xy_0}^{(1)} + N_{xy_1}^{(1)}, \tag{15}$$

где $N_{x_0}^{(1)}$, $N_{y_0}^{(1)}$, $N_{xy_0}^{(1)}$ – любое частное решение при наличии объемной силы $F = X_1 + iY_1$; $N_{x_1}^{(1)}$, $N_{y_1}^{(1)}$, $N_{xy_1}^{(1)}$ – общее решение при отсутствии объемной силы.

Для построения решения при объемных силах используется представление А.Г. Угодчикова [6]

$$\begin{aligned}
&\tfrac{N_x^{(*)} + N_y^{(*)}}{2h_0} = 4Re\left[\Phi_1^{(1)}(z) - \tfrac{1}{2(1+k_0)}\tfrac{\partial F_1}{\partial z}\right],\\
&\tfrac{N_y^{(*)} - N_x^{(*)} + 2iN_{xy}^{(*)}}{2h_0} = 2\left[\bar{z}\Phi_1^{(1)'}(z) + \Psi_1^{(1)}(z) + \tfrac{1}{2(1+k_0)}\tfrac{\partial}{\partial z}\left(k_0\overline{F_1} - \overline{Q_1}\right)\right].
\end{aligned} \tag{16}$$

В эти соотношения входят две аналитические функции $\Phi_1(z)$ и $\Psi_1(z)$ комплексной переменной $z = x + iy$ и две функции $F_1(z,\bar{z})$ и $Q_1(z,\bar{z})$, представляющие собой любые частные решения уравнений

$$\begin{gathered}
\tfrac{\partial^2 F_1}{\partial z \partial \bar{z}} = F, \quad \tfrac{\partial^2 Q_1}{\partial z^2} = \bar{F},\\
F = \mathrm{X}_1 + i\mathrm{Y}_1 = \tfrac{\partial \bar{h}}{\partial x}\left(N_x^{(0)} + iN_{xy}^{(0)}\right) + i\tfrac{\partial \bar{h}}{\partial y}\left(N_y^{(0)} - iN_{xy}^{(0)}\right).
\end{gathered} \tag{17}$$

Для определения функций $\Phi_1(z)$ и $\Omega_1(z)$ имеем задачу линейного сопряжения

$$\begin{aligned}
&[\Phi_1(x) + \Omega_1(x)]^+ + [\Phi_1(x) + \Omega_1(x)]^- = 2p_1(x),\\
&[\Phi_1(x) - \Omega_1(x)]^+ - [\Phi_1(x) - \Omega_1(x)]^- = 0,
\end{aligned} \tag{18}$$

где $p_1(x) = \begin{cases} f(x) & \text{при } -\infty < x < -d,\\ f(x) + q_y^{(1)} - iq_{xy}^{(1)} & \text{при } y = 0 \quad -d \le x \le -\lambda,\\ f(x) + N_y^{(1)} - iN_{xy}^{(1)} & \text{при } y = 0 \quad -\lambda < x \le 0. \end{cases}$

$$f(x) = \frac{1}{1+k_0}\mathrm{Re}\frac{\partial F_1}{\partial z} - \frac{1}{2(1+k_0)}\left(k_0\frac{\partial \overline{F_1}}{\partial z} - \frac{\partial \overline{Q_1}}{\partial z}\right) \quad \text{при} \quad \mathrm{y} = 0. \tag{19}$$

Функции $F_1(z,\bar{z})$ и $Q_1(z,\bar{z})$ можно формально записать в виде

$$F_1(z,\bar{z}) = \int^{z} dz \int^{\bar{z}} F(z,\bar{z})d\bar{z};\quad Q_1(z,\bar{z}) = \int^{z} dz \int^{z} \overline{F(z,\bar{z})}dz. \tag{20}$$

Для комплексных потенциалов $\Phi_1(z)$ и $\Omega_1(z)$ находим

$$\Phi_1(z) = \Omega_1(z) = \frac{1}{2\pi i\sqrt{z}} \int\limits_{-\infty}^{0} \frac{\sqrt{t}p_1(t)dt}{t-z}. \tag{21}$$

Используя полученное решение и формулу [5]

$$2\mu\left(u_1 + i\upsilon_1\right) = k_0\varphi_1(z) - \omega(\bar{z}) - (z-\bar{z})\,\overline{\Phi_1(z)}$$

находим

$$\left(u_1^+ - u_1^-\right) - i\left(\upsilon_1^+ - \upsilon_1^-\right) = \frac{1+k_0}{2\mu}\left[-\frac{1}{\pi i}\int\limits_{-\infty}^{0} p_1\left(t\right)\ln\frac{\sqrt{t}+\sqrt{x}}{\sqrt{t}-\sqrt{x}}dt\right]. \tag{22}$$

Используя уравнения (9), (10), получим систему комплексных сингулярных интегральных уравнений для определения неизвестных усилий в связях $q_y^{(1)}(x)$, $q_{xy}^{(1)}(x)$ и контактных усилий $N_y^+(x)$ и $N_{xy}^+(x)$

$$\begin{gathered}\frac{1+k_0}{2\mu}\left[-\frac{1}{\pi i}\int\limits_{-\infty}^{0}\left(f(t) + q_y^{(1)} - iq_{xy}^{(1)} + N_y^+ - iN_{xy}^+\right)\ln\frac{\sqrt{t}+\sqrt{x}}{\sqrt{t}-\sqrt{x}}dt\right] = \\ = C\left(x,\sigma^1\right)\left[q_{xy}^{(1)}\left(x\right) + iq_y^{(1)}\left(x\right)\right], \quad \left(-d \le x \le -\lambda\right),\end{gathered} \tag{23}$$

$$-\frac{1}{\pi i}\int\limits_{-\infty}^{0}\left(f(t) + q_y^{(1)} - iq_{xy}^{(1)} + N_y^+ - iN_{xy}^+\right)\ln\frac{\sqrt{t}+\sqrt{x}}{\sqrt{t}-\sqrt{x}}dt = 0, \quad \left(-\lambda < x < 0\right). \tag{24}$$

Для замкнутости системы интегральных уравнений не хватает одного комплексного уравнения, определяющего размеры контактной зоны. Условием, служащим для определения размера контактной зоны является условие конечности напряжений в окрестности вершины трещины. Записывая условие конечности напряжений, находим недостающее комплексное уравнение

$$\begin{aligned}&K_I^{(0)} - iK_{II}^{(0)} + \varepsilon\left(K_I^{(1)} - iK_{II}^{(1)}\right) = 0,\\ &K_I^{(0)} = K_I - \frac{\sqrt{2}}{\pi i}\int\limits_{-d}^{0}\frac{q_y^{(0)}dx}{\sqrt{x}}, \quad K_{II}^{(0)} = K_{II} - \frac{\sqrt{2}}{\pi i}\int\limits_{-d}^{0}\frac{q_{xy}^{(0)}dx}{\sqrt{x}},\\ &K_I^{(1)} = \bar{h}(0,0)K_I^{(0)} + K_I^*, \quad K_{II}^{(1)} = \bar{h}(0,0)K_{II}^{(0)} + K_{II}^*,\\ &K_I^* = -\frac{\sqrt{2}}{\pi i}\left[\int\limits_{-\infty}^{0}\frac{f_1(x)\,dx}{\sqrt{x}} + \int\limits_{-d}^{-\lambda}\frac{q_y^{(1)}(x)\,dx}{\sqrt{x}} + \int\limits_{-\lambda}^{0}\frac{N_y^+(x)\,dx}{\sqrt{x}}\right],\\ &K_{II}^* = -\frac{\sqrt{2}}{\pi i}\left[\int\limits_{-\infty}^{0}\frac{f_2(x)\,dx}{\sqrt{x}} + \int\limits_{-d}^{-\lambda}\frac{q_{xy}^{(1)}(x)\,dx}{\sqrt{x}} + \int\limits_{-\lambda}^{0}\frac{N_{xy}^+(x)\,dx}{\sqrt{x}}\right],\\ &f_1(x) = Ref(x), \quad f_2(x) = Imf(x).\end{aligned} \tag{25}$$

Отделяя в (23), (24) действительные и мнимые части, получим четыре действительных интегральных уравнения относительно $q_y^{(1)}$, $q_{xy}^{(1)}$, N_y^+ и N_{xy}^+, соответственно. Полученные интегральные уравнения решаются численно. Для их решения использовали коллокационную схему, аналогично нулевому приближению. Полученные формулы дают возможность рассчитать влияние имеющихся по толщине пластинки выточки (утолщения) на рост сквозной когезионной трещины и найти пути торможения ее роста.

Для решения интегральных уравнений, определяющих распределение контактных напряжений, усилий в связях и размера контактной зоны необходимо задать зоны изменения толщины в пластине в окрестности конца трещины (область S). Рассмотрим наиболее распространенные на практике формы выточек и утолщений.

Пусть выточка имеет форму усеченного параболоида вращения с осью, проходящей через конец сквозной трещины и перпендикулярно плоскости ху.

Верхняя поверхность описывается уравнением

$$h = \begin{cases} h_1 + \varepsilon \frac{x^2+y^2}{R_0} \text{ при } & x^2+y^2 \leq R_0^2, \\ h_0 \quad \text{при} & x^2+y^2 > R_0^2. \end{cases}$$

Здесь ε – малый параметр, определяется так

$$\varepsilon = (h_0 - h_1)/R_0.$$

Если $h_1 > h_0$, получим пластину с параболоидным утолщением.

Используя изложенную методику, для рассматриваемого примера, находим

$$\bar{h} = \begin{cases} -\frac{R_0}{h_0} + \frac{x^2+y^2}{h_0 R_0} \text{ при } & x^2+y^2 \leq R_0^2, \\ 0 \quad \text{при} & x^2+y^2 > R_0^2, \end{cases} .$$

$$\frac{\partial \bar{h}}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \bar{h}}{\partial y} = 0 \quad \text{при} \quad x^2+y^2 > R_0^2,$$

при $x^2+y^2 \leq R_0^2$; $\frac{\partial \bar{h}}{\partial x} = \frac{2r\cos\theta}{R_0 h_0}$; $\frac{\partial \bar{h}}{\partial y} = \frac{2r\sin\theta}{R_0 h_0}$.

Находим объемные силы для области S, а затем функции $F_1(z,\bar{z})$ и $Q_1(z,\bar{z})$. По известным функциям $F_1(z,\bar{z})$ и $Q_1(z,\bar{z})$ согласно формуле (19) определяется функция $f(x)$. После нахождения функции $f(x)$, переходим к решению системы интегральных уравнений.

Ниже приводятся значения параметра $\lambda_* = \lambda/d$, характеризующего зону контакта берегов трещины в зависимости от относительной толщины выточки (от отношения глубины выточки к толщине пластины) h_1/h_0.

h_1/h_0	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,15	0,1
λ/d	0	0,129	0,173	0,196	0,234	0,281	0,325

Анализируя полученные результаты в этом частном примере, можно сделать следующий вывод. Наличие малых параболоидных выточек на пути сквозных трещин можно применять для торможения эксплуатационных трещин.

ЛИТЕРАТУРА

[1] *Гаджиев, В. Д.* Предельно-равновесное состояние детали типа втулки при наличии трещин со связями между берегами / Гаджиев В. Д ., Мирсалимов В. М.// Оптимальное проектирование механических систем. – Баку : Элм. 1999. – С. 50-63.

[2] *Гольдштейн, Р. В* . Перельмутер М. Н. Рост трещин по границе соединения материалов / Р. В. Гольдштейн, М. Н. Перельмутер // Проблемы механики : сб. статей к 90-летию со дня рождения А. Ю. Ишлинского ; под ред. Д. М. Климова. – М. : Физматлит, 2003. – С. 221-238.

[3] *Ильюшин, А. А.* Пластичность / А. А. Ильюшин. – М. ; Л. : Гостехиздат, 1948. – 376 с.

[4] *Мирсалимов, В. М.* Разрушение пластин переменной толщины / В. М. Мирсалимов // ФХММ. – 1996. – Т. 32. – № 3. – С. 46-54.

[5] *Мусхелишвили, Н. И.* Некоторые основные задачи математической теории упругости / Н. И. Мусхелишвили. – М. : Наука, 1966. – 707 с.

[6] *Угодчиков, А. Г.* Решение краевых задач плоской теории упругости на цифровых и аналоговых машинах / А. Г. Угодчиков, М. И. Длугач, А. Е. Степанов. – М. : Высш. шк., 1970. – 528 с.

V. M. Mirsalimov, R. U. Orudjaeva

BRAKING COHESIVE OF THE CRACK BY LOCAL CHANGES OF THICKNESS OF A PLATE

Azerbaijan technical university,

Gjandzhinsky branch of the Azerbaijan teacher's institute

Abstract. The plane contact problem about partial closing faces cohesive cracks by means of local change of thickness of a plate on a way of its growth is investigated.

Keywords: cohesive crack, variability of a thickness of a plate, effort in communications, a zone contact, pressure contact

Мирсалимов Вагиф Мирахмедович

доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой, Азербайджанский технический университет AZ1129, г. Баку, ул. Н. Туси, д.14, кв. 63

e-mail: irakon63@hotmail.com

Оруджева Рена Узеир гызы

старший преподаватель кафедры "Математика и информатика" Гянджинского филиала Азербайджанского учительского института, г. Гянджа

e-mail: irakon63@hotmail.com

Mirsalimov Vagif Miraxmedovich

doctor of sciences, professor, managing chair, Azerbaijan technical university AZ1129, Bacu, st. N. Tusi, h.14, p. 63

Orudzheva Ren Uzeir gyzy

senior teacher of chair «Mathematics and computer science» Gjandzhinsky branch of the Azerbaijan teacher's institute, Gandzha