

Ю. В. Немировский

## ВТОРОЕ ПРЕДЕЛЬНОЕ СОСТОЯНИЕ ОДНОРОДНЫХ И КОМПОЗИТНЫХ БАЛОК

*Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН*

**Аннотация.** Теория предельного пластического состояния, основанная на модели предельного жестко-пластического материала оказалась очень удобным практическим инструментом для оценки несущей способности конструкций разнообразного типа и получила широкое практическое применение [1-4]. При ее использовании вне поля внимания остаются два важных вопроса, связанных с эксплуатацией конструкций в условиях достаточно развитых пластических деформаций: а) оценка предельно допустимого коэффициента надежности эксплуатации конструкций из материалов, обладающих упрочнением; б) оценка степени их остаточной повреждаемости при превышении эксплуатационными нагрузками значений амплитуд найденных классических предельных нагрузок. Эти вопросы становятся особенно важными для композитных конструкций, создаваемых из материалов с различным характером и степенью упрочнения за пределом упругости. В данной работе на примере простейших элементов – изгибаемых композитных балок, разработан подход, позволяющий получить ответы на сформулированные выше вопросы.

**Ключевые слова:** пластичность, балки, предельное состояние, статическая определенность, статическая неопределенность, изгибающий момент, композиты

УДК: 539.374

Рассмотрим конструкции с симметричной структурой расположения материалов относительно осей координат в поперечном сечении композитных балок (рис. 1).

Предполагая, что все материалы, составляющие композитную конструкцию одинаково сопротивляются растяжению и сжатию и отбрасывая при достаточно развитых пластических деформациях упругие части деформаций, рассмотрим модель жестко-пластического материала с диаграммой растяжения, схематически изображенной на рис. 2а.

Участок АВ диаграммы деформирования соответствует упрочнению материала, ВС – разупрочнению (“скрытому разрушению”), прямая AD – соответствует модели идеально-пластического материала,  $\bar{\sigma}_0$  – предел текучести материала,  $\bar{\sigma}_*$  – предел прочности,  $\varepsilon_*$  – предельная деформация упрочнения (“предразрушения”). В дальнейшем под первым предельным состоянием будем понимать классическое предельное состояние, соответствующее классической диаграмме AD идеально пластического тела,  $\bar{\sigma} = \sigma_0$ , а под вторым предельным состоянием – достижение хотя

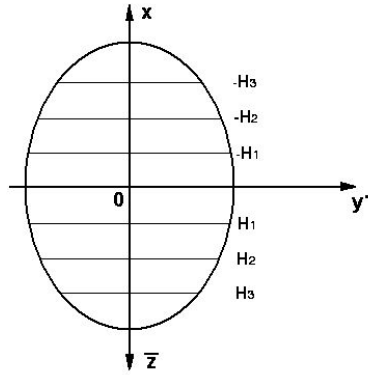


Рис. 1.

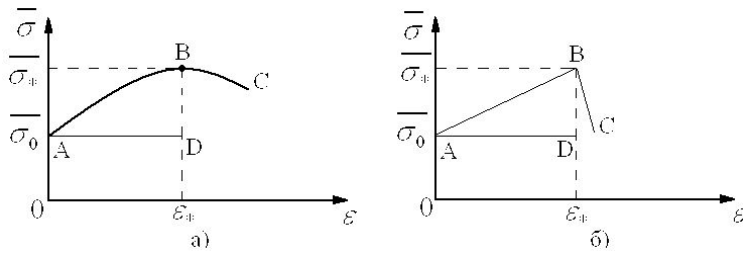


Рис. 2.

бы в одной точке состояния предразрушения – предельной деформации упрочнения  $\epsilon_*$ . Для последующих расчетов удобно ввести для всех материалов единообразную аппроксимацию кривых упрочнения. Тогда в случае квадратичной аппроксимации участка  $AB$  связь между напряжениями и деформациями можно записать в виде

$$\bar{\sigma} = \bar{\sigma}_0 \text{sign} \epsilon + \bar{E}_* \epsilon \left( 2 - \frac{|\epsilon|}{\epsilon_*} \right), \quad 0 \leq |\epsilon| \leq \epsilon_*, \quad (1)$$

$$\bar{E}_* = \frac{\bar{\sigma}_* - \bar{\sigma}_0}{\epsilon_*},$$

а в случае линейной аппроксимации

$$\bar{\sigma} = \bar{\sigma}_0 \text{sign} \epsilon + \bar{E}_* \epsilon, \quad 0 \leq |\epsilon| \leq \epsilon_*. \quad (2)$$

При  $\bar{\sigma}_* = \bar{\sigma}_0$  ( $E_* = 0$ ) будем иметь модель идеально-пластического тела. При  $|\bar{\sigma}| < \bar{\sigma}_0$  материал остается жестким.

Для композитной слоистой балки, составленной из  $n$  материалов, изгибающий момент определяется выражением

$$\bar{M}(\bar{x}) = 2 \sum_{i=1}^n \int_{H_{i-1}}^{H_i} \bar{\sigma}_i \bar{b}_i(\bar{x}, \bar{z}) \bar{z} d\bar{z}, \quad (3)$$

$\bar{x}$  – продольная координата,  $\bar{b}_i$  – ширина  $i$ -го слоя сечения балки.

Введем далее безразмерные величины

$$\begin{aligned}\sigma_i &= \frac{\bar{\sigma}_i}{\sigma_0^0}, \quad \sigma_{0i} = \frac{\bar{\sigma}_{0i}}{\sigma_0^0}, \quad \sigma_{*i} = \frac{\bar{\sigma}_{*i}}{\sigma_0^0}, \quad E_{*i} = \frac{\bar{E}_{*i}}{\sigma_0^0}, \\ z &= \frac{\bar{z}}{H_0^0}, \quad x = \frac{\bar{x}}{l}, \quad h_i = \frac{\bar{H}_i}{H_0^0}, \quad b_i(z, x) = \frac{\bar{b}_i(\bar{z}, \bar{x})}{b_0^0}, \\ \omega &= \frac{\bar{\omega}}{H_0^0}, \quad v = \left( \frac{\bar{H}_0^0}{l} \right)^2 \omega, \quad \chi = \bar{H}_0^0 \bar{\chi}, \quad \bar{\chi} = -\frac{d^2 \bar{\omega}}{d\bar{x}^2},\end{aligned}$$

где  $\bar{\sigma}_0^0$ ,  $\bar{H}_0^0$ ,  $l$ ,  $\bar{b}_0^0$  – безразмеривающие параметры.

Тогда вследствие гипотезы Кирхгофа имеем

$$\varepsilon = z\chi \quad (4)$$

и для безразмерных напряжений в слоях будем иметь:  
в случае квадратичного упрочнения

$$\sigma_i = \sigma_{0i} \text{sign} \varepsilon + E_{*i} \left( 2 - \frac{|z\chi|}{\varepsilon_{*i}} \right) z\chi, \quad h_{i-1} \leq |z| \leq h_i, \quad (5)$$

и в случае линейного упрочнения

$$\sigma_i = \sigma_{0i} \text{sign} \varepsilon + E_{*i} z\chi. \quad (6)$$

Здесь

$$\chi = -\left(1 + \theta^2\right)^{-\frac{3}{2}} \frac{d\theta}{dx}, \quad \theta = \frac{dv}{dx}, \quad (7)$$

$\theta$  – безразмерный угол поворота сечения. Так как на практике прогибы балок достаточно малы по сравнению с их пролетом и углы поворота также достаточно малы ( $\theta \ll 1$ ), то можно принять

$$\chi = -\frac{d^2 v}{dx^2}. \quad (8)$$

Следует иметь в виду, что в рамках жестко-пластической модели балка разбивается на жесткие и пластические участки. При этом пластические участки могут иметь достаточно малые размеры по сравнению с общим пролетом балки и тогда вместо (8) следует использовать общее выражение (8) или выражение

$$\chi = -\left(1 - \frac{3}{2}\theta^2\right) \frac{d^2 v}{dx^2}, \quad \theta = \frac{dv}{dx}. \quad (9)$$

Для последующего анализа это не принципиально и связано с большими или меньшими техническими трудностями при интегрировании уравнений для получения безразмерного прогиба  $v(x)$ . Поэтому во избежание громоздких выражений будем в конкретных примерах использовать выражение (8).

Для безразмерного изгибающего момента

$$M = \frac{\overline{M}}{\overline{M}_0^0} = \sum_{i=1}^n \int_{h_{i-1}}^{h_i} \sigma_i b_i(x, z) z dz, \quad \left( \overline{M}_0^0 = 2\overline{\sigma}_0^0 \overline{b}_0^0 (\overline{H}_0^0)^2 \right)$$

в случае линейного упрочнения материалов будем иметь выражение

$$M = M_0 \text{sign} \chi + M_1 \chi, \quad (10)$$

а в случае квадратичного упрочнения

$$M = M_0 \text{sign} \chi + 2M_1 \chi - M_2 \chi^2 \text{sign} \chi, \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned} M_0 &= \sum_{i=1}^n \sigma_{0i} \int_{h_{i-1}}^{h_i} b_i(x, z) z dz, & M_1 &= \sum_{i=1}^n E_{*i} \int_{h_{i-1}}^{h_i} b_i(x, z) z^2 dz, \\ M_2 &= \sum_{i=1}^n \frac{E_{*i}}{\varepsilon_{*i}} \int_{h_{i-1}}^{h_i} b_i(x, z) z^3 dz. \end{aligned} \quad (12)$$

Для однородных балок следует принять

$$E_{*i} = E_*, \quad \varepsilon_{*i} = \varepsilon_*, \quad b_i = b, \quad \sigma_{0i} = \sigma_0.$$

При необходимости можно использовать для диаграммы растяжения более сложные чем линейные или квадратичные аппроксимации. Это приведет к непринципиальным изменениям зависимостей (10), (11), усложнит дальнейший анализ и лишит его единообразия при изменении расположения материалов в сечении.

При анализе первого предельного состояния в сечении балки, в формулах (10), (11) следует принять  $E_{*i} = 0$ , второе предельное состояние в сечении балки будет возникать при

$$h_k |\chi| = \varepsilon_{*k}, \quad \varepsilon_{*k} = \min(\varepsilon_{*1}, \varepsilon_{*2}, \dots, \varepsilon_{*n}). \quad (13)$$

При этом предельный изгибающий момент в сечении будет равен (по модулю)

$$M_{*k} = M_0 + M_1 \varepsilon_{*k} / h_k \quad (14)$$

при линейной аппроксимации диаграмм растяжения,

$$M_{*k} = M_0 + 2M_1 \varepsilon_{*k} / h_k - M_2 (\varepsilon_{*k} / h_k)^2, \quad (15)$$

– при квадратичной аппроксимации.

Из этих выражений видно, что предельное состояние в сечении композитной балки будет существенно зависеть от характера расположения материалов. При этом работоспособность всех материалов кроме одного может оказаться далеко не исчерпанной. Естественно поэтому рассмотреть вопрос о рациональном расположении материалов в сечении, при котором во втором предельном состоянии все материалы будут работать на пределе своих возможностей. В этом случае

$$|\chi| = \frac{\varepsilon_{*1}}{h_1} = \frac{\varepsilon_{*2}}{h_2} = \dots = \frac{\varepsilon_{*n}}{h_n} \quad (16)$$

откуда следует

$$\frac{h_{i+1}}{h_i} = \frac{\varepsilon_{*(i+1)}}{\varepsilon_{*1}} > 1, \quad h_i = \frac{\varepsilon_{*i}}{\varepsilon_{*1}} h_1, \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (17)$$

Неравенство (17) устанавливает правило расстановки материалов для рациональной конструкции. Подставляя выражения (16), (17) в соотношения (10)-(12) получим значение второго предельного момента  $M_*$  композитной балки в случае линейной или квадратичной аппроксимации диаграмм растяжения.

Безразмерное уравнение изгиба балок можно записать в виде:

$$M''(x) = -p\varphi(x), \quad \left( p = \frac{q_0 l^2}{M_0^0} \right), \quad (18)$$

$q_0$  – амплитуда распределенной нагрузки,  $\varphi(x)$  – закон ее распределения;  $(...)' = \frac{d}{dx}(...)$ .

При решении задач о второй предельной нагрузке изгибаемых балок будем рассматривать отдельно случаи статически определимых и статически неопределимых балок.

#### Статически определимые балки.

Рассмотрим шарнирно-опертую балку на отрезке  $0 \leq x \leq 1$ , и примем  $\varphi(x) = \sin \pi x$ . Тогда интегрируя уравнение (18) при граничных условиях

$$M(0) = M(1) = 0 \quad (19)$$

получим

$$M(x) = \frac{p}{\pi^2} \sin \pi x. \quad (20)$$

Наибольшее значение  $M(x)$  достигается при  $x = 1/2$ . Тогда первая предельная нагрузка будет равна

$$p_0 = \pi^2 M_0, \quad (21)$$

а вторая предельная нагрузка

$$p_{*k} = \pi^2 M_{*k}. \quad (22)$$

В случае рационального проекта балки вторая предельная нагрузка будет равна

$$p_* = \pi^2 M_*. \quad (23)$$

При вычислении прогибов в силу симметрии нагрузки относительно середины пролета, достаточно рассмотреть участок  $0 \leq x \leq 1/2$ . При этом на участке  $0 \leq x \leq x_1$  балка будет жесткой ( $\chi = 0$ ). Следовательно

$$v = C_1 x, \quad v' = C_1, \quad (0 \leq x \leq x_1). \quad (24)$$

Так как на границе  $x_1$  имеем условие  $M(x_1) = M_0$ , то

$$\sin \pi x_1 = \frac{\pi^2 M_0}{p}. \quad (25)$$

На участке  $x_1 \leq x \leq 1/2$  балка будет пластической и деформируется в соответствии с законом

$$M(x) = M_0 + M_1\chi. \quad (26)$$

Принимая для  $\chi$  выражение (8) и учитывая выражение (20) после интегрирования при граничных условиях

$$v' \left( \frac{1}{2} \right) = 0, \quad v \left( \frac{1}{2} \right) = v_0$$

на отрезке  $x_1 \leq x \leq 1/2$  будем иметь

$$\begin{aligned} v'(x) &= \frac{M_0}{M_1} \left( x - \frac{1}{2} \right) + \frac{p}{\pi^3 M_1} \cos \pi x, \\ v(x) &= v_0 + \frac{M_0}{2M_1} \left( x^2 - \frac{1}{4} \right) + \frac{p}{\pi^4 M_1} (\sin \pi x - 1). \end{aligned}$$

Пользуясь далее условиями непрерывности  $v'$  и  $v$  на границе  $x = x_1$ , получим

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{M_0}{M_1} \left( x - \frac{1}{2} \right) + \frac{p}{\pi^3 M_1} \cos \pi x_1, \\ v_0 &= C_1 x_1 - \frac{M_0}{2M_1} \left( x^2 - \frac{1}{4} \right) + \frac{p}{\pi^4 M_1} (\sin \pi x - 1). \end{aligned}$$

Так как в области  $x_1 \leq x \leq 1/2$  для  $\chi(x)$  имеем равенство

$$\frac{p}{\pi^2} \sin \pi x = M_0 + M_1\chi,$$

то принимая  $\chi(\frac{1}{2}) = \varepsilon_{*k}/h_k$  получим вторую предельную нагрузку

$$p_{*k} = \pi^2 \left( M_0 + \frac{\varepsilon_{*k}}{h_k} M_1 \right).$$

Если для шарнирно-опертой балки распределение нагрузки определяется законом

$$\varphi(x) = x^\alpha, \quad (\alpha > 0), \quad (27)$$

тогда

$$M(x) = \frac{px}{(\alpha + 1)(\alpha + 2)} (1 - x^{\alpha+1}). \quad (28)$$

Тогда первая предельная нагрузка определяется равенством

$$p_0 = (\alpha + 2)^{\frac{2\alpha+3}{\alpha+1}} M_0, \quad (29)$$

а вторая предельная нагрузка  $p_{*k}$  – равенством

$$p_{*k} = (\alpha + 2)^{\frac{2\alpha+3}{\alpha+1}} M_{*k}. \quad (30)$$

В этом случае при  $p > p_0$  балка разбивается на три участка  $0 \leq x \leq x_1$ ,  $x_1 \leq x \leq x_2$ . Первый и третий участки – жесткие, ( $\chi = 0$ ), второй – пластический, с законом деформирования

$$M(x) = M_0 + M_1\chi, \quad (31)$$

где  $M(x)$  определяется выражением (27). На границах участков должны быть выполнены условия  $v(0) = v(1) = 0$ ,  $M(x_1) = M(x_2) = M_0$ ,  $[v']_{x_1} = [v]_{x_1} = [v']_{x_2} = v(x_2) = 0$ , где  $[...]_{x_j}$  – обозначает скачек соответствующей величины при  $x = x_j$ .

В результате в области  $0 \leq x \leq x_1$  имеем

$$v'(x) = C_1, \quad v(x) = C_1 x,$$

в области  $x_1 \leq x \leq x_2$

$$\begin{aligned}\chi &= -v''(x) = \frac{px}{(\alpha+1)(\alpha+2)M_1}(1-x^{\alpha+1}) - \frac{M_0}{M_1}, \\ v'(x) &= C_1 + \frac{M_0}{M_1}(x-x_1) + \frac{px}{(\alpha+1)(\alpha+2)M_1} \left[ \frac{x^{\alpha+3}-x_1^{\alpha+3}}{\alpha+3} - \frac{x^2-x_1^2}{2} \right], \\ v(x) &= C_1x + \frac{M_0}{2M_1}(x-x_1)^2 + \frac{px}{(\alpha+1)(\alpha+2)M_1} \left\{ \frac{x^{\alpha+4}-(\alpha+4)x_1^{\alpha+3}(x-x_1)}{(\alpha+3)(\alpha+4)} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{6} [(x^3-x_1^3) - 3x_1^2(x-x_1)] \right\},\end{aligned}$$

$C_1$  – определяется из уравнения

$$v'(x_2)(1-x_2) + v(x_2) = 0,$$

а  $x_1$  и  $x_2$  определяются из уравнений

$$\zeta^{\alpha+2} - \zeta = 1 - \frac{1}{x_1^{\alpha+1}}; \quad (\zeta = \frac{x_2}{x_1} > 1).$$

Для консольной балки с защемленным правым краем и свободным левым при распределении нагрузки по закону (27) имеем

$$M(x) = -p \frac{x^{\alpha+2}}{(\alpha+1)(\alpha+2)}. \quad (32)$$

Тогда первая предельная нагрузка будет равна

$$p_0 = (\alpha+1)(\alpha+2)M_0, \quad (33)$$

а вторая предельная нагрузка

$$p_{*k} = (\alpha+1)(\alpha+2)M_{*k}. \quad (34)$$

При  $p_0 \leq p \leq p_{*k}$  в процессе деформирования балка разбивается на два участка:  
 $0 \leq x \leq x_1$  – жесткий ( $\chi = 0$ );  
 $x_1 \leq x \leq 1$  – пластический с законом деформирования

$$M(x) = -M_0 + M_1\chi. \quad (35)$$

В соответствии с этим, учитывая условия  $[v']_{x_1} = [v]_{x_1} = 0$ ,  $v'(1) = v(1) = 0$  при  $p > p_0$  будем иметь при  $0 \leq x \leq x_1$

$$v'(x) = C_1, \quad v(x) = C_1x + v_0$$

и при  $x_1 \leq x \leq 1$

$$\begin{aligned}v(x) &= \frac{M_0}{M_1} \left[ \frac{p(x^{\alpha+4}-1)}{(\alpha+3)(\alpha+4)p_0} - \frac{(x_1^2-1)}{2} + \left( \frac{p}{(\alpha+3)p_0} + 1 \right) (x_1-1) \right], \\ C_1 &= \frac{M_0}{M_1} \left[ \frac{p}{(\alpha+3)p_0} (x^{\alpha+3}-1) + 1 - x_1 \right], \\ v_0 &= \frac{M_0}{M_1} \left\{ \frac{p(x_1^{\alpha+4}-1)}{(\alpha+3)(\alpha+4)p_0} - \frac{(x_1^2-1)}{2} + \left( \frac{p}{(\alpha+3)p_0} + 1 \right) (x_1-1) \right\} - C_1x_1, \\ x_1^{\alpha+2} &= \frac{p_0}{p}.\end{aligned}$$

### Статически неопределимые балки

В качестве простейшего примера статически неопределимой конструкции рассмотрим защемленную по краям балку нагруженную равномерно распределенной нагрузкой ( $\varphi(x) = 1$ ). В этом случае в силу симметрии удобно выбрать начало координат в середине пролета и рассмотреть решение задачи на отрезке  $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$ . Тогда учитывая условие  $M'(0) = 0$ , для изгибающего момента получим выражение

$$M(x) = M(0) - \frac{px^2}{2}.$$

При определении первой предельной нагрузки  $p_0$  используем условия  $M(0) = M_0$  и  $M(1/2) = -M_0$ , тогда

$$p_0 = 16M_0.$$

Рассмотрим далее нагрузки  $p > p_0$ . В этом случае рассматриваемый пролет ( $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$ ) балки разбивается на три участка: участок  $0 \leq x \leq x_1$  с законом деформирования

$$M(x) = M_0 + M_1\chi;$$

участок  $x_1 \leq x \leq x_2$  с законом деформирования

$$\chi = 0;$$

и участок  $0 \leq x_2 \leq \frac{1}{2}$  с законом деформирования

$$M(x) = -M_0 + M_1\chi.$$

На границах участков должны выполняться условия

$$\begin{aligned} M(x_1) &= M_0, & M(x_2) &= -M_0, \\ v'(0) &= v'(1/2) = v(1/2) = 0, & v(0) &= v_0, \\ v'(x_1) &= v'(x_2), & [v']_{x_1} &= [v']_{x_2} = 0, & [v']_{x_1} &= [v']_{x_2} = 0. \end{aligned}$$

Учитывая это и принимая для  $\chi(x)$  выражение (8) после интегрирования на каждом из участков получим выражения:

на участке  $0 \leq x \leq x_1$ :

$$\begin{aligned} v'(x) &= \frac{px}{6M_1}(x^2 - 3x_1^2), \\ v(x) &= v_0 + \frac{px^2}{24M_1}(x^2 - 6x_1^2), & v(x_1) &= v_0 - \frac{5px_1^4}{24M_1}, \end{aligned}$$

на участке  $x_1 \leq x \leq x_2$ :

$$\begin{aligned} v'(x) &= -\frac{px_1^3}{3M_1}, \\ v(x) &= v_0 + \frac{px_1^4}{8M_1} - \frac{px_1^3}{3M_1}x, \end{aligned}$$

и на участке  $x_2 \leq x \leq \frac{1}{2}$ :

$$\begin{aligned} v'(x) &= \frac{1}{24M_1} [6(4M_0 + px_1^2)(1 - 2x) + p(8x^3 - 1)], \\ v(x) &= \frac{1}{384M_1} [p(16x^4 - 16x + 7) - 48(px_1^2 + 4M_0)(2x - 1)^2]. \end{aligned}$$

Из условия  $[v']_{x_2} = 0$  получим уравнение для  $x_1(p)$ :



$$36(4M_0 + px_1^2)(1 - 2x_2) + 3p(8x_2^3 - 1) + 48px_1^2 = 0,$$

$$x_2 = (x_1^2 + \frac{4M_0}{p})^{1/2},$$

а из условия  $[v]_{x_2} = 0$  находим  $v_0(p)$ :

$$v_0 = \frac{1}{384M_1} [p(16x_2^4 - 16x_2 + 7) - 48(px_1^2 + 4M_0)(2x_2 - 1)^2 + 16px_1^3(8x_2 - 3x_1)].$$

Предельную нагрузку  $p_{*k}$  находим из условия  $M(0) = M_{*k}$  или  $p_{*k}x_1^2(p_{*k}) = 2M_1\varepsilon_{*k}/h_k$ .

### ЛИТЕРАТУРА

- [1] *Гвоздев, А. А.* Расчет несущей способности конструкций по методу предельного равновесия / А. А. Гвоздев. – М. : Стройиздат, 1949. – 280 с.
- [2] *Ильюшин, А. А.* Пластичность. Ч. 1 / А. А. Ильюшин. – М. : Гостехиздат, 1948. – 376 с.
- [3] *Ходж, Ф. Г.* Расчет конструкций с учетом пластических деформаций / Ф. Г. Ходж. – М. : Машгиз, 1963. – 380 с.
- [4] *Ивлев, Д. Д.* Теория предельного состояния и идеальной пластичности / Д. Д. Ивлев. – Воронеж: ВГУ, 2005. – 205 с.

U. V. Nemirovskiy

**THE SECOND LIMITING CONDITION OF HOMOGENEOUS AND COMPOSITE BEAMS***Khristianovich Institute of theoretical and applied mechanics of the Siberian Branch of the Russian Academy of Science*

**Abstract.** The theory of a limiting plastic condition based on model of a limiting is rigid-plastic material has appeared very convenient practical tool for an estimation of bearing ability of designs of various type and has received wide practical application [1-4]. At its use out of an attention field there are two important questions, the designs connected with operation in the conditions of enough developed plastic deformations: an estimation of maximum permissible factor of reliability of operation of designs from the materials possessing hardening; an estimation of degree of their residual damageability at excess by operational loadings of values of amplitudes of the found classical maximum loads. These questions become especially important for the composite designs created from materials with various character and degree of hardening behind a limit of elasticity. In the given work on an example of the elementary elements - bent composite beams, the approach is developed, allowing to receive answers to the questions formulated above.

**Keywords:** beams, a limiting condition, static definability, static indefinability, bending moment, composites

*Немировский Юрий Владимирович**доктор физико-математических наук, профессор, Институт теоретической и прикладной механики СО РАН им. С. А. Христиановича, г. Новосибирск*

e-mail: nemirov@itam.nsc.ru

*Nemirovsky Jury Vladimirovich**doctor of sciences, professor, Institute of theoretical and applied mechanics of S. A. Hristianovicha of the Siberian Branch of the Russian Academy of Science, Novosibirsk*