

В. Г. Зубчанинов, Е. Г. Алексева

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ СЛОЖНОГО УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ МАТЕРИАЛОВ

Тверской государственной технической университет

Аннотация. На основе общей и линеаризованной модели процессов сложного пластического деформирования упрочняющихся материалов [1, 2] приведены численные расчеты по программам базовых испытаний типа смещенного веера ломаных траекторий. Результаты расчетов сравниваются с опытными данными, полученными на автоматизированном испытательном комплексе СН-ЭВМ в лаборатории механических испытаний Тверского государственного технического университета.

Ключевые слова: пластичность, сложное нагружение, траектория, моделирование процессов.

УДК: 539.3

1. Математическая модель. В теории процессов пластического деформирования [1, 2] тензорам напряжений σ_{ij} и деформаций ε_{ij} , а также их девиаторам с компонентами

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma_0, \quad \Theta_{ij} = \varepsilon_{ij} - \delta_{ij}\varepsilon_0, \quad (1)$$

где

$$\sigma_0 = \delta_{ij}\sigma_{ij}/3, \quad \varepsilon_0 = \delta_{ij}\varepsilon_{ij}/3 \quad (2)$$

– средние напряжение и деформация, δ_{ij} – символ Кронекера, в линейных координатных евклидовых пространствах напряжений Σ_6 и деформаций E_6 с общим ортонормированным базисом $\{\hat{i}_k\}$ ($k = 0, 1, \dots, 5$) поставлены в соответствие векторы напряжений и деформаций

$$\bar{S} = \bar{S}^0 + \bar{\sigma}, \quad \bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}^0 + \bar{\Theta}, \quad (3)$$

где

$$\bar{S}^0 = S_0\hat{i}_0, \quad \bar{\varepsilon}^0 = \varepsilon_0\hat{i}_0 \quad (4)$$

– векторы в одномерном подпространстве всестороннего растяжения и сжатия,

$$\bar{\sigma} = S_k\hat{i}_k, \quad \bar{\Theta} = \Theta_k\hat{i}_k, \quad (k = 0, 1, \dots, 5) \quad (5)$$

– векторы напряжений и деформаций в пятимерных линейных евклидовых подпространствах девиаторов с компонентами

$$\begin{cases} S_0 = \sqrt{3}\sigma_0, & S_1 = \sqrt{3/2}S_{11}, & S_2 = \sqrt{2}(S_{22} + \frac{1}{2}S_{11}), \\ S_3 = \sqrt{2}S_{12}, & S_4 = \sqrt{2}S_{23}, & S_5 = \sqrt{2}S_{13}, \\ \Theta_0 = \sqrt{3}\varepsilon_0, & \Theta_1 = \sqrt{3/2}\Theta_{11}, & \Theta_2 = \sqrt{2}(\Theta_{22} + \frac{1}{2}\Theta_{11}), \\ \Theta_3 = \sqrt{2}\Theta_{12}, & \Theta_4 = \sqrt{2}\Theta_{23}, & \Theta_5 = \sqrt{2}\Theta_{13}. \end{cases} \quad (6)$$

Концы векторов $\bar{\sigma}$ и $\bar{\Theta}$ описывают во времени в Σ_5 и E_5 траектории нагружения и деформирования, которые отображают в этих пространствах процессы нагружения и деформирования при формоизменении.

Процессы считаются заданными, если в каждой частице тела с координатами x_k ($k = 1, 2, 3$) в физическом пространстве, напряжения σ_{ij} и деформации ε_{ij} заданы как непрерывные функции времени t , температуры T и других нетермомеханических параметров β . Это значит, что переменные векторы напряжений и деформаций, описывающие траектории и процессы, должны зависеть от инвариантов тензоров, параметров кривизны и кручения траекторий \varkappa_m ($m = 1, 2, 3, 4$), температуры T и параметров β .

Образом процесса деформирования в E_5 называется совокупность траектории с длиной дуги s , и построенных в каждой ее точке векторами $\bar{\sigma}$, $d\bar{\sigma}$ и приписанных к ним параметров ε_0 , T , β . Аналогично вводится понятие образа процесса в Σ_5 с длиной дуги траектории нагружения Σ .

В соответствии с частным постулатом изотропии А.А. Ильюшина [1], общей теорией определяющих соотношений и постулата физической определенности [2] векторы напряжений и деформаций связаны уравнением

$$\frac{d\bar{\sigma}}{ds} = M_1\hat{p}_1 + M\hat{\sigma} + M_3\hat{p}_3, \quad (7)$$

где

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{\sigma}}{\sigma} = \cos \vartheta_1\hat{p}_1 + \sin \vartheta_1(\cos \vartheta_2\hat{p}_2 + \sin \vartheta_2\hat{p}_3) \quad (8)$$

– единичный вектор напряжений, ϑ_m ($m = 1, 2$) – его полярные сферические координаты в репере Френе $\{\hat{p}_k\}$ ($k = 1, 2, 3$), для которых

$$\hat{p}_1 = \frac{d\bar{\Theta}}{ds}, \quad \hat{p}_2 = \frac{1}{\varkappa_1} \frac{d^2\bar{\Theta}}{ds^2}, \quad \hat{p}_3 = \frac{1}{\varkappa_2} \left[\varkappa_1 \frac{d\bar{\Theta}}{ds} + \frac{d}{ds} \left(\frac{d^2\bar{\Theta}}{ds^2} \right) \right], \quad (9)$$

$$\begin{cases} M = \frac{d\sigma}{ds} - M_1 \cos \vartheta_1 - M_3 \sin \vartheta_1 \sin \vartheta_2, & P = \frac{d\sigma}{ds} \frac{1}{\cos \vartheta_1}, \\ M_k = M_k \{ \varepsilon_0, \Theta, \varphi, \varkappa_1, \varkappa_2, T, \beta \}_{s(t)}, & (k = 1, 2, 3) \end{cases} \quad (10)$$

– функционалы процесса ($M_2 = 0$), φ – угол вида деформированного состояния формоизменения, определяемый соотношением

$$\cos 3\varphi = 3\sqrt{6} |\Theta_{ij}| / \Theta^3, \quad (11)$$

$$\varkappa_1 = \frac{d^2\Theta_k}{ds^2} \frac{d^2\Theta_k}{ds^2}, \quad \varkappa_2 = \frac{1}{\varkappa^2} \begin{vmatrix} \Theta'_1 & \Theta'_2 & \Theta'_3 \\ \Theta''_1 & \Theta''_2 & \Theta''_3 \\ \Theta'''_1 & \Theta'''_2 & \Theta'''_3 \end{vmatrix} \quad (12)$$

– параметры кривизны и кручения.

Для определения углов сближения ϑ_1 и депланации ϑ_2 имеют место дифференциально нелинейные уравнения

$$\begin{cases} \frac{d\vartheta_1}{ds} + \varkappa_1 \cos \vartheta_2 = \frac{1}{\sigma} [-M_1 \sin \vartheta_1 + M_3 \cos \vartheta_1 \sin \vartheta_2], \\ \sin \vartheta_1 \left(\frac{d\vartheta_2}{ds} + \varkappa_2 \right) = \varkappa_1 \cos \vartheta_1 \sin \vartheta_2 + \frac{M_3}{\sigma} \cos \vartheta_2. \end{cases} \quad (13)$$

При отображении процессов в пространстве напряжений должны быть заданы компоненты \mathcal{E}_k деформации как функции длины дуги s либо некоторого обобщенного параметра прослеживания процесса t . В этом случае для

$$\hat{p}_n = \alpha_{nk} \hat{l}_k, \quad (n, k = 1, 2, 3). \quad (14)$$

Используя правило дифференцирования сложных функций, получаем

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_{1k} = \frac{\dot{\mathcal{E}}}{\dot{s}}, \quad \alpha_{2k} = \frac{1}{\mathfrak{a}_1(\dot{s})^4} \left(\dot{s}^2 \ddot{\mathcal{E}}_k - (\dot{s}\ddot{s}) \dot{\mathcal{E}}_k \right), \\ \alpha_{31} = \frac{1}{\mathfrak{a}_1(\dot{s})^3} \left(\dot{\mathcal{E}}_2 \ddot{\mathcal{E}}_3 - \ddot{\mathcal{E}}_2 \dot{\mathcal{E}}_3 \right), \quad \alpha_{32} = \frac{1}{\mathfrak{a}_1(\dot{s})^3} \left(\dot{\mathcal{E}}_3 \ddot{\mathcal{E}}_1 - \ddot{\mathcal{E}}_3 \dot{\mathcal{E}}_1 \right), \\ \alpha_{33} = \frac{1}{\mathfrak{a}_1(\dot{s})^3} \left(\dot{\mathcal{E}}_1 \ddot{\mathcal{E}}_2 - \ddot{\mathcal{E}}_1 \dot{\mathcal{E}}_2 \right), \quad \dot{s} = \frac{ds}{dt}, \quad \dot{s}^2 = \dot{\mathcal{E}}_k \dot{\mathcal{E}}_k, \quad \dot{s}\ddot{s} = \dot{\mathcal{E}}_k \ddot{\mathcal{E}}_k. \end{array} \right. \quad (15)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{a}_1^2 = \frac{1}{(\dot{s})^2} \left(\dot{s}^2 \ddot{\mathcal{E}}_k - (\dot{s}\ddot{s}) \dot{\mathcal{E}}_k \right)^2, \\ \mathfrak{a}_2 = \frac{1}{\mathfrak{a}_1^2(\dot{s})^6} \left| \begin{array}{ccc} \dot{\mathcal{E}}_1 & \dot{\mathcal{E}}_2 & \dot{\mathcal{E}}_3 \\ \ddot{\mathcal{E}}_1 & \ddot{\mathcal{E}}_2 & \ddot{\mathcal{E}}_3 \\ \ddot{\mathcal{E}}_1 & \ddot{\mathcal{E}}_2 & \ddot{\mathcal{E}}_3 \end{array} \right| \end{array} \right. \quad (16)$$

Для углов ϑ_m и угла соприкосания ψ имеем формулы

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos \vartheta_1 = \hat{\sigma} \cdot \hat{p}_1 = \frac{S_k \alpha_{1k}}{\sigma}, \quad \cos \vartheta_2 = \frac{S_k \alpha_{2k}}{\sigma \sin \vartheta_1}, \\ \sin \psi = \sin \vartheta_1 \sin \vartheta_2. \end{array} \right. \quad (17)$$

Определяющее соотношение (7) представляем в виде системы скалярных уравнений

$$\frac{dS_k}{dt} = N \frac{d\mathcal{E}_k}{dt} + \dot{s} M \frac{S_k}{\sigma} + \frac{M_3}{\mathfrak{a}_2} \frac{d}{dt} \left\{ \frac{1}{\mathfrak{a}_1(\dot{s})^4} \left(\dot{s}^2 \ddot{\mathcal{E}}_k - (\dot{s}\ddot{s}) \dot{\mathcal{E}}_k \right) \right\}, \quad (18)$$

где

$$N = M_1 + \frac{\mathfrak{a}_1}{\mathfrak{a}_2} M_3. \quad (19)$$

Для аппроксимации функционалов упругопластического деформирования математической модели теории процессов в (19) предлагается использовать следующие выражения

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma = \Phi(s) + A f^p \Omega(s), \\ M_1 = 2G_p + (2G - 2G_p^0) f^q e^{-\gamma \Delta s} - \frac{\sigma \mathfrak{a}_1}{\sin \vartheta_1}, \\ M_3 = \sigma \mathfrak{a}_2 \sin \vartheta_1 / \cos \vartheta_2, \end{array} \right. \quad (20)$$

где

$$f = (1 - \cos \vartheta_1) / 2 \quad (21)$$

– функция сложности процесса, Ω – функция, описывающая “нырок” напряжений,

$$\sigma = \left\{ \begin{array}{l} \frac{2G}{\sigma^T} (1 - e^{-\alpha s}) \quad \text{при } 0 \leq s \leq s^T, \\ \sigma^T + 2G_* \Delta s + \sigma_* (1 - e^{-\beta \Delta s}) \quad \text{при } s > s^T, \end{array} \right. \quad (22)$$

– универсальная функция упрочнения, $A, p, q, \gamma, \beta, \alpha, G, G_*, \sigma_*$ – параметры, определяемые из базовых опытов.

Определяющие соотношения (18) при известных аппроксимациях (19)-(22) могут быть проинтегрированы численно, например методом Рунге-Кутты четвертого порядка точности при известных начальных условиях задачи Коши.

Для плоских задач $\vartheta_2 = 0$, $\mathfrak{a}_2 = 0$, $M_3 = 0$. Определяющие соотношения (18), (13) без учета \mathcal{E}_2 - эффекта примут вид

$$\begin{cases} \frac{dS_k}{dt} = M_1 \frac{d\vartheta_k}{dt} + \dot{s} M \frac{S_k}{\sigma}, \\ \frac{d\vartheta_1}{ds} + \varkappa_1 = -\frac{M_1}{\sigma} \sin \vartheta_1, \end{cases} \quad (23)$$

где

$$M = \frac{d\sigma}{ds} - M_1 \cos \vartheta_1, \quad M_1 = 2G_p + (2G - 2G_p^0) f^q e^{-\gamma \Delta s}. \quad (24)$$

2. Линеаризованная модель процессов сложного пластического деформирования. Дифференциальные уравнения (13) для полярных углов ϑ_1, ϑ_2 подстановкой

$$x = t \cos \vartheta_2, \quad y = t \sin \vartheta_2, \quad t = \text{tg}(\vartheta_1/2), \quad (25)$$

приведены к виду [2]

$$\begin{cases} \frac{dx}{ds} = -nx + \varkappa_2 y - mxy - \frac{\varkappa_1}{2} (1 - x^2 + y^2), \\ \frac{dy}{ds} = -\varkappa_2 x - ny - \varkappa_1 xy + \frac{m}{2} (1 + x^2 - y^2), \end{cases} \quad (26)$$

где для безразмерных функционалов введены обозначения

$$n(s) = \frac{M_1}{\sigma}, \quad m(s) = \frac{M_3}{\sigma}. \quad (27)$$

Линеаризируя (26), получаем

$$\begin{cases} \frac{dx}{ds} = -nx + \varkappa_2 y - \frac{\varkappa_1}{2}, \\ \frac{dy}{ds} = -\varkappa_2 x - ny + \frac{m}{2}, \end{cases} \quad (28)$$

где учтено $\sin \vartheta_m \approx \vartheta_m$, $\cos \vartheta_m \approx 1$, $x = t = \vartheta_1/2$.

При малом кручении $\vartheta_2 = 0$, и из (25), (27) следует $y = 0$, $m = \varkappa_2 \vartheta_1 = 2\varkappa_2 t$. Из системы уравнений (28) остается одно

$$\frac{dt}{ds} + n(s)t = -\frac{\varkappa_1(s)}{2}. \quad (29)$$

Используя метод вариации постоянных Коши для однородного уравнения, получаем полное решение неоднородного уравнения (29) в виде

$$t = \left[C_0 - \frac{1}{2} \int_{s_0}^s \varkappa_1 \exp \left(\int_{s_0}^s n(s) ds \right) \right] \exp \left(- \int_{s_0}^s n(s) ds \right), \quad (30)$$

где C_0 – произвольная постоянная интегрирования, s_0 – длина дуги в точке излома траектории. Если для функционала $n(s)$ использовать выражение

$$n(s) = \frac{1}{s} + k, \quad (31)$$

где k – экспериментально определяемый параметр, то с учетом начального условия $t(s_0) = t_0$, находим

$$t = \frac{s_0}{s} e^{-k\Delta s} \left(t_0 - \frac{1}{2s_0} \int_{s_0}^s s \varkappa_1(s) e^{-k\Delta s} ds \right). \quad (32)$$

Если $\varkappa_1 = \text{const}$, то из (32) получаем

$$t = \frac{s_0}{s} e^{-k\Delta s} \left[t_0 - t_* \left(1 - \frac{1}{ks_0} \right) \right] + t_* \left(1 - \frac{1}{ks} \right), \quad (33)$$

где обозначено $t_* = -\varkappa_1/2k = \text{const}$.

Если считать $n = k = \text{const}$, то вместо решения (33) получим для $\varkappa_1 = 0$ решение

$$t = t_* + (t_0 - t_*) e^{-k\Delta s}. \quad (34)$$

Из (34) следует при $\Delta s = 0$ начальное значение $t = t_0$, а при $\Delta s \rightarrow \infty$ получаем $t \rightarrow t_* = \operatorname{tg}(\vartheta_1/2)$. Этот результат следует также из (33). Следовательно, при деформировании по плоской траектории постоянной кривизны устанавливается стационарный режим, при котором $\vartheta_1 = \vartheta_1^* = \operatorname{const}$. В частности, если $\varkappa_1 = 0$, то $t_* = 0$ и вместо (34) получаем

$$t = t_0 e^{-k\Delta s}. \quad (35)$$

При плавном переходе от траектории постоянной кривизны $\varkappa_1 = \operatorname{const}$ без излома к прямолинейной траектории при $s = s_0^0$

$$t = t_0^0 e^{-k\Delta s}, \quad (36)$$

где

$$t_0^0 = t_* - (t_0 - t_*) e^{-k(s_0^0 - s_0)}, \quad \Delta s = s - s_0^0. \quad (37)$$

Если траектория обладает средним кручением \varkappa_2 и $\vartheta_2 \neq 0$, то $m \approx 2\varkappa_2 t$. Система уравнений (28) принимает вид

$$\frac{dt}{ds} + nt = \varkappa_2 y - \frac{\varkappa_1}{2}, \quad \frac{dy}{ds} = -ny, \quad (38)$$

откуда, интегрируя второе уравнение, получаем

$$y = C \exp\left(-\int_{s_0}^s n(s) ds\right). \quad (39)$$

Из условия $y = y_0 \approx t_0 \vartheta_2^0$ при $s = s_0$ следует $C = y_0$, тогда

$$y = t_0 \vartheta_2^0 \exp\left(-\int_{s_0}^s n(s) ds\right). \quad (40)$$

Из первого уравнения (38) после использования (40) и решения методом вариации постоянных Коши получаем

$$t = \left\{ t_0 \left[1 + \vartheta_2^0 \int_{s_0}^s \varkappa_2(s) ds \right] - \frac{1}{2} \int_{s_0}^s \varkappa_1(s) \exp\left(\int_{s_0}^s n(s) ds\right) ds \right\} \exp\left(-\int_{s_0}^s n(s) ds\right). \quad (41)$$

В частности для (32) находим более общее решение

$$\begin{cases} t = \frac{s_0}{s} e^{-k\Delta s} \left\{ t_0 \left[1 + \vartheta_2^0 \int_{s_0}^s \varkappa_2(s) ds \right] - \frac{1}{2s_0} \int_{s_0}^s \varkappa_1(s) s e^{k\Delta s} ds \right\}, \\ \vartheta_2 = \frac{s_0}{s} t_0 \vartheta_2^0 e^{-k\Delta s}, \quad \Delta s = s - s_0. \end{cases} \quad (42)$$

Для траекторий постоянной кривизны и кручения из (42)

$$\begin{cases} t = \frac{s_0}{s} e^{-k\Delta s} \left\{ t_0 \left(1 + \varkappa_2 \vartheta_2^0 \Delta s \right) - t_* \left(1 - \frac{1}{ks_0} \right) \right\} + t_* \left(1 - \frac{1}{ks_0} \right), \\ \vartheta_2 = \frac{s_0}{s} t_0 \vartheta_2^0 e^{-k\Delta s}, \quad \Delta s = s - s_0. \end{cases} \quad (43)$$

При $s \rightarrow \infty$ из (43) следует $\vartheta_2 \rightarrow 0$, т.е. вектор напряжений стремится вернуться в соприкасающуюся плоскость.

Таким образом, для линеаризованной математической модели при активном процессе деформирования функционалы процесса определяются приближенными формулами

$$\begin{cases} M_1 = n(s)\sigma = \sigma \left(k + \frac{1}{s}\right), & M_3 = m(s)\sigma = \sigma \varepsilon_2 \vartheta_1, \\ M = \frac{d\sigma}{ds} - M_1 \cos \vartheta_1 - M_3 \sin \vartheta_1 \sin \vartheta_2 \approx \frac{d\sigma}{ds} - M_1 \cos \vartheta_1. \end{cases} \quad (44)$$

Полученные результаты позволяют оценить достоверность линеаризации в теории процессов [3].

3. Моделирование процессов деформирования по плоским ломаным траекториям типа смещенного веера. Согласно изложенных выше математических моделей, были проведены численные расчеты и экспериментальные исследования трубчатых образцов из стали 45 на автоматизированном комплексе СМ-ЭВМ в лаборатории механических испытаний Тверского государственного технического университета по ломаным траекториям типа смещенного веера. Согласно программе, приведенной на рис. 1, образцы закручивались до значения $\varepsilon_3^0 = 2\%$, а затем производился излом на углы $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ и 180° . На втором звене при углах излома $45^\circ, 90^\circ$ и 135° образцы подвергались одновременному растяжению и кручению.

На рис. 2 представлена опытная диаграмма растяжения материала стали 45 с площадкой текучести, используемого в опытах, а также ее аппроксимация, положенная в основу численных расчетов. Опытные данные отмечены кружочками. В расчетах было принято $\sigma^T = 320$ МПа, $s_*^T = 8,5 \cdot 10^{-3}$, $2G = 1,57 \cdot 10^5$ МПа, $\beta = 70$, $\alpha = 900$, $\sigma_* = 152$ МПа, $2G_* = 234$ МПа. Материал с достаточной степенью точности обладал начальной изотропией.

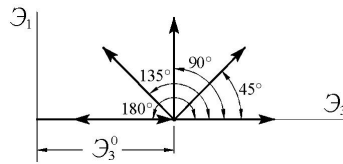


Рис. 1.

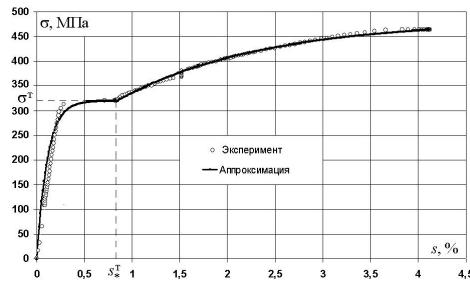


Рис. 2.

На рис 3-5 представлены результаты расчетов и экспериментов при испытании по ломаной траектории деформирования с углом излома 45° .

На рис. 3 приведен отклик в пространстве напряжений, на рис. 5 зависимость $\vartheta_1 - \Delta s$, характеризующая векторные свойства материала, а на рис. 4 диаграмма прослеживания процесса деформирования $\sigma - s$, практически совпадающая с диаграммой деформирования $\sigma - \varepsilon$. Цифрой 1 на рисунках обозначен расчет по общей модели, цифрой 2 – расчет по линеаризованной модели. Как видно, численные расчеты с использованием метода Рунге-Кутты четвертого порядка точности по общей модели достаточно хорошо соответствуют экспериментальным

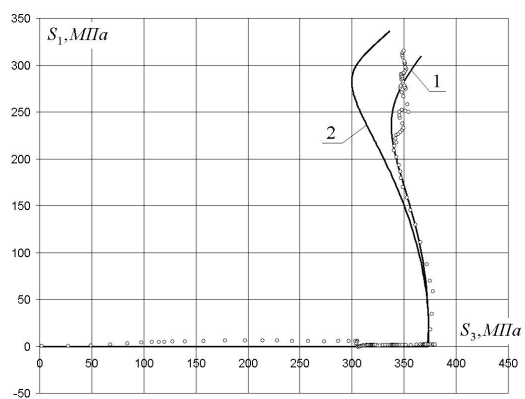


Рис. 3.

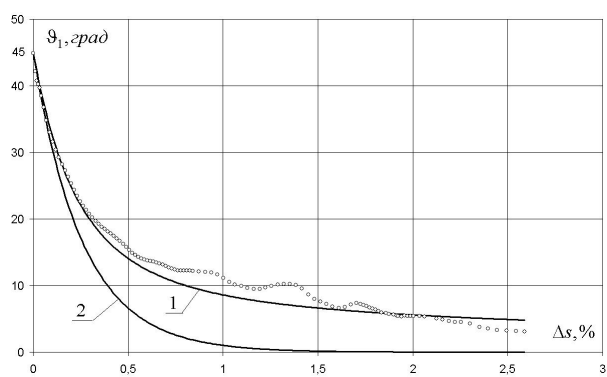


Рис. 4.

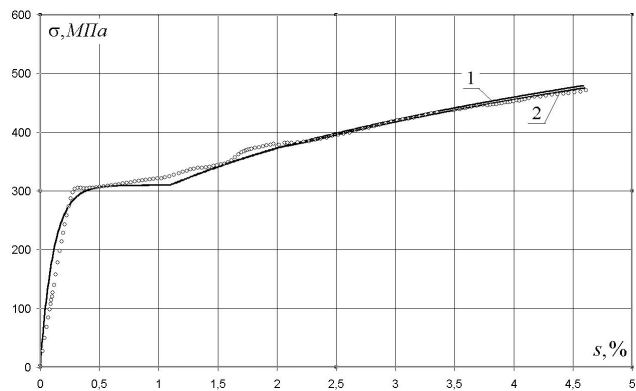


Рис. 5.

данным. В этих расчетах параметры, входящие в аппроксимации функционалов, были подобраны для различных углов излома траектории из условия соответствия экспериментальным данным. Линеаризованная модель дает большие отклонения по векторным свойствам чем общая модель.

На рис. 6-9 представлены результаты расчетов и испытаний трубчатых образцов из той же партии с углом излома 135° . Принципиальное отличие поведения материала в этом испытании состоит в том, что наряду с прямым нырком на диаграмме $\sigma - s$ (рис. 8) образуется обратный нырок на диаграмме $\sigma - \Theta$ (рис. 9). Соответствие расчетных и экспериментальных данных, как и в первом случае, лучше для общей математической модели.

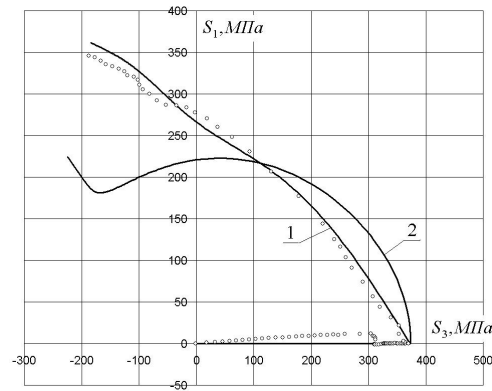


Рис. 6.

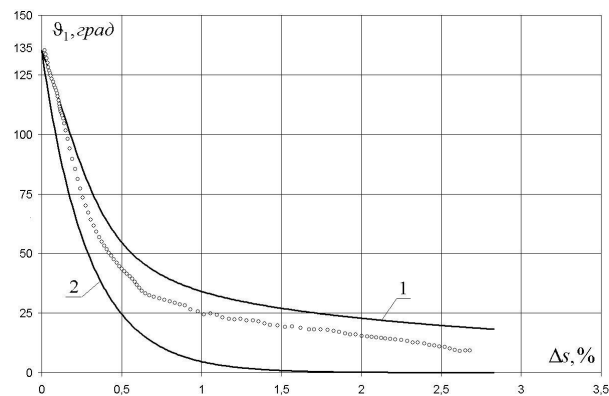


Рис. 7.

На рис. 10 представлена расчетная зависимость по общей модели следа запаздывания материала λ от угла излома траектории. Как видно, след запаздывания существенно зависит от параметра ϑ_1^0 сложности процесса и не является стабильной характеристикой материала.

Приведенное сопоставление расчетных и экспериментальных данных для двухзвенных ломаных траекторий дает основание считать, что общая математическая модель теории процессов достоверно описывает закономерности поведения материала для данного класса базовых траекторий. Расчеты по линеаризованной модели при показателе сложности процесса $\vartheta_1^0 \geq 90$ не дают достоверных результатов.

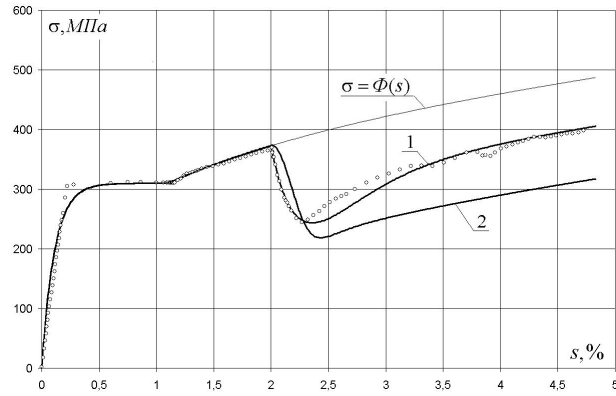


Рис. 8.

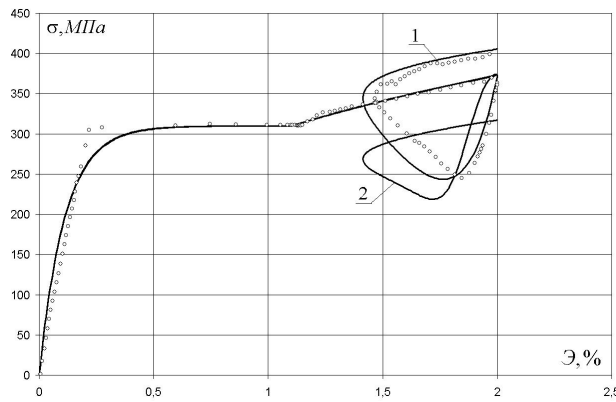


Рис. 9.

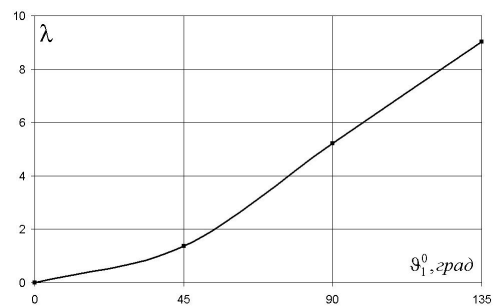


Рис. 10.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Ильюшин, А. А. Основы общей математической теории / А. А. Ильюшин. – М. : Изд-во АН СССР, 1963. – 271 с.

[2] *Зубчанинов, В. Г.* Математическая теория пластичности / В. Г. Зубчанинов. – Тверь : ТГТУ, 2002. – 300 с.

[3] *Зубчанинов, В. Г.* Математическая модель пластического деформирования материалов при сложном деформировании / В. Г. Зубчанинов // Проблемы прочности и пластичности : межвуз. сб. – Н. Новгород, 2005. – Вып. 67. – С. 5–13.

V. G. Zubchaninov, E. G. Alekseeva

MODELING A COMPLEX PROCESSES OF ELASTOPLASTIC DEFORMATION MATERIALS

Tver State Technical University

Abstract. On the basis of the general and linearized models of processes of complex plastic deformation of hardening materials [1, 2] are resulted numerical calculations under programs of base tests of type of the displaced fan of broken trajectories. Results of calculations are compared with experimental data received on the automated test complex in the laboratory of mechanical tests of the Tver State Technical University.

Keywords: plasticity, complex loading, trajectory, modeling a complex processes.

Зубчанинов Владимир Георгиевич

Доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой сопротивления материалов, теории упругости и пластичности Тверского государственного технического университета, г. Тверь

e-mail: vgz@rambler.ru

Алексеева Елена Геннадиевна

старший преподаватель кафедры сопротивления материалов, теории упругости и пластичности Тверского государственного технического университета, г. Тверь

e-mail: kafsm@yandex.ru

Zubchaninov Vladimir Georgievich

Dr. Eng. Sci., Professor, Head, Department of Strength of Materials, Theory of Elasticity and Plasticity, Tver State Technical University, Tver

Alekseeva Elena Gennadijevna

Senior Lecturer, Department of Strength of Materials, Elasticity and Plasticity Theories, Tver State Technical University, Tver