

Е. Е. Абашкин¹, М. Каинг², А. В. Ткачева¹

ТЕМПЕРАТУРНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ ПЛАСТИНЫ

¹Институт машиноведения и металлургии ДВО РАН, г. Комсомольск-на-Амуре, Россия

²Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет,
г. Комсомольск-на-Амуре, Россия

Аннотация. Приводится решение одномерной задачи теории температурных напряжений о локальном прямолинейном нагреве пластины со свободными краями, изготовленной из упругопластического материала. Полагается, что поперечный размер пластины конечен, а продольный размер бесконечен. Зависимость предела текучести материала от температуры предполагается квадратичной, упругих модулей – линейной. Изучается эволюция температурных напряжений при быстром возрастании температуры на продольной прямой и последующем остывании материала вплоть до комнатной температуры. Оценивается уровень распределения по пластине остаточных напряжений.

Ключевые слова: упругость, пластичность, температурные напряжения, плосконапряженное состояние, упругопластическая граница.

УДК: 539.374+ 539.224

Введение. Задача теории температурных напряжений о локальном линейном нагреве пластины является модельной задачей для процесса сварки и поэтому рассматривалась неоднократно [1]–[5] в самых различных постановках. Но уже в одной из первых постановок академика Н. Н. Рыкалина [1] материал свариваемых пластин полагался упругопластическим, то есть отказаться в вычислениях от необратимого деформирования в окрестности сварного шва оказалось принципиально невозможно. Расчеты, учитывающие влияние пластических свойств металлов при сварке, получаются наиболее приближенными к натурным испытаниям процесса сварки. Хотя специалистами по материаловедению скрупулезно были изучены процессы структурных и твердотельных фазовых превращений в зоне термического влияния, но по-прежнему

© Абашкин Е. Е., Каинг М., Ткачева А. В., 2016

Абашкин Евгений Евгеньевич

e-mail: abashike@mail.ru, младший научный сотрудник, Институт машиноведения и металлургии ДВО РАН, г. Комсомольск-на-Амуре, Россия.

Каинг Мюат

e-mail: myatkhaing.51@gmail.com, аспирант, Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет, г. Комсомольск-на-Амуре, Россия.

Ткачева Анастасия Валерьевна

e-mail: 4nansi4@mail.ru, младший научный сотрудник, Институт машиноведения и металлургии ДВО РАН, г. Комсомольск-на-Амуре, Россия.

Поступила 12.10.2016

рассчитать уровень распределения напряжений в зоне термического воздействия является актуальной задачей.

Постановка задачи. Основные уравнения. Пусть пластина шириной $2s$ неограничена по длине. Свяжем ее геометрией систему прямоугольных декартовых координат x_i ($i = 1, 2, 3$) так, чтобы оси абсцисс и ординат располагались в плоскости пластины, а ось опликата x_3 была бы ей ортогональна. Полагаем при этом, что ось ординат совпадает с краем пластины. До момента времени $t = 0$ пластины находятся при комнатной температуре T_0 . Принимаем такое положение в качестве начального условия для температуры T

$$T|_{t=0} = T_0. \quad (1)$$

Считаем, что с момента времени $t = 0$ по центральной линии пластины $x = s$ действует поток тепла

$$\psi T_{,1}|_{x_1=s} = q, \quad (2)$$

где ψ - коэффициент теплопроводности, $q - const$, индексом после запятой обозначена производная по этой пространственной координате. Принимаем, что условие (2) справедливо до некоторого последующего момента времени t_* , после которого источник тепла отводится от пластины и при этом $T(s, t_*) = \tau T_p$, где $\tau - const$ и $0 < \tau \leq 1$, T_p - температура плавления материала пластины. Далее при $t > t_*$ за счет теплоотвода от поверхности пластины

$$\psi T_{,3} = \chi (T_0 - T), \quad (3)$$

где χ - коэффициент теплоотдачи от пластины в окружающую среду, происходит ее остывание. Как при нагреве, так и при остывании распределение температуры по пластине в каждый момент времени удовлетворяет уравнению теплопроводности

$$T_{,t} = a T_{,11}, \quad (4)$$

где a - коэффициент температуры проводности, теплотворное влияние деформирования не учитывается, то есть механическую задачу далее считаем несвязной. Теорию, построенную на таком допущении, называют теорией температурных напряжений [10], [11]. Теперь следует по рассчитанному согласно (1)–(4) полю температур в каждый момент времени вычислить механические параметры деформирования: деформации и напряжения.

Считаем, что деформации d_{ij} в пластине возможно полагать малыми и состоящими из обратимой (упругой) e_{ij}^e и необратимой (пластической) e_{ij}^p составляющих

$$d_{ij} = e_{ij}^e + e_{ij}^p = 0.5(u_{i,j} + u_{j,i}). \quad (5)$$

Здесь u_i - компонент вектора перемещений в используемой прямоугольной декартовой системе координат. Обратимые деформации e_{ij}^e , напряжения σ_{ij} и текущую температуру T связывают зависимости закона Дюамеля - Неймана

$$\sigma_{ij} = (\lambda e_{kk}^e - K\theta) \delta_{ij} + 2\mu e_{ij}^e, \quad (6)$$

$$\theta = 3\alpha (T - T_0),$$

где α - коэффициент линейного расширения, модуль всестороннего сжатия K и параметры Ламе λ и μ представляются следующими зависимостями через модуль Юнга

E и коэффициент Пуассона ν :

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}, \quad \mu = \frac{E}{2(1 + \nu)}. \quad (7)$$

В условиях значительного изменения температуры упругие модули E и ν нельзя полагать постоянными. Такая зависимость до настоящего времени изучена недостаточно [6]–[9], поэтому не существует общепризнанного закона. Примем ее в простейшей линейной форме.

$$\begin{aligned} E(t) &= E_0 \tau(t), \\ \nu(t) &= 0.5 - (0.5 - \nu_0) \tau(t), \\ \tau(T) &= \tau(t) = (T_p - T(t))(T_p - T_0)^{-1}. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь постоянные E_0 и ν_0 – модуль Юнга и коэффициент Пуассона при комнатной температуре, T_p – температура плавления металла. Необратимые деформации накапливаются в пластине в условиях соответствия напряжений поверхности нагружения $f(\sigma_{ij}) = 0$ в пространстве напряжений. Принимаем таким способом независимость поверхности нагружения от кинематики и истории деформирования. В качестве условия пластичности принимаем условие максимального приведенного касательного напряжения (критерий Ишлинского – Ивлева), тогда поверхность нагружения принимает форму призмы Ивлева в пространстве главных напряжений σ_i [11]

$$\max |\sigma_i - \sigma| = \frac{4}{3}k, \quad \sigma = \frac{1}{3}\sigma_{kk}. \quad (9)$$

Для предела текучести $k(T)$ полагаем следующую зависимость:

$$k(T) = k_0 \tau^2(T). \quad (10)$$

Принимая условия принципа максимума Мизеса, имеем соотношения ассоциированного закона пластического течения

$$de_{ij}^p = d\psi \frac{\partial f(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}}, \quad d\psi > 0. \quad (11)$$

Теперь для замыкания системы уравнений достаточно записать уравнение равновесия

$$\sigma_{ij,j} = 0. \quad (12)$$

В нашем простейшем случае температурная задача (1)–(4) имеет аналитическое решение [10]. В дальнейшем будем считать распределение температуры известным и укажем зависимости, по которым можно будет рассчитать в каждый момент времени по вычисленной таким способом температуре деформации и напряжения.

Обратимое деформирование и термоупругие напряжения. Первоначально с ростом температуры на линии $x = s$ и ее распространения по пластине за счет процесса теплопроводности материал пластины деформируется упруго. Соотношения (6) в рассматриваемом случае сведутся к зависимостям ($x_1 = x$; $x_2 = y$; $x_3 = z$)

$$\begin{aligned} \sigma_x &= (\lambda + 2\mu)e_x^e + \lambda e_z^e - 3K\theta, \\ \sigma_y &= \lambda(e_z^e + e_x^e) - 3K\theta, \\ \sigma_z &= (\lambda + 2\mu)e_z^e + \lambda e_x^e - 3K\theta = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Исключая в (13), компоненту e_z^e деформаций будем иметь

$$\begin{aligned} \sigma_x &= (\lambda + 2\mu)^{-1}(4\mu(\lambda + \mu)e_x^e - 6K\mu\theta), \\ \sigma_y &= (\lambda + 2\mu)^{-1}(2\mu\lambda e_x^e - 6K\mu\theta). \end{aligned} \quad (14)$$

Уравнение равновесия (12) в данном случае имеет вид: $\sigma_{x,x} = 0$, что заставляет σ_x считать не зависящим от x и меняющимся только со временем. Но если учесть, что при $x = 0$ данная компонента напряжений равна нулю, то получаем, что всегда $\sigma_x = 0$ во всей пластине. Следовательно, решение задачи имеем в форме

$$\begin{aligned} e_x^e &= 0.5K(\lambda + \mu)^{-1}\theta, \\ \sigma_y &= -2K\mu^2\theta(\lambda + \mu)^{-1}(\lambda + 2\mu)^{-1}. \end{aligned} \quad (15)$$

В условиях роста температуры решение (15) оказывается справедливым только до некоторого момента времени $t > 0$. Начиная с этого момента времени, в материале пластины возникает и развивается область пластического течения.

Пластическое течение и разгрузка. Итак, в момент времени $t = t_1$ на линии $x = s$ пластины напряженное состояние в ней выходит на поверхность нагружения (на грань призмы Ивлева). В рассматриваемом случае плоского напряженного состояния уравнение данной грани (линии в плоскости (σ_x, σ_y)) имеет вид $\sigma_y = -2k$. При $t > t_1$ от линии $x = s$ перемещается к оси ординат ($x = 0$) упругопластическая граница $x = n_1(t)$ (рис.1). Прямая $x = s$ является осью симметрии задачи, поэтому в области $x > s$ движется аналогичная упругопластическая граница. В области необратимого деформирования для компонент тензора напряжений согласно (6) следует

$$\begin{aligned} \sigma_x &= (\lambda + 2\mu)(d_x - e_x^p) + \lambda(d_z - e_z^p - e_y^p) - 3K\theta, \\ \sigma_y &= (\lambda + 2\mu)(-e_y^p) + \lambda(d_z - e_z^p + d_x - e_x^p) - 3K\theta, \\ \sigma_z &= (\lambda + 2\mu)(d_z - e_z^p) + \lambda(d_x - e_x^p - e_y^p) - 3K\theta = 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Если учесть следствие уравнения равновесия и то обстоятельство, что линии $x = 0$ и $x = 2s$ являются свободными гранями плоскости, а также, что $d_y = e_y^e + e_y^p$, то для расчетов напряженно-деформированных состояний в области пластического течения получим зависимости

$$\begin{aligned} \sigma_x &= 0, & \sigma_y &= -2k, \\ e_x^p &= e_z^p = -(\lambda + \mu)(3\mu K)^{-1}k + 1.5K\theta, & e_y^p &= -2e_x^p. \end{aligned} \quad (17)$$

В момент времени $t = t_2$, связанный с отводом источника тепла от пластины $t > t_*$, на линии симметрии скорость роста необратимых деформаций падает, здесь зарождается упругопластическая граница $m_1(t)$, которая отделит пластическую область от области упругого деформирования $m_1(t) \leq x \leq s$. Напряжения в области $m_1(t) \leq x \leq s$ будут определяться соотношениями

$$\sigma_x = 0, \quad \sigma_y = 6\mu K (g)^{-1} e_x - 3K\mu\theta g^{-1}. \quad (18)$$

Повторное пластическое течение и остаточные напряжения. Из-за высокого уровня необратимых деформаций в момент времени $t = t_3$, когда произойдет полная разгрузка, возникает повторное пластическое течение. На линии симметрии выполняется условия Ишлинского – Ивлева вида $\sigma_y = 2k$, здесь образуется упругопластическая граница $n_2(t)$. Закон Дюамеля – Неймана в условиях существования необратимых деформаций (p_x, p_y, p_z) и развивающихся пластических деформаций (e_x^p, e_y^p, e_z^p) примет вид

$$\begin{aligned} \sigma_x &= w(d_x - e_x^p - p_x) + \lambda(d_z - e_z^p - e_y^p - p_z - p_y) - 3K\theta, \\ \sigma_y &= w(-e_y^p - p_y) + \lambda(d_z - e_z^p - p_z + d_x - e_x^p - p_x) - 3K\theta, \\ \sigma_z &= w(d_z - e_z^p - p_z) + \lambda(d_x - e_x^p - e_y^p - p_z - p_y) - 3K\theta = 0. \end{aligned} \quad (19)$$

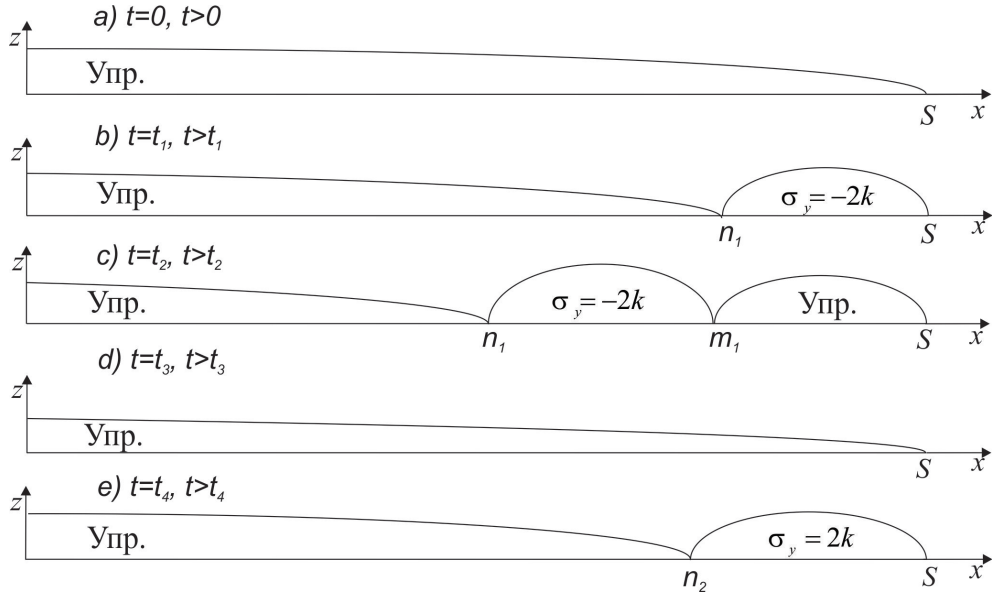


Рис. 1. Схематичное представление возникновения и исчезновения различных областей пластического деформирования: а) термоупругое деформирование, б) развитие первой области пластического течения и т. д.

Используя ассоциированный закон пластического течения (11) и выполняемый условия пластического течения $\sigma_y = 2k$, учитывая, что $\sigma_x = 0$ и $u_x|_{x=S} = 0$ выражаем пластическую деформацию

$$e_x^p = (\lambda + \mu) (3\mu K)^{-1} k + 0.5\theta - p_x, \quad e_y^p = -2e_x^p, \quad e_z^p = e_x^p. \quad (20)$$

Напряжения в области пластического течения $n_2(t) \leq x \leq s$ $\sigma_x = 0$, $\sigma_y = 2k$. В момент времени $t = t_3$ температура во всей пластине становится равной комнатной $T = T_0$. Хотя все процессы активного температурного деформирования замерли и предел текучести принимает свое наибольшее значение, разгрузки не произойдет. Материал пластины, как и прежде, будет разделен на две области: область пластического течения $\sigma_y = 2k$ и область упругого деформирования. Остаточные напряжения приведены на рис. 2. Помимо напряжений особый интерес представляют остаточная полная деформация d_x и перемещение u_x . В области упругого деформирования деформация d_x будут находиться из соотношения

$$d_x = -\lambda p_x g^{-1}, \quad (21)$$

а в области нейтрального нагружения $n_2 \leq x \leq s$ – из соотношения

$$d_x = k_0 (3K)^{-1}. \quad (22)$$

Для определения перемещений в пластине следует проинтегрировать значения (21) и (22) с учетом граничного условия, которое задает равенства нулю перемещения на линии симметрии $u_x|_{x=s} = 0$. Тогда перемещения в области нейтрального нагружения будут находиться из соотношения

$$u_x = xk_0 (3K)^{-1} - sk_0 (3K)^{-1}.$$

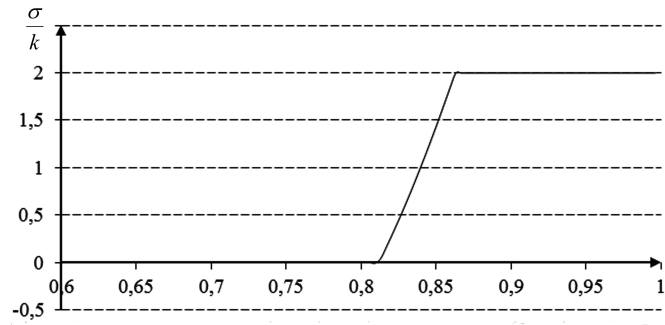


Рис. 2. Распределение остаточных напряжений в материале пластины со свободными краями

В области упругого деформирования, интегрируя выражения (21) с учетом равенства перемещений на границе n_2 находим

$$u_x = -\lambda g^{-1} \int_0^x p_x(\rho) d\rho + (n_2 - s) k_0 (3K)^{-1} + \lambda g^{-1} \int_0^{n_2} p_x(\rho) d\rho.$$

В результате высокого градиента температуры, возникающего вблизи термического воздействия, появляется пластическое течение, которое приводит к росту необратимых деформаций. Величина необратимых деформаций зависит от величины температуры. Когда температура в области термического воздействия достигает достаточно больших значений, в дальнейшем при ее понижении возможно повторное пластическое течение в области, где ранее развились необратимые деформации. Хотя повторное пластическое течение протекает с обратным знаком, но достаточно медленно, поскольку процесс охлаждения медленнее процесса нагревания, необратимые деформации не могут исчезнуть полностью и приводят к возникновению нейтрального нагружения. Остаточное напряжение и перемещение изображено на рисунках 2 и 3, из которых видно, что наибольшие перемещения расположены в области упругопластической границы, на которой происходит падение напряжения.

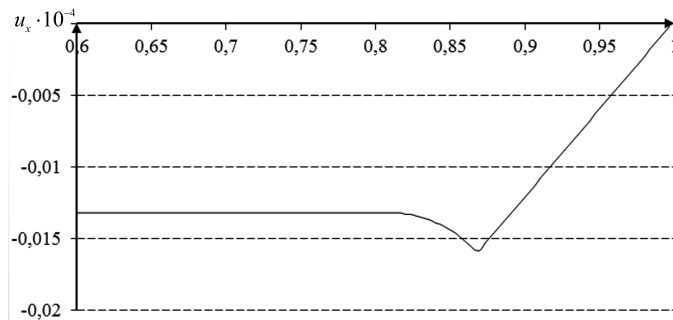


Рис. 3. Распределение перемещений материала пластины со свободными краями

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Рыкалин Н. Н. Расчеты тепловых процессов при сварке. М.: Машгиз, 1951. 295 с.
- [2] Слепцова Е. А., Павлов А. Р. Определение остаточных сварочных напряжений и деформаций при стыковой сварке тонких пластин // Вестник СамГУ. Естественнонаучная серия. 2008. № 2 (61). С. 273–287.
- [3] Биленко Г. А., Моргунов Е. А., Коробов Ю. С. Компьютерное моделирование напряженного состояния сварного соединения из нержавеющей стали 03X18H9M3, выполненного многопроходной орбитальной сваркой // Сварка и диагностика : сборник докладов международного форума (Екатеринбург, 25–27 ноября 2014 г.). Екатеринбург: УрФУ, 2015. С. 35–41.
- [4] Винокуров В. А., Григорьянц А. Г. Теоретическое определение временных и остаточных деформаций и напряжений при сварке пластин применительно к титановым и алюминиевым сплавам // Сварочное производство. 1968. № 5. С. 2–4.
- [5] Буренин А. А., Дац Е. П., Мурашкин Е. В. Фомрирование поля остаточных напряжений в условиях локального теплового воздействия // Изв. РАН МТТ. 2014. С. 124–131.
- [6] Бадамшин И. Х., Кусова О. И. Температурная зависимость модуля упругости интерметаллидов TiAl и Ni3Al — основных компонентов сплавов лопаток газовых турбин // Вестник УГАТУ. 2012. Т. 16. № 5 (50). С. 41–43.
- [7] Барамшин И. Х. От четырех к одному. Силы внутриатомного взаимодействия и прочность материалов. М.: Академия Естествознания, 2014. 89 с.
- [8] Буренков Ю. А., Никаноров С. П., Смирнов Б. И., Копылов В. И. Восстановление модуля Юнга при отжиге наноструктурного ниобия, полученного в условиях интенсивной пластической деформации // Физика твердого тела. 2003. Т. 45. Вып. 11.
- [9] Токий Н. В., Токий В. В., Пилипенко А. Н., Письменова Н. Е. Температурная зависимость модуля упругости субмикроструктурной меди // Физика твердого тела. 2014. Т. 56. Вып. 5. С. 966–969.
- [10] Полянин А. Д. Справочник по линейным уравнениям математической физики. М.: Физматлит, 2001. 576 с.
- [11] Быковцев Г. И., Ивлев Д. Д. Теория пластичности. Владивосток: Дальнаука, 1998.

E. E. Abashkin, M. Khaing, A. V. Tkacheva

THERMAL STRESSES PLATE

Institute of Machine Science and Metallurgy FEB RAS, Komsomolsk-on-Amur, Russia

Komsomolsk-on-Amure State Technical University, Komsomolsk-on-Amur, Russia

Abstract. The solution of the one-dimensional problem of the theory of thermal stress on local rectilinear heating of the plate with free edges made of elastic-plastic material is given. It is believed that the transverse dimension of the plate is finite, and the longitudinal dimension is infinite. The dependence of the yield strength of the material on the temperature of the quadratic, elastic modules – linear. The evolution of the temperature stresses during rapid to high temperature on the direct material and subsequent cooling down to room temperature. We estimate the level of distribution of the plate residual stresses.

Keywords: elasticity, plasticity, thermal stresses, plane stress state, elastoplastic border.

REFERENCES

- [1] Rykalin N. N. Raschety teplovyh processov pri svarke. M. : Mashgiz, 1951. 295 s. (in Russian).
- [2] Slepova E. A., Pavlov A. R. Opredelenie ostatochnykh svarochnykh naprjazhenij i deformacij pri stykovoju svarke tonkih plastin // Vestnik SamGU. Estestvennonauchnajach serija. 2008. № 2 (61). S. 273–287. (in Russian).
- [3] Bilenko G. A., Morgunov E. A., Korobov Ju. S. Komp’juternoe modelirovanie naprjazhennogo sostojanija svarnogo soedinenija iz nerzhavejushhej stali 03H18N9M3, vypolnennogo mnogoprohodnoj orbital’noj svarkoj // Svarka i diagnostika : sbornik dokladov mezhdunarodnogo foruma (Ekaterinburg, 25–27 nojabrja 2014 g.). Ekaterinburg : UrFU, 2015. S. 35–41. (in Russian).
- [4] Vinokurov V. A., Grigor’janc A. G. Teoreticheskoe opredelenie vremennyh i ostatochnykh deformacij i naprjazhenij pri svarke plastin primenitel’no k titanovym i aljuminievym splavam // Svarochnoe proizvodstvo. 1968. № 5. S. 2–4. (in Russian).
- [5] Burenin A. A., Dac E. P., Murashkin E. V. Fomrirovanie polja ostatonyh naprjazhenij v uslovijah lokal’nogo teplovogo vozdejstvija // Izv. RAN MTT. 2014. S. 124–131. (in Russian).
- [6] Badamshin I. H., Kusova O. I. Temperaturnaja zavisimost’ modulja uprugosti intermetallidov TiAl i Ni3Al – osnovnykh komponentov splavov lopatok gazovyh turbin // Vestnik UGATU. 2012. T. 16. № 5 (50). S. 41–43. (in Russian).
- [7] Baramshin I. H. Ot chetyreh k odnomu. Sily vnutriatomnogo vzaimodejstvija i prochnost’ materialov. M. : Akademija Estestvoznaniya 2014. 89 s. (in Russian).

Abashkin Evgeny Evgenyevich, Junior Research Fellow, Institute of Engineering and Metallurgy FEB RAN, Komsomolsk-on-Amur, Russia.

Khaing Myat, Graduate Student Komsomolsk-on-Amure State Technical University, Komsomolsk-on-Amur, Russia.

Tkacheva Anastasia Valerevna, Junior Research Fellow, Institute of Engineering and Metallurgy FEB RAN, Komsomolsk-on-Amur, Russia.

[8] Burenkov Ju. A., Nikanorov S. P., Smirnov B. I., Kopylov V. I. Vosstanovlenie modulja Junga pri otzhige nanostrukturnogo niobija, poluchennogo v uslovijah intensivnoj plasticheskoj deformacii // Fizika tverdogo tela. 2003. T. 45. Vyp. 11. (in Russian).

[9] Tokij N. V., Tokij V. V., Pilipenko A. N., Pis'menova N. E. Temperaturnaja zavisimost' modulja uprugosti submikrokristollicheskoj medi // Fizika tverdogo tela. 2014. T. 56. Vyp. 5. S. 966–969. (in Russian).

[10] Poljanin A. D. Spravochnik po linejnym uravnenijam matematicheskoj fiziki. M. : Fizmatlit, 2001. 576 s. (in Russian).

[11] Bykovcev G. I., Ivlev D. D. Teorija plastichnosti. Vladivostok : Dal'nauka, 1998. (in Russian).