

О. В. Марченко, А. М. Сергеева

## ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ТЯЖЕЛОЙ УПРУГОЙ ПЛАСТИНЫ КОНЕЧНОЙ ТОЛЩИНЫ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПОДВИЖНОЙ НАГРУЗКИ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ИЗУЧЕНИЮ ПРОЧНОСТИ ЛЕДЯНОГО ПОКРОВА

*Институт машиноведения и металлургии ДВО РАН, г. Комсомольск-на-Амуре, Россия*

**Аннотация.** Применяя теорию малых упругих деформаций и апробированный численный метод, строится математическая модель для исследования напряженно-деформированного состояния упругой изотропной пластины конечной толщины, находящейся под воздействием системы нагрузок. Показано применение разработанной модели для анализа напряженно-деформированного состояния ледяного покрова, претерпевающего деформирующее воздействие со стороны ледокольного устройства, а также показана пригодность данной модели для анализа эффективности ледоразрушающей способности устройств.

**Ключевые слова:** математическая модель, численное моделирование, сложное нагружение, теория упругости, деформирование, напряжения, ледяной покров.

УДК: 539.3

**Введение.** Проблеме разработки математических моделей для анализа напряженно-деформированного состояния (НДС) материалов, исследования поведения объектов, находящихся под действием нагрузок, решения контактных задач посвящено много работ российских и зарубежных исследователей. Проведение теоретических исследований с применением математического моделирования позволяет получать новые знания с минимальными временными и сырьевыми затратами, а также дает возможность детально изучать образование и распространение трещин в материале, спрогнозировать возможные области, являющиеся концентраторами напряжений, и предупреждать возможные нежелательные разрушения.

Моделирование исследуемых объектов в качестве упругой изотропной пластины конечной толщины часто используется для исследования бетонных металлических конструкций, но также может быть применено к исследованиям ледяного покрова [1], [2].

---

© Марченко О. В., Сергеева А. М., 2017

*Марченко Олеся Владимировна*

**e-mail:** olemarchenko@yandex.ru, соискатель, Институт машиноведения и металлургии ДВО РАН, г. Комсомольск-на-Амуре, Россия.

*Сергеева Анастасия Михайловна*

**e-mail:** serg-nasty@mail.ru, кандидат физико-математических наук, Институт машиноведения и металлургии ДВО РАН, г. Комсомольск-на-Амуре, Россия.

Поступила 09.10.2016

Разрабатывая матмодель процесса деформирования или разрушения объекта необходимо учитывать особенности материалов, их поведение при внешнем воздействии и воздействии температурных полей. Моделируя процессы, протекающие в ледяном покрове, необходимо учитывать, что физические и механические свойства исследуемого материала являются зависимыми от температуры.

Исследуя особенности ледяного покрова и процессы нарушения его сплошности в результате внешнего деформирующего воздействия методами математического моделирования, еще на стадии разработки математической модели необходимо учитывать, что некоторые задаваемые величины являются известными (например, параметры ледоразрушающего устройства), тогда как другие могут быть случайными (толщина льда, скорость ледового поля и т. д.). Необходимо также максимально учитывать всевозможные сочетания параметров окружающей среды, которые могут оказывать существенное влияние на протекание процессов в исследуемом объекте или объектах. Проводя исследования ледяного покрова, необходимо учитывать тот факт, что напряжения растяжения или сдвига, при которых происходит полное разрушение ледяного покрова, должны в несколько раз превышать предел прочности льда, определенный для образца в лабораторных условиях [3]. В случае, если напряжения незначительно превышают предел прочности, то может образовываться трещина или группа трещин, а лед при этом переходит в новое устойчивое состояние и способен выдерживать внешнюю нагрузку.

Разрабатывая математическую модель, необходимо учитывать не только физические особенности моделируемого процесса, но необходимо прорабатывать модель для решения широкого круга задач с применением такой модели, например, модель должна позволять решать задачи о нагружении объекта не только квазистационарной нагрузкой, но и движущейся или даже внедряющейся. По возможности математическая модель должна быть универсализирована и при необходимости легко адаптироваться для конкретного случая.

В данной работе рассмотрено построение математической модели для проведения исследований объектов, которые можно представить в виде упругой изотропной пластины конечной толщины, находящейся под действием квазистатических и динамических нагрузок, а также инородных исследуемому объекту нагрузок, которые имеют возможность внедряться в пластину. После построения математической модели показано ее практическое применения для анализа НДС ледяного покрова, претерпевающего сложное нагружение. Проведен анализ полученных результатов и сделано заключение о практической применимости рассмотренной математической модели.

**Математическая модель.** Разрабатывая математическую модель для анализа НДС деформируемой внешним воздействием упругой изотропной пластины конечной толщины, необходимо определиться с рядом допущений: во-первых, физические и механические свойства материалов, составляющих исследуемый объект, не являются константами, а зависят от условий окружающей среды, а именно от температуры; во-вторых, при моделировании движущейся нагрузки система отсчета может быть привязана как к подвижной нагрузке, так и к пластине. В зависимости от того, с каким объектом связана система отсчета, будут определяться и назначаться скорости объектов, являющихся составляющими исследуемой системы; в-третьих, сила тяжести относится к внешним силам.

Используя уравнения теории упругости для малых деформаций, запишем систему дифференциальных уравнений в эйлеровой системе координат:

Уравнение движения

$$\sigma_{ij,j} + F_i^t = I_i^t; \quad i, j, k = 1, 2, 3; \quad t = 1, 2 \dots n - \text{номер нагрузки} \quad (1)$$

$$I_i^t = \rho_t \left( \dot{v}_i + v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \right) - \text{в случае подвижной нагрузки} \quad (2)$$

$$I_i^t = \rho_t \left( v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \right) - \text{в случае стационарного движения нагрузки} \quad (3)$$

$$I_i^t = 0 - \text{в случае неподвижной нагрузки} \quad (4)$$

Закон Гука

$$\sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij} = 2G \varepsilon_{ij}; \quad \text{где } \sigma = \frac{1}{3} \sigma_{ii}; \quad \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}), \quad (5)$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$

Дополнительное условие в случае всестороннего сжатия

$$\frac{d\sigma}{d\tau} - k_t \frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0 \quad (6)$$

для стационарного случая

$$\varepsilon_{ii} = 3k_t \sigma; \quad \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}). \quad (7)$$

Уравнение теплопроводности (только для пластины)

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \lambda \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \right) = 0, \quad i = 1, 2, 3. \quad (8)$$

В уравнениях (1)–(8) используется суммирование по повторяющимся индексам,  $\theta$  – температура льда,  $\rho = \rho(\theta)$  – плотность льда,  $G = G(\theta)$  – модуль сдвига льда,  $\sigma_{ij}$  – тензор напряжений,  $\varepsilon_{ij}$  – тензор деформаций,  $v_i, F_i$  – проекции скорости перемещений и удельной объемной силы по координатным осям  $x_i, i = 1, 2, 3$ ,  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности,  $\dot{v}_i = \frac{\partial v_i}{\partial \tau}$ ,  $\tau$  – время деформации.

По краям пластины при необходимости можно задавать условия закрепления уравнением:

$$\sigma_{ij} = -\psi \tau_S \frac{v_{СК}}{|v|}, \quad i, j, k = 1, 2, 3, \quad (9)$$

где  $\tau_S$  – предел текучести на сдвиг материала пластины,  $v_{СК}$  – скорость перемещения пластины относительно основы закрепления,  $\psi$  – коэффициент трения,  $|v|$  – нормирующая скорость.

**Постановка и решение задачи с применением математической модели.** Применение предлагаемой математической модели рассмотрим на примере решение задачи о деформировании упругой изотропной пластины, материал которой – пресный лед. Ледяная пластина претерпевает деформирующее воздействие со стороны ледокольного судна. Ледокольное устройство представляет собой приставку [4] и схематично представлено на рис. 1. В носовой части судна 1 при помощи креплений 2 устанавливаются ледокольную приставку 3, перед которой в ледяном покрове 4 создают

свободную кромку 5. Приставку 3 выполняют в виде плавучей конструкции, в вертикальной плоскости 6 которой устанавливают форштевень 7, наклоненный под углом к горизонтальной поверхности, а по бортам – боковые ножи 8 с углом  $\beta$  и наклоненные к горизонту под таким же, но отрицательным по отношению к форштевню углом. Благодаря такой геометрической форме форштевня и боковым ножам при их контакте со свободной кромкой 5 в ледяном покрове между ножами 8 будут возникать сжимающие усилия 9. При определенном расстоянии  $2b_0$  усилиях 9 это приведет к потере устойчивости формы участка льда 10 и его разрушению. Отломанный участок льда 10 от сплошного льда 4 притопится наклонным днищем приставки 3, и его обломки бортами 11 судна раздвинутся под кромки образовавшегося канала 12.

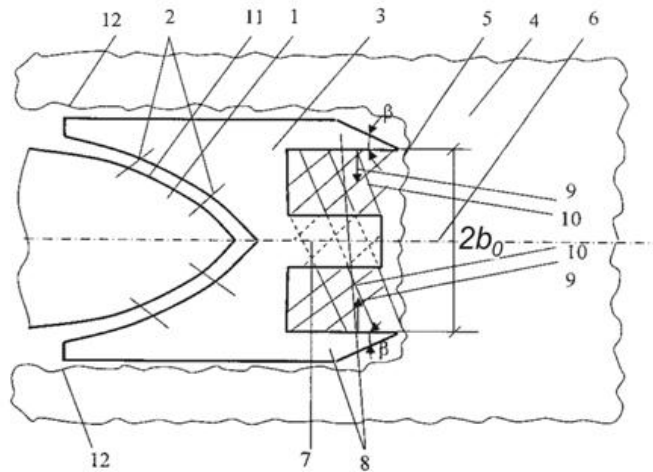


Рис. 1. Схема ледокольного устройства

Известно, что ледяной покров неоднороден из-за условий его формирования и наличия всевозможных включений: пузырьков воздуха, песчинок, камней и др. Сплошным лед также трудно назвать, в нем имеются температурные и деформационные трещины, образующиеся в процессе роста льда и движения ледовых масс. Возникающие в процессе жизненного цикла льда сквозные трещины могут залечиваться, в результате заполнения их водой на 90 % и последующей ее кристаллизации, причем в случае такого восстановления сплошности ледяного покрова прочностные свойства льда возрастают. Достаточно сложно учесть все возможные особенности льда, поэтому при решении задач, связанных с анализом напряженно-деформированного состояния льда, применяют модели упругих изотропных пластин конечной толщины. Предложенную в работе модель упругой изотропной пластины конечной толщины с учетом ее сжимаемости можно применить к решению задачи о деформировании и разрушении льда ледокольной приставкой. Примем, что рассматриваемая ледяная пластина имеет распределение температур по толщине от  $-5^\circ\text{C}$  до  $-30^\circ\text{C}$ , в таком диапазоне температур лед ведет себя упруго. Для решения задачи примем модуль Юнга и коэффициент Пуассона зависимыми от температуры и согласно работам [5], [6] равными соответственно  $E = (87.6 - 0.21\theta - 0.0017\theta^2) 10^2$  МПа,  $\nu = 0.5 + 0.003\theta$ ; коэффициент объемного сжатия ( $k$ ) примем равным  $k = (1 - 2\nu)/E$ , модуль сдвига –  $G = E/2(1 + \nu)$ . В

качестве критических напряжений примем напряжения  $\sigma_{кр}^{рас} = 4$  МПа,  $\sigma_{кр}^{сж} = -8$  МПа, установленные в работе [5]. Процессы, происходящие в материале, из которого выполнены клин и форштевень устройства, не являются объектами исследования в данной работе, поэтому трением на контактных со льдом поверхностях устройства пренебрегаем. Воспользуемся решением уравнения теплопроводности, приведенным в работах [7], [8] с учетом  $\lambda = \lambda_0 (1 + a\theta)$ , где  $a = -0.0159$  град $^{-1}$ .

$$\theta = -\frac{1}{a} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{x_1}{h_0} \left( \frac{2\theta_1}{a} + \theta_1 \right)} \quad (10)$$

Рассмотрим половину области деформирования ледяного покрова в сечении  $Ox_1x_2$ , проходящим вдоль судна. На рис. представлена схема, поясняющая назначение граничных условий для решения указанной задачи.

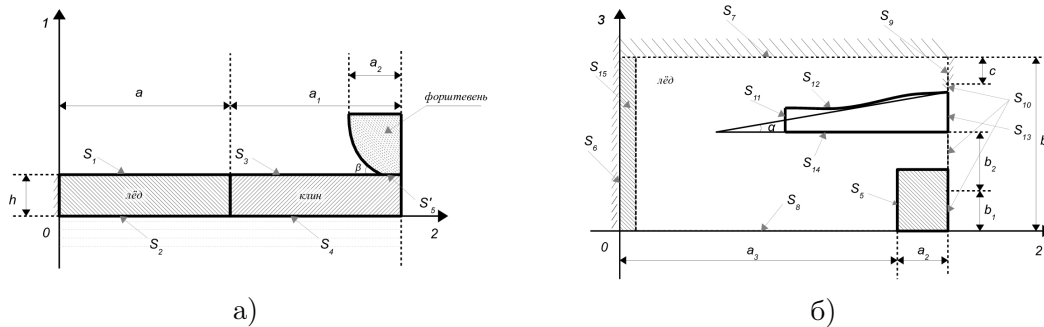


Рис. 2. Схема к расчету деформации ледяной пластины: а) в плоскости  $Ox_1x_2$ ; б) в плоскости  $Ox_2x_3$

В представленной схеме выделены поверхности, характеризующие взаимодействия ледяного покрова с нагрузками и окружающей средой. В плоскости  $Ox_2x_3$  на расстоянии  $h_0$  (толщина ледяного покрова) от нижней плоскости льда определены три области  $S_1, S_3, S_5$ , моделирующие соответственно поверхность взаимодействия льда с атмосферой, поверхность взаимодействия клина с атмосферой, поверхность взаимодействия льда с форштевнем. На поверхности льда, расположенной в плоскости  $Ox_2x_3$ , при  $h_0 = 0$  выделены поверхности  $S_2, S_4$ , характеризующие соответственно взаимодействие нижней поверхности ледяной пластины и нижней поверхности клина с водой. Также выделена поверхность  $S_{15}$  с целью имитации закрепления исследуемой области льда с неподвижным полем ледяного покрова. В плоскости  $Ox_1x_3$  выделен ряд поверхностей, ограничивающих исследуемую область и характеризующих:  $S_6$  – взаимодействие исследуемой области льда и с ледяным полем,  $S_{10}$  – взаимодействие свободного края льда с атмосферой,  $S_{13}$  – взаимодействие рассматриваемой части клина с основной частью ледокольной приставки,  $S_{11}$  – взаимодействие острия клина со льдом,  $S_9$  – взаимодействие исследуемого льда с ледяным полем. В плоскость симметрии смоделирована поверхностью  $S_8$ , поверхность  $S_7$ , расположенная в плоскости  $Ox_1x_2$  на расстоянии  $b$  от плоскости симметрии, характеризует взаимодействие исследуемой ледяной области с неподвижным ледяным полем. Поверхности  $S_{12}, S_{14}$  ограничивают область, моделирующую внедрение инородного льду объекта клиновидной формы, деформационные процессы в области ограниченной поверхностями  $S_{11}, S_{12}, S_{13}, S_{14}$  в рамках данной задачи не исследуются.

Начальные условия задачи:

$$v_i|_{\tau=0} = 0, \quad \varepsilon_{ij}|_{\tau=0} = 0, \quad i, j = 1, 2, 3.$$

Граничные условия задачи, в соответствии с рис. :

$$\begin{aligned} \sigma_{11}|_{S_1} = -p_0; \quad \sigma_{11}|_{S_2} = -(p_0 + \gamma h_0); \quad \sigma_{11}|_{S_i} = 0, \quad i = 1, 2, 3; \\ (\sigma_{12} = \sigma_{13})|_{S_i} = 0, \quad i = 1, 2, 3, 4, 5, 15; \quad \sigma_{22}|_{S_i} = 0, \quad i = 6, 13; \\ (\sigma_{21} = \sigma_{23})|_{S_i} = 0, \quad i = 6, 10, 11, 12, 13, 14; \quad \sigma_{22}|_{S_{10}} = -p_0; \\ \sigma_{22}|_{S_{13}} = 0; \quad (\sigma_{31} = \sigma_{32})|_{S_i} = 0, \quad i = 7, 8, 12, 14; \quad v_1|_{S_5} = -V \operatorname{tg}(\beta); \\ v_1|_{S_{15}} = 0; \quad v_2|_{S_i} = 0, \quad i = 7, 8; \quad v_2|_{S_{11}} = -V; \quad v_2|_{S_9} = 0; \\ v_3|_{S_i} = 0, \quad i = 7, 8, 14; \quad v_3|_{S_{12}} = V \sin(\alpha). \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь  $p_0$  – атмосферное давление;  $\gamma$  – удельный вес льда,  $h_0$  – толщина льда;  $V$  – скорость движения ледокольной приставки;  $\beta$  – угол наклона форштевня относительно верхней поверхности льда, принят равным  $10^\circ$ ;  $\alpha$  – угол острия клина, принят равным  $25^\circ$ .

При решении задачи применялся численный метод [9], в соответствии с которым исследуемая область представляется в виде объемных ортогональных ячеек конечных размеров, количество ячеек – 2500 штук. Для каждой ячейки записывается система уравнений в разностном виде в количестве 7680. Расчетное время одной итерации, произведенной на компьютере с процессором на базе INTEL(R) Core (TM)i5CPU 760@2.80GHz составило 54 с. Для сходимости решения с установленной точностью 0.001 потребовалось 24 итерации на каждом временном шаге. Решение системы уравнений производится по алгоритму, описанному в работах [10], [11], с применением программного продукта [12].

**Результаты исследований.** Исследованию напряженно-деформированного состояния подвергался ледяной покров, находящийся под воздействием ледокольного устройства [2]. Для проведения численных исследований в соответствии со схемой, представленной на рис. , для льда и устройства назначались следующие параметры:  $a$  – 35 м,  $a_1$  – 3 м,  $a_2$  – 1 м,  $a_3$  – 0,03 м,  $b$  – 25.6 м,  $b_1$  – 3 м,  $b_2$  – 1,5 м,  $b_3$  – 0.8 м,  $c$  – 20 м. Скорость устройства задавалась последовательно равной 6 км/ч, 8 км/ч, 10 км/ч. Время всего исследуемого процесса принималось  $\tau = 0,4$  с,  $\Delta\tau = 0,1$  с. Толщина ледяного покрова  $h_0$  принималась равной 0,5 м, так как авторы, предлагающие устройство для разрушения льда, полагают, что данное судно способно преодолеть лед толщиной до 1 метра, причем рабочая толщина должна быть не более 0,5 м.

Устойчивость полученных решений проверялась численно при варьировании задаваемых параметров в пределах 0.01 %. В результате вычислений решения, полученные при задании параметров с погрешностью, и без нее совпали, соответственно получаемые решения можно считать устойчивыми. При проведении вычислений проводился контроль значений касательных напряжений. Расчетные значения касательных напряжений всегда на порядок были меньше нормальных напряжений, поэтому нормальные напряжения принимались главными.

Рассмотрим более подробно результаты численного решения, и определим возможность разрушения льда данным ледокольным судном на основании анализа НДС ледяной пластины, претерпевающей сложное нагружение.

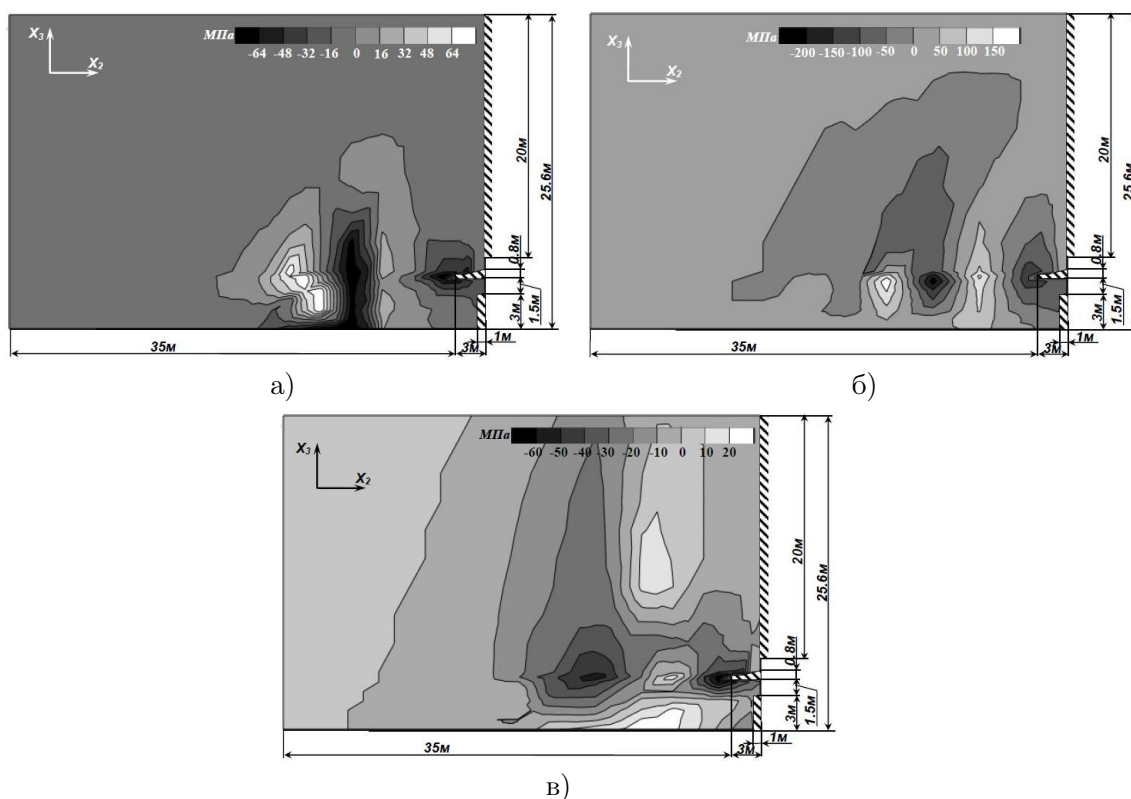


Рис. 3. Схема распределения напряжений  $\sigma_{22}$  в приповерхностных слоях ледяного покрова, находящегося под действием системы нагрузок при скорости движения ледокольного судна  
 а) 6 км/ч; б) 8км/ч; в) 10км/ч

В данной работе рассматривается процесс до зарождения и развития трещин во льду. На рис. приведено распределение напряжений в верхних слоях ледяной пластины, при контакте льда с ледокольным судном при различных скоростях движения судна до момента столкновения со льдом. Сжимающий характер напряжений преимущественно фиксируется в ледяном покрове вдоль прямой движения устройства. Наибольшие сжимающие напряжения  $\sigma_{22}$  характерны для областей, расположенных фронтально от клина. При всех рассматриваемых скоростях движения устройства в ледяном покрове напряжения  $\sigma_{22}$  по всей исследуемой области деформирования распределяются волнообразно и с удалением от устройства – сглаживаются. Волнообразное распределение напряжений  $\sigma_{22}$ , выражающееся в чередовании растягивающих и сжимающих напряжений, при скорости устройства 8 км/ч просматривается наиболее четко, чем при скоростях 6 км/ч и 10 км/ч (рис. , б).

Анализируя рис. и можно с уверенностью утверждать, что в ледяном покрове, находящемся под действием нескольких нагрузок, обеспечиваемых ледокольным устройством, имеется достаточно большое количество областей, в которых напряжения превышают критические. Чередование областей с большими растягивающими и сжимающими напряжениями свидетельствует о том, что ледяная пластина будет активно деформироваться, причем наличие областей с растягивающими напряжениями

в верхних слоях сопровождается наличием сжимающих напряжений на противоположной стороне ледяной пластины. Таким образом, можно утверждать, что в ледяном покрове будет наводиться изгибающий момент, который в свою очередь будет способствовать еще большему деформированию льда, приводящему к нарушению сплошности. В настоящей работе не рассматривается вопрос о возникновении и развитии нарушений сплошности, которые могут приводить лед к разрушению, а также не затрагивается вопрос о перераспределении нагрузок вследствие нарушения сплошности ледяного покрова и его переход в новое устойчивое состояние.

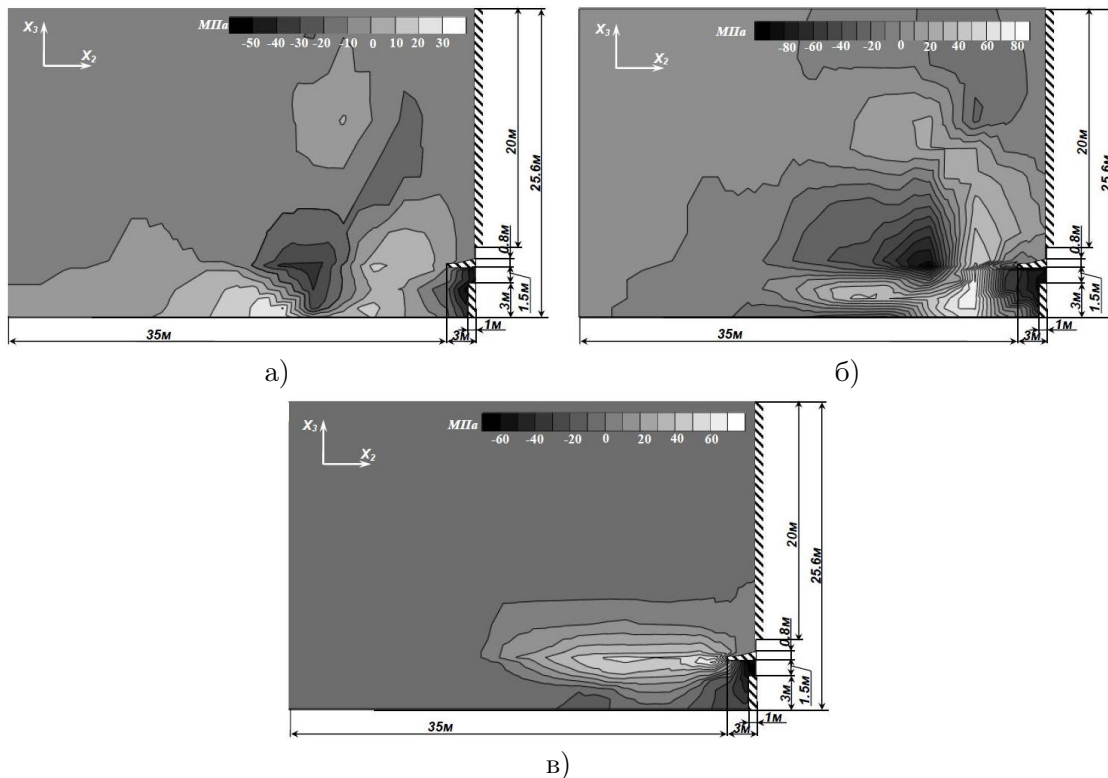


Рис. 4. Схема распределения напряжений  $\sigma_{33}$  в приповерхностных слоях ледяного покрова, находящегося под действием системы нагрузок при скорости движения ледокольного судна  
а – 6 км/ч; б – 8 км/ч; в – 10 км/ч



Наиболее эффектная деформационная картина наблюдается при скорости передвижения устройства 8 км/ч. При скоростях перемещения устройства равных 6 км/ч и 10 км/ч, ледяная пластина, в силу своих физических свойств и инерционности, соответственно успевает перераспределить возникающие в ней напряжения или не успевает отреагировать на нагрузку. Схемы распределения напряжений, представленные на рис. и не противоречат известным положениям о физических и механических свойствах пресного льда.

**Вывод.** Проведенные в работе исследования ледяного покрова, находящегося под действием нескольких нагрузок, с применением разработанной математической модели однородной изотропной пластины конечной толщины, находящейся под действием системы нагрузок, показали пригодность разработанной модели для проведения исследований напряженно-деформированного состояния нагруженных пластин.

Результаты численных исследований показали, что данное ледокольное устройство может быть использовано для разрушения ледяного покрова толщиной 0,5 м, причем оптимальная скорость устройства равна 8 км/ч.

Предложенная математическая модель деформирования системой нагрузок однородной изотропной пластины конечной толщины и результаты исследования напряженно-деформированного состояния ледяного покрова могут быть использованы для разработок инновационных способов разрушения льда и прокладывания судоходных каналов в зимние периоды на реках северных регионов.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Лосет С., Шхинек К., Гудместад О., Хойланд К. Воздействие льда на морские и береговые сооружения. СПб. : Издательство «Лань», 2010. 272 с.
- [2] Козин В. М., Онищук А. В., Марьин Б. Н., Иванов Ю. Л., Повзык Н. Г., Шпорт В. П. Ледоразрушающая способность изгибно-гравитационных волн от движения объектов. Владивосток : Дальнаука, 2005. 191 с.
- [3] Сергеева А. М. Моделирование разрушения ледяного покрова // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2007. № 1. С. 131–137.
- [4] Пат. 2229415 Российской Федерации. Устройство для разрушения ледяного покрова / Горкунов Э. С., Колмогоров В. Л., Козин В. М., Одинокоев В. И. – опубл. 27.05.04.
- [5] Богородский В. В., Гаврило В. П. Физические свойства. Современные методы гляциологии. Л. : Гидрометеиздат, 1980.
- [6] Богородский В. В., Гаврило В. П., Недошивин О. А. Разрушение льда. Методы, технические средства. Л. : Гидрометеиздат, 1983.
- [7] Сергеева А. М., Одинокоев В. И., Марченко О. В. Математическое моделирование процессов деформирования пластины конечной толщины, находящейся под действием системы нагрузок // Приоритеты и научное обеспечение технологического прогресса : сборник статей Международной научно-практической конференции. Уфа : Аэтерна, 2016. С. 100–102.
- [8] Сергеева А. М., Марченко О. В. Применение математической модели деформирования пластины конечной толщины для исследования напряженно-деформированного

состояния ледяного покрова // Инновационные исследования: Проблемы и направления развития : сборник статей Международной научно-практической конференции: в 2 ч. Ч. 1. Уфа : МЦИИ ОМЕГА САЙНС, 2016. С. 8–11.

[9] Одинокое В. И. Численное исследование процесса деформации материалов бескоординатным методом. Владивосток : Дальнаука, 1995. 168 с.

[10] Сергеева А. М., Одинокое В. И., Марченко О. В. Определение напряженно-деформированного состояния ледяного покрова при движении под ним ледокольной приставки // Математическое моделирование. 2009. № 10. С. 47–57.

[11] Сергеева А. М., Марченко О. В. Деформация ледяного покрова под действием атмосферного давления и собственного веса льда // Труды НГТУ им. Р. Е. Алексеева. Н. Новгород : НГТУ им. Р. Е. Алексеева. 2010. № 4 (83). С. 157–165.

[12] Свидетельство № 2007614584 Российская Федерация. Моделирование процесса разрушения ледяного покрова с помощью ледокольной приставки: свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ / Одинокое В. И., Сергеева А. М., Захарова Е. А. – № 2007612232; зарегистрировано в реестре программ для ЭВМ 31.10.2007.

O. V. Marchenko, M. A. Sergeeva

**ABOUT THE PECULIARITIES DEFORMATION OF SEVERE ELASTIC PLATE  
OF FINITE THICKNESS UNDER THE ACTION OF A MOVING LOAD FOR  
EXPLORING OF STRENGTH OF THE ICE COVE**

*Institute of Machinery and Metallurgy of Far Eastern Branch of Russian Academy of Sciences,  
Komsomolsk-on-Amur, Russia*

**Abstract.** The mathematical model has been made with the applying of theory of small elastic strains and well-tested numerical method for research of stress-strain state of elastic isotropic plate of finite thickness under the influence of the system load. The application of the developed model for the analysis of stress-strain state of the ice cover, which undergoes of deformation by the icebreaking device was shown. Also, it shows the suitability of this model for the analysis of the efficiency of ice-breaking ability of devices.

**Keywords:** mathematical model, numerical simulation, complex loading, theory of elasticity, deformation, stress, ice cover.

**REFERENCES**

- [1] Loset S., Shhinek K., Gudmestad O., Hoyland K. Effects of ice on offshore and onshore facilities. – SPb. : "Lan" Publishing House, 2010. 272 p. (in Russian).
- [2] Kozin V. M., Onischuk A. V., Marin B. N., Ivanov Yu. L., Povzyk N. G., Shport V. P. Ice-breaking capacity of flexural-gravity waves on the motion of objects. Vladivostok : Dal'nauka, 2005. 191 p. (in Russian).
- [3] Sergeeva A. M. Modelling of ice cover destruction // Bulletin of the Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Series: Mechanics of Limit State. 2007. № 1. С. 131–137. (in Russian).
- [4] Pat. 2229415 Rossijskoj Federacii. Ustrojstvo dlja razrushenija ledjanogo pokrova / Gorkunov E. S., Kolmogorov V. L., Kozin V. M., Odinkov V. I. – opubl. 27.05.04. (in Russian).
- [5] Bogorodsky V. V., Gavriilo V. P. Physical properties. Modern methods of glaciology. L. : Gidrometeoizdat, 1980. (in Russian).
- [6] Bogorodsky V. V., Gavriilo V. P., Nedoshivin O. A. Destruction of ice. Methods, technical means. L. : Gidrometeoizdat, 1983. (in Russian).
- [7] Sergeeva A. M., Odinkov V. I., Marchenko O. V. Mathematical modeling of the deformation of the plate finite thickness under the action of loads system // Priorities and scientific support for technological progress : collection of articles of the International Scientific-Practical conference. Ufa : Aeterna, 2016. P. 100–102. (in Russian).
- [8] Sergeeva A. M., Marchenko O. V. The application of mathematical model of deformation of the plate of finite thickness for the study of stress-strain state of ice

---

*Marchenko Olesya Vladimirovna*

e-mail: olemarchenko@yandex.ru, Post Graduate Student, Institute of Machinery and Metallurgy of Far Eastern Branch of Russian Academy of Sciences, Komsomolsk-on-Amur, Russia.

*Sergeeva Anastasiya Mikhailovna*

e-mail: serg-nasty@mail.ru, Candidate of Phys. & Math., Deputy Director for Research, Institute of Machinery and Metallurgy of Far Eastern Branch of Russian Academy of Sciences, Komsomolsk-on-Amur, Russia.

cover // Innovative research: Problems and development trends : articles collection of the International scientific-practical conference. In 2 ps. P. 1. Ufa : LLC "OMEGA SCIENCE" , 2016. P. 8–11. (in Russian).

[9] Odínokov V. I. Numerical research of the deformation of materials with coordinate-free method. Vladivostok : Dal'nauka, 1995. 168 p. (in Russian).

[10] Sergeeva A. M., Odínokov V. I., Marchenko O. V. Investigation of ice cover deflected mode due to ice breaking device moving under it // Matematicheskoe Modelirovanie. 2009. № 10. C.47–57. (in Russian).

[11] Sergeeva A. M., Marchenko O. V. Deformation of ice under the influence of atmospheric pressure and its own weight ice // Transactions of NNSTU n.a. R. E. Alekseev. Nizhny Novgorod: NNSTU n.a. R. E. Alekseev, 2010. № 4 (83). P. 157–165. (in Russian).

[12] Svidetel'stvo № 2007614584 Rossijskaja Federacija. Modelirovanie processa razrushenija ledjanogo pokrova s pomoshh'ju ledokol'noj pristavki: svidetel'stvo ob oficial'noj registracii programmy dlja JeVM / Odínokov V. I., Sergeeva A. M., Zaharova E. A. – № 2007612232; zaregistrovano v reestre programm dlja JeVM 31.10.2007. (in Russian).