Вестник ЧГПУ им. И. Я. Яковлева
Серия: Механика предельного состояния. 2016. № 4 (30). С. 114–124

В. Н. Орлов[1,2], *П. В. Хмара*[2]

ИССЛЕДОВАНИЕ ОДНОГО НЕЛИНЕЙНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ В ОБЛАСТИ АНАЛИТИЧНОСТИ И В ОКРЕСТНОСТИ ПОДВИЖНОЙ ОСОБОЙ ТОЧКИ

[1] *ГПА (филиал) «КФУ им. В. И. Вернадского», г. Ялта, Россия*

[2] *Чувашский государственный педагогический университет им. И. Я. Яковлева, г. Чебоксары, Россия*

Аннотация. Нелинейные дифференциальные уравнения имеют особенности, которые не позволяют использовать классическую теорию линейных дифференциальных уравнений. Наличие подвижных особых точек актуализируют разработку своей теории. В связи с этим имеются публикации, посвященные основным задачам (теоремам существования и единственности решения нелинейных дифференциальных уравнений), и новый подход к их доказательству, который позволяет использовать эти результаты в решении всех задач, возникающих в аналитическом приближенном методе решения нелинейных дифференциальных уравнений. В данной работе представлено обобщение на комплексную область ранее полученных результатов в вещественной области.

Ключевые слова: теорема существования и единственности, аналитическое приближенное решение, подвижная особая точка, априорная погрешность, комплексная область.

УДК: 517.95:515.172.22

При разработке аналитического приближенного метода решения нелинейных дифференциальных уравнений необходим третий вариант теорем существования [1] и новый подход в доказательстве теорем существования, метод мажорант не к правой части дифференциального уравнения, как это дается в классической теореме Коши, а к самому решению исходного нелинейного дифференциального уравнения. В этом

Орлов Виктор Николаевич
`e-mail:` orlowvn@rambler.ru, доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой математики, теории и методики обучения математике, ГПА (филиал) «КФУ им. В. И. Вернадского», г. Ялта, Россия; Чувашский государственный педагогический университет им. И. Я. Яковлева, г. Чебоксары, Россия.
Хмара Павлина Васильевна, магистр 2 года обучения, ГПА (филиал) «КФУ им. В. И. Вернадского», г. Ялта, Россия.

Поступила 12.10.2016

случае получаем теорему существования, относящуюся к третьему варианту приведенной классификации. Такой подход позволяет решить задачи, составляющие основу приближенного метода решения нелинейных дифференциальных уравнений с подвижными особыми точками:

1. Доказательство теорем существования решения нелинейного дифференциального уравнения для области аналитичности и окрестности подвижной особой точки.

2. Построение аналитического приближенного решения, как в области аналитичности, так и в окрестности подвижной особой точки, в случае точных значений начальных условий и подвижной особой точки.

3. Исследование влияния возмущения начальных условий и подвижной особой точки на аналитическое приближенное решение, как в вещественной, так и в комплексной областях.

4. Получение точных границ для аналитического приближенного решения в окрестности возмущенного значения подвижной особой точки.

5. Получение точных критериев существования подвижной особой точки, как в вещественной [2], так и комплексной областях.

6. Разработка алгоритма и программного обеспечения для нахождения подвижной особой точки с заданной точностью на основе разработанной математической теории.

Рассматривается задача Коши

$$y''' = y^4(z) + r(z), \tag{1}$$

$$y(z_0) = y_0, \quad y'(z_0) = y_1, \quad y''(z_0) = y_2. \tag{2}$$

Ранее были доказаны теоремы существования и единственности решения в области аналитичности [3] и в окрестности подвижной особой точки [4]. При обобщении на комплексную область получаем следующие теоремы.

Теорема 1. Пусть выполняются условия:

1) $r(z) \in C^1$ в области $|z - z_0| < \rho_1, \quad \rho_1 = const$;

2) $\exists M_1 : \left|\dfrac{r^{(n)}(z_0)}{n!}\right| \le M_1$, где $n = 0, 1, ...$

Тогда $y(z)$ — решение задач (1) и (2), является аналитической функцией $y(z) = \sum\limits_{n=0}^{\infty} C_n (z - z_0)^n$ в области

$$|z - z_0| < \rho_2,$$

где

$$\rho_2 = \min\left\{\frac{\rho_{1,1}}{M+1}\right\}, M = maZ\left\{|y_0|, |y_1|, |y_2|, \sup_n \left|\frac{r^{(n)}(z_0)}{n!}\right|\right\}.$$

Доказательство. На основании условий теоремы функцию $r(z)$ представляем в виде регулярного ряда:

$$r(z) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n (z - z^*)^n. \tag{3}$$

Ищем решение уравнения (1), удовлетворяющее условию (2), в виде

$$y\left(z\right)=\left(z-z^{*}\right)^{\rho}\sum_{n=0}^{\infty}C_{n}\left(z-z^{*}\right)^{n}. \tag{4}$$

Подставляем (3) и (4) в уравнение (1):

$$\sum_{n=3}^{\infty}C_{n}n\left(n-1\right)\left(n-2\right)\left(z-z_{0}\right)^{n-3}=$$
$$=\sum_{n=3}^{\infty}C_{n}^{**}\left(z-z_{0}\right)^{n}+\sum_{n=0}^{\infty}A_{n}\left(z-z_{0}\right)^{n}. \tag{5}$$

Из (5) следует:

$$C_{n}\left(n-1\right)\left(n-2\right)\left(n-3\right)=C_{n-3}^{**}+A_{n-3},\forall n=4,5,6... \tag{6}$$

Выражение (6) позволяет однозначно определить все выражения коэффициентов C_n:

$$C_3=\frac{1}{6}\left(C_0^4+A_0\right);\quad C_4=\frac{1}{24}\left(4C_0^3C_1+A_1\right);\quad C_5=\frac{1}{60}\left(4C_0^3C_2+6C_0^2C_1^2+A_2\right)\text{ и т. д.,}$$

где $C_0=y\left(z\right)$, $C_1=y'\left(z\right)$, $C_2=y''\left(z\right)$.

С помощью программного обеспечения на ПК получены аналитические выражения коэффициентов C_n.

На основании выражений коэффициентов C_n строим гипотезу их оценок

$$\left|C_n\right|\le\frac{1}{n\left(n-1\right)\left(n-2\right)}\left(M+1\right)^{n+1},\forall n\ge 3. \tag{7}$$

Докажем методом математической индукции нашу гипотезу. Из рекуррентного соотношения (6) следует:

$$\begin{aligned}
&\left|C_{n+1}\right|\le\frac{1}{\left(n+1\right)n\left(n-1\right)}\left|C_{n-2}^{**}+A_{n-2}\right|\le\\
&\le\frac{1}{\left(n+1\right)n\left(n-1\right)}\left|\sum_{i=0}^{n-2}C_i^{*}C_{n-i-2}^{*}+A_{n-2}\right|\le\\
&\le\frac{1}{\left(n+1\right)n\left(n-1\right)}\left|\sum_{i=0}^{n-2}\left(\sum_{k=0}^{i}C_kC_{i-k}\cdot\sum_{k=0}^{n-i-2}C_kC_{n-i-k-2}\right)+A_{n-2}\right|\le\\
&\le\frac{1}{\left(n+1\right)n\left(n-1\right)}\left(M+1\right)^{n+2}.
\end{aligned}$$

На основании достаточного признака сходимости формально построенный регулярный ряд будет сходиться:

$$\left|z-z_0\right|<\frac{1}{\left(M+1\right)}.$$

Аналогичным образом получаем обобщение на комплексную область и теоремы существования и единственности решения в окрестности подвижной особой точки.

Теорема 2. Пусть выполняются условия:

1) z^{*} – подвижная особая точка задачи (1) и (2);

2) $r\left(z\right)\in C^{1}$ в $\left|z-z^{*}\right|<\rho_1,\rho_1=const$;

3) $\exists M_1 : \left| \frac{r^{(n)}(z^*)}{n!} \right| \leq M_1, \quad M_1 = const.$

Тогда решение задачи Коши (1), (2) является мероморфной функцией

$$y(x) = (z - z^*)^{-1} \sum_{n=0}^{\infty} C_n (z - z^*)^n \tag{8}$$

в области

$$|z - z^*| < \rho_2,$$

где

$$\rho_2 = \min \left\{ \rho_1, \frac{1}{\sqrt[4]{M+1}} \right\}, \quad M = maZ \left\{ |y_0|, |y_1|, |y_2|, \sup_n \left| \frac{r^{(n)}(z^*)}{n!} \right| \right\}.$$

Доказательство. На основании условий теоремы функцию $r(x)$ представляем в виде регулярного ряда:

$$r(z) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n (z - z^*)^n. \tag{9}$$

Ищем решение уравнения (1), удовлетворяющее условие (2), в виде

$$y(z) = (z - z^*)^{\rho} \sum_{n=0}^{\infty} C_n (z - z^*)^n. \tag{10}$$

Подставляем (9) и (10) в уравнение (1):

$$\sum_{n=0}^{\infty} C_n (n+\rho)(n+\rho-1)(n+\rho-2)(z-z^*)^{n+\rho-3} =$$
$$= \sum_{n=0}^{\infty} C_n^{**} (z-z^*)^{n+4\rho} + \sum_{n=0}^{\infty} A_n (z-z^*)^n.$$

Из последнего следует:

1) $n + \rho - 3 = n + 4\rho$;

2) $C_n (n-1)(n-2)(n-3) = C_n^{**}, \quad \forall n = 1, 2, 3;$

$$C_n (n-1)(n-2)(n-3) = C_n^{**} + A_{n-4}, \quad \forall n = 4, 5, 6.... \tag{11}$$

Первое соотношение определяет значение $\rho = -1$, а второе позволяет однозначно определить все выражения коэффициентов C_n:

$$C_0 = \sqrt[3]{-6}; \quad C_1 = 0; \quad C_2 = 0; \quad C_3 = 0; \quad C_4 = \frac{1}{30} A_0; \quad C_5 = \frac{1}{48} A_1 \text{ и т. д.}$$

С помощью специализированного программного обеспечения получаем аналитические выражения коэффициентов C_n.

На основании выражений коэффициентов C_n строим гипотезу их оценок

$$
\begin{aligned}
&|C_{4m}| \le \frac{1}{(4m-1)(4m-2)(4m-3)}(M+1)^m,\\
&|C_{4m+1}| \le \frac{1}{4m(4m-1)(4m-2)}(M+1)^m,\\
&|C_{4m+2}| \le \frac{1}{(4m+1)4m(4m-1)}(M+1)^m,\\
&|C_{4m+3}| \le \frac{1}{(4m+2)(4m+1)4m}(M+1)^m.
\end{aligned}
$$

Методом математической индукции докажем нашу гипотезу для коэффициента C_{4m+4}.

Из рекуррентного соотношения (11) следует:

$$
\begin{aligned}
&|C_{4m+4}| = \frac{1}{(4m+3)(4m+2)(4m+1)}\left|C_{4m}^{**} + A_{4m-4}\right| =\\
&= \frac{1}{(4m+3)(4m+2)(4m+1)}\left|\sum_{k=0}^{4m}\left(\sum_{i=0}^{k} C_i C_{k-i}\right)\left(\sum_{j=0}^{4m-k} C_j C_{4m-k-j}\right) + A_{4m-4}\right| \le\\
&\le \frac{1}{(4m+3)(4m+2)(4m+1)}\cdot\\
&\cdot\left|\sum_{k=0}^{4m}\left(\sum_{i=0}^{k}\frac{(M+1)^{\frac{i}{4}}}{(i+1)(i+2)(i+3)}\right)\left(\frac{(M+1)^{\frac{k}{4}-\frac{i}{4}}}{(k-i+1)(k-i+2)(k-i+3)}\right)\cdot\right.\\
&\cdot\left(\sum_{j=0}^{4m-k}\frac{(M+1)^{\frac{j}{4}}}{(j+1)(j+2)(j+3)}\frac{(M+1)^{m-\frac{k}{4}-\frac{j}{4}}}{(4m-k-j+1)(4m-k-j+2)(4m-k-j+3)}\right)+\\
&\left.+|M|\right| \le \frac{1}{(4m+3)(4m+2)(4m+1)}(M+1)^{m+1}.
\end{aligned}
$$

Аналогичным образом доказываются оценки для коэффициентов C_{4m+1}, C_{4m+2}, C_{4m+3}.

Так как

$$
\begin{aligned}
&\sum_{n=0}^{\infty} C_n (z-z^*)^{n-1} = \sum_{n=0}^{\infty} C_{4m}(z-z^*)^{4m-1} +\\
&+\sum_{n=0}^{\infty} C_{4m+1}(z-z^*)^{4m} + \sum_{n=0}^{\infty} C_{4m+2}(z-z^*)^{4m+1} + \sum_{n=0}^{\infty} C_{4m+3}(z-z^*)^{4m+2},
\end{aligned}
$$

а каждый из рядов в правой части последнего равенства имеет область сходимости на основании достаточного признака сходимости

$$|z-z^*| < \frac{1}{\sqrt[4]{M+1}}.$$

Следовательно, ряд в (10) будет иметь ту же область сходимости.

На основании теорем 1 и 2 строим приближенные решения задачи (1) — (2) в области аналитичности и в окрестности подвижной особой точки соответственно.

Теорема 3. Пусть выполняются пункты 1 и 2 теоремы 1, тогда для приближенного решения

$$y_N = \sum_{n=0}^{N} C_n \left|z - z_0\right|^n$$

справедлива оценка погрешности

$$\Delta y_N(z) \leq \frac{(M+1)^{N+2} \left|z - z_0\right|^{N+1}}{(N+1) N (N-1) (1 - |z - z_0|)}$$

в области

$$|z - z_0| < \rho_1,$$

где

$$\rho_1 = \min\left\{\rho_0, \frac{1}{M+1}\right\}, \quad M = \max\left\{|y_0|, |y_1|, |y_2|, \left|\frac{r^{(n)}(z_0)}{n!}\right|\right\}, \quad N \geq 2.$$

Доказательство (на основании классического подхода):

$$\begin{aligned} \Delta y_N(z) &= |y(z) - y_N(z)| = \\ &= \left|\sum_0^\infty C_n (z - z_0)^n - \sum_0^N C_n (z - z_0)^n\right| = \\ &= \left|\sum_{N+1}^\infty C_n (z - z_0)^n\right|. \end{aligned} \tag{12}$$

С учетом оценки для коэффициентов C_n (7), из (12) следует:

$$\begin{aligned} \Delta y_N(x) &= \left|\sum_{N+1}^\infty C_n (z - z_0)^n\right| \leq \\ &\leq \frac{(M+1)^{N+2} |z - z_0|^{N+1}}{(N+1) N (N-1)} \cdot \frac{1}{(1 - |z - z_0|)}, \end{aligned}$$

где $N \geq 2$.

На основании достаточного признака сходимости степенных рядов получаем область справедливости теоремы 2

$$|z - z_0| < \rho_1, \quad \rho_1 = \min\left\{\rho_0, \frac{1}{M+1}\right\}.$$

Пример:

$$y''' = y^4(z) + z^2, \quad y(1,1 + 0,1i) = 0,5, \quad y'(1,1 + 0,1i) = 1, \quad y''(1,1 + 0,1i) = 1,5.$$

Расчеты представлены в таблице 1.

Таблица 1

Приближенное решение и его характеристика в области аналитичности

z	$1,2+0,2i$
$y_3(z)$	$1,07+1,23i$
$\Delta y_3(z)$	0,004717
$\Delta_1 y_3(z)$	0,001

где $y_3(z)$ – структура приближения, $\Delta y_3(z)$ – априорная погрешность, $\Delta_1 y_3(z)$ – апостериорная погрешность.

Апостериорная оценка позволяет оптимизировать структуру приближенного решения. В нашем случае для $\varepsilon = 0,001$ получаем значение $N = 6$. Слагаемые в структуре приближенного решения с 4 по 6 не превышают требуемой точности. Таким образом, получаем, что в структуре приближенного решения при $N = 3$ погрешность решения не будет превышать $\varepsilon = 0,001$.

В окрестности подвижной особой точки, в случае комплексной области, следующая теорема определяет структуру аналитического приближенного решения.

Теорема 4. Пусть выполняются условия 1 — 3 теоремы 2, тогда для приближенного решения задачи (1) и (2)

$$y_N(x) = (z-z^*)^{-1}\sum_{n=0}^{N} C_n (z-z^*)^n,$$

в области

$$|z-z^*| < \rho_2$$

справедлива оценка погрешности

$$\Delta y_N(z) \le \frac{(M+1)^{(N+1)/4}|z-z^*|^{N/4-0,75}}{1-(M+1)|z-z^*|}\left(\frac{1}{N(N-1)(N-2)}+\right.$$
$$\left.+\frac{1}{(N+1)N(N-1)}+\frac{1}{(N+2)(N+1)N}+\frac{1}{(N+3)(N+2)(N+1)}\right),$$

где

$$\rho_2 = \min\left\{\rho_1, \frac{1}{\sqrt[4]{M+1}}\right\}, \quad M = \max\left\{|y_0|, |y_1|, |y_2|, \sup_n \left|\frac{r^{(n)}(z^*)}{n!}\right|\right\}.$$

Доказательство.

$$\Delta y_N(z) = |y(z) - y_N(z)| = \left|\sum_{n=0}^{\infty} C_n (z-z^*)^{n-1} - \sum_{n=0}^{d} C_n (z-z^*)^{n-1}\right| =$$
$$= \left|\sum_{n=N+1}^{\infty} C_n (z-z^*)^{n-1}\right|.$$

Рассмотрим случай $N+1 = 4m$.

$$\begin{aligned}
&\Delta y_N(z) = \left|\sum_{n=4m}^{\infty} C_n (z-z^*)^{n-1}\right| = \\
&= \Big| C_{4m}(z-z^*)^{m-1} + C_{4m+1}(z-z^*)^{m-1} + C_{4m+2}(z-z^*)^{m-1} + \\
&+ C_{4m+3}(z-z^*)^{m-1} + C_{4m+4}(z-z^*)^{m-1} + C_{4m+5}(z-z^*)^{m-1} + \\
&+ C_{4m+6}(z-z^*)^{m-1} + C_{4m+7}(z-z^*)^{m-1} + C_{4m+8}(z-z^*)^{m-1} + \ldots \Big| = \\
&= \Big| \Big(C_{4m}(z-z^*)^{m-1} + C_{4m+4}(z-z^*)^{m} + C_{4m+8}(z-z^*)^{m+1} + \ldots \Big) + \\
&+ \Big(C_{4m+1}(z-z^*)^{m-1} + C_{4m+5}(z-z^*)^{m} + C_{4m+9}(z-z^*)^{m+1} + \ldots \Big) + \\
&+ \Big(C_{4m+2}(z-z^*)^{m-1} + C_{4m+6}(z-z^*)^{m} + C_{4m+10}(z-z^*)^{m+1} + \ldots \Big) + \\
&+ \Big(C_{4m+3}(z-z^*)^{m-1} + C_{4m+7}(z-z^*)^{m} + C_{4m+11}(z-z^*)^{m+1} + \ldots \Big) \Big| .
\end{aligned}$$

С учетом оценок для коэффициентов получаем:

$$\begin{aligned}
&\Delta y_N(z) \le \left| \frac{(M+1)^m (z-z^*)^{m-1}}{(4m-1)(4m-2)(4m-3)} + \frac{(M+1)^{m+1}(z-z^*)^m}{4m(4m-1)(4m-2)} + \ldots \right| + \\
&+ \left| \frac{(M+1)^m (z-z^*)^{m-1}}{4m(4m-1)(4m-2)} + \frac{(M+1)^{m+1}(z-z^*)^m}{(4m+1)4m(4m-1)} + \ldots \right| + \\
&+ \left| \frac{(M+1)^m (z-z^*)^{m-1}}{(4m+1)4m(4m-1)} + \frac{(M+1)^{m+1}(z-z^*)^m}{(4m+2)(4m+1)4m} + \ldots \right| + \\
&+ \left| \frac{(M+1)^m (z-z^*)^{m-1}}{(4m+2)(4m+1)4m} + \frac{(M+1)^{m+1}(z-z^*)^m}{(4m+3)(4m+2)(4m+1)} + \ldots \right|
\end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned}
&\frac{(M+1)^{(N+1)/4}\,|z-z^*|^{N/4-0{,}75}}{1-(M+1)\,|z-z^*|} \left(\frac{1}{N(N-1)(N-2)} + \right. \\
&\left. + \frac{1}{(N+1)N(N-1)} + \frac{1}{(N+2)(N+1)N} + \frac{1}{(N+3)(N+2)(N+1)} \right).
\end{aligned}$$

Аналогичным образом получаем выражение оценок в случаях $N+1=4m+1$, $N+1=4m+2$, $N+1=4m+3$ для $N \ge 3$. На основании достаточного признака сходимости степенных рядов получаем, что оценки погрешности приближенного решения будут справедливы в области

$$|z-z^*| < \frac{1}{\sqrt[4]{M+1}}.$$

Численный эксперимент требует знания подвижных особых точек, а это является следующей задачей, требующей решения.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Орлов В. Н. Метод приближенного решения первого, второго дифференциальных уравнений Пенлеве и Абеля. М. : МПГУ, 2013. 174 с.

[2] Орлов В. Н., Хмара П. В., Сейтвелиева Т. Б. Необходимые и достаточные условия существования подвижных особых точек одного класса нелинейных дифференциальных уравнений // Нелинейный мир. 2016. Т. 14. № 5. С. 31–35.

[3] Орлов В. Н., Хмара П. В., Хоменко Е. С. Теорема существования и единственности решения нелинейного дифференциального уравнения третьего порядка нормальной формы полиномиальной структуры четвертой степени в области аналитичности // Международное научное периодическое издание по итогам междунар. науч.-практ. конф. «Новая наука: стратегии и вектор развития» (Стерлитамак, 19 декабря 2015 г.). Стерлитамак : РИЦ АМИ, 2015. С. 35–38.

[4] Орлов В. Н., Хмара П. В. Теорема существования и единственности решения нелинейного дифференциального уравнения третьего порядка нормальной формы полиномиальной структуры четвертой степени в окрестности подвижной особой точки // Международное научное периодическое издание по итогам международной. науч.-практ. конф. (Уфа, 29–30 декабря 2015 г.). Уфа: РИО ИЦИПТ, 2015. С. 103–106.

[5] Орлов В. Н., Хмара П. В., Хоменко Е. С. О приближенном решении нелинейного дифференциального уравнения третьего порядка в области аналитичности // Тенденции развития высшего образования в новых условиях : материалы научно-практической конференции, Ялта (28–29 апреля 2016 г.). Ялта : РИО ГПА, 2016. С. 196–198.

[6] Орлов В. Н., Хмара П. В., Хоменко Е. С. Аналитическое приближенное решение нелинейного дифференциального уравнения в области аналитичности // Проблемы современного педагогического образования. Серия: Педагогика и психология. Ялта : РИО ГПА, 2016. Вып. 51. Ч. 1. С. 158–165.

[7] Орлов В. Н., Хмара П. В. О приближенном решении нелинейного дифференциального уравнения третьего порядка в окрестности подвижной особой точки // Тенденции развития высшего образования в новых условиях: Материалы научно-практической конференции, Ялта (28–29 апреля 2016 г.). Ялта : РИО ГПА, 2016. С. 133–134.

[8] Орлов В. Н., Хмара П. В. Аналитическое приближенное решение нелинейного дифференциального уравнения в окрестности подвижной особой точки // Проблемы современного педагогического образования. Серия: Педагогика и психология. Ялта : РИО ГПА, 2016. Вып. 51. Ч. 1. С. 152–158.

[9] Орлов В. Н., Хмара П. В., Сейтвелиева Т. Б. О точных критериях существования подвижных особых точек одного класса нелинейных дифференциальных уравнений // Информационные системы и технологии в моделировании и управлении : сборник материалов всероссийской научно-практической конференции (23–24 мая 2016 г.) / отв. секретарь Н. Н. Олейник. Симферополь : ИТ “АРИАЛ”, 2016. С. 136–139.

V. N. Orlov[1,2], *P. V. Khmara*[1]

INVESTIGATION OF A NONLINEAR DIFFERENTIAL EQUATION IN THE DOMAIN OF ANALYTICITY AND IN THE VICINITY OF MOVABLE SINGULARITIES

[1]*Humanitarian and Pedagogical Academy (branch) of V. I. Vernadsky Crimean Federal University, Yalta, Russia*

[2]*I. Yakovlev Chuvash State Pedagogical University, Cheboksary, Russia*

Abstract. Nonlinear differential equations have features that do not allow the use of the classical theory of linear differential equations. The presence of movable singular points actualize the development of the theory. In this respect, there are publications devoted to the major problems (theorems of existence and uniqueness of nonlinear differential equations' solutions), and a new approach to their proof, which allows the use of these results in the solution of all the problems arising in the analytical method of nonlinear differential equations' approximate solution. This paper presents a generalization to the complex domain, previous results in the real domain.

Keywords: existence and uniqueness theorem, analytic approximate solution, movable singular point, priori uncertainty, complex region.

REFERENCES

[1] Orlov V. N. Metod priblizhennogo reshenija pervogo, vtorogo differencial'nyh uravnenij Penleve i Abelja. M. : MPGU, 2013. 174 s. (in Russian).

[2] Orlov V. N., Hmara P. V., Sejtvelieva T. B. Neobhodimye i dostatochnye uslovija sushhestvovanija podvizhnyh osobyh tochek odnogo klassa nelinejnyh differencial'nyh uravnenij // Nelinejnyj mir. 2016. T. 14. № 5. S. 31–35. (in Russian).

[3] Orlov V. N., Hmara P. V., Homenko E. S. Teorema sushhestvovanija i edinstvennosti reshenija nelinejnogo differencial'nogo uravnenija tret'ego porjadka normal'noj formy polinomial'noj struktury chetvertoj stepeni v oblasti analitichnosti // Mezhdunarodnoe nauchnoe periodicheskoe izdanie po itogam mezhdunar. nauch.-prakt. konf. Novaja nauka : strategii i vektor razvitija (Sterlitamak, 19 dekabrja 2015 g.). Sterlitamak : RIC AMI, 2015. S. 35–38. (in Russian).

[4] Orlov V. N., Hmara P. V. Teorema sushhestvovanija i edinstvennosti reshenija nelinejnogo differencial'nogo uravnenija tret'ego porjadka normal'noj formy polinomial'noj struktury chetvertoj stepeni v okrestnosti podvizhnoj osoboj tochki // Mezhdunarodnoe nauchnoe periodicheskoe izdanie po itogam mezhdunarodnoj. nauch.-prakt. konf. (Ufa, 29–30 dekabrja 2015 g.). Ufa : RIO ICIPT, 2015. S. 103–106. (in Russian).

[5] Orlov V. N., Hmara P. V., Homenko E. S. O priblizhennom reshenii nelinejnogo differencial'nogo uravnenija tret'ego porjadka v oblasti analitichnosti // Tendencii razvitija

Orlov Viktor Nikolaevich, Dr. Sci. Phys. & Math., Theory and Methods of Teaching Mathematics, Humanitarian and Pedagogical Academy (branch) of V. I. Vernadsky Crimean Federal University, Yalta, Russia; Professor at the Department of Mathematical Analysis, Algebra and Geometry of I. Y. Yakovlev Cheboksary State Pedagogical University, Cheboksary, Russia.

Hmara Pavlina Vasil'evna, 2^{nd} Year Graduate Student, Humanitarian and Pedagogical Academy (branch) of V. I. Vernadsky Crimean Federal University, Yalta, Russia.

vysshego obrazovanija v novyh uslovijah: materialy nauchno-prakticheskoj konferencii, Jalta (28–29 aprelja 2016 g.). Jalta : RIO GPA, 2016. S. 196–198. (in Russian).

[6] Orlov V. N., Hmara P. V., Homenko E. S. Analiticheskoe priblizhennoe reshenie nelinejnogo differencial'nogo uravnenija v oblasti analitichnosti // Problemy sovremennogo pedagogicheskogo obrazovanija. Seriya: Pedagogika i psihologija. Jalta : RIO GPA, 2016. Vyp. 51. Ch. 1. S. 158–165. (in Russian).

[7] Orlov V. N., Hmara P. V. O priblizhennom reshenii nelinejnogo differencial'nogo uravnenija tret'ego porjadka v okrestnosti podvizhnoj osoboj tochki // Tendencii razvitija vysshego obrazovanija v novyh uslovijah : Materialy nauchno-prakticheskoj konferencii, Jalta (28–29 aprelja 2016 g.). Jalta : RIO GPA, 2016. S. 133–134. (in Russian).

[8] Orlov V. N., Hmara P. V. Analiticheskoe priblizhennoe reshenie nelinejnogo differencial'nogo uravnenija v okrestnosti podvizhnoj osoboj tochki // Problemy sovremennogo pedagogicheskogo obrazovanija. Seriya: Pedagogika i psihologija. Jalta : RIO GPA, 2016. Vyp. 51. Ch. 1. S. 152–158. (in Russian).

[9] Orlov V. N., Hmara P. V., Sejtvelieva T. B. O tochnyh kriterijah sushhestvovanija podvizhnyh osobyh tochek odnogo klassa nelinejnyh differencial'nyh uravnenij // Informacionnye sistemy i tehnologii v modelirovanii i upravlenii: sbornik materialov vserossijskoj nauchno-prakticheskoj konferencii (23–24 maja 2016 g.) / otv. sekretar' N. N. Olejnik. Simferopol' : IT "ARIAL", 2016. S. 136–139. (in Russian).