

А. Н. Спорыхин

## ОБ ОДНОМ ВОПРОСЕ В ТЕОРИИ АНИЗОТРОПНЫХ ПЛАСТИЧЕСКИХ ТЕЛ

Воронежский государственный университет, г. Воронеж, Россия

**Аннотация.** На примере обобщенной модели анизотропного пластического тела показано, что ассоциированная несжимаемость имеет место, когда в частице сплошной среды константы анизотропии равны по величине в направлении нормальных составляющих компонент тензора напряжений.

**Ключевые слова:** пластичность, анизотропия, несжимаемость

УДК: 539.375

Известно [1], что если во время процесса пластического деформирования сохраняется свойство изотропии материала, то следствием ассоциированного закона пластического деформирования, в частности, идеально пластических сред, является пластическая несжимаемость. Очевидно, что существует большое число естественных и искусственных материалов, которые во время пластического деформирования изменяют структуру, что во многом определяет их физические свойства, к которым относится и "приобретенная" анизотропия. Пусть при этом при процессе пластического деформирования выполняется условие

$$f = \sum_{i,j=1}^3 A_{ij} S_{ij} S_{ij} - k^2 = 0, \quad S_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij}, \quad (1)$$

которому удовлетворяет напряженное состояние и, кроме этого, имеет место ассоциированный закон для компонент тензора скоростей пластических деформаций  $e_{ij}^p$ , представляющийся формулами вида

$$e_{ij}^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}. \quad (2)$$

Согласно (1) соотношения (2) принимают вид

$$e_{ij}^p = 2\lambda A_{ij} S_{ij}, \quad (\sum i, j = 1, 2, 3), \quad (3)$$

---

© Спорыхин А. Н., 2017  
Спорыхин Анатолий Николаевич  
e-mail: ansrog@mail.ru, доктор физико-математических наук, профессор, Воронежский государственный университет, г. Воронеж, Россия.

Поступила 09.09.2017

где  $\lambda$  -- положительная скалярная величина,  $A_{ij}$  -- константы анизотропии. В силу инвариантности физических законов относительно выбора системы координат, следует, что  $A_{ij}$  являются компонентами тензора второго ранга, которые характеризуют свойства данной среды. В классическом случае (выполняется закон парности  $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ ) число независимых компонент, характеризующих анизотропию пластической среды, становится равным 6. Таким образом, конкретизация модели анизотропного пластического тела определяется заданием числовых значений  $A_{ij}$ .

В случае изотропного пластического тела  $A_{ij} \equiv 1$ . Из соотношений (3) следует

$$e_{ii}^p = 2\lambda A_{ii} S_{ii}, \quad (\sum i = 1, 2, 3). \quad (4)$$

Откуда

$$e_{11}^p + e_{22}^p + e_{33}^p = J_1(e_{ij}^p) = 2\lambda (A_{11} S_{11} + A_{22} S_{22} + A_{33} S_{33}). \quad (5)$$

Таким образом, в случае анизотропной среды, когда при пластическом деформировании напряженное состояние удовлетворяет условию текучести (1), имеет место ассоциированная сжимаемость, так как согласно (5)

$$J_1(e_{ij}^p) \neq 0. \quad (6)$$

Равенство

$$J_1(e_{ij}^p) = 0. \quad (7)$$

имеет место, если

$$A_{11} = A_{22} = A_{33} = A. \quad (8)$$

То есть, когда константы анизотропии пластической среды одинаковы по величине в направлении нормальных составляющих компонент тензора напряжений в частице. Таким образом, только при такой "симметрии" свойств анизотропии имеет место ассоциированная несжимаемость. В случае изотропного пластического деформирования  $A_{11} = A_{22} = A_{33} = 1$  и, очевидно,  $J_1(e_{ij}^p) = 0$ . Таким образом, приходим к следствию в классическом случае -- пластической несжимаемости [1]. Заметим, что свойство необратимой сжимаемости (6) имеет место и для пластических материалов, изначально анизотропных при условии (1).

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Ивлев Д. Д. Теория идеальной пластичности. М.: Наука, 1966. 231 с.

A. N. Sporykhin

**ABOUT ONE PROBLEM IN ANISOTROPIC PLASTIC SOLID THEORY**

*Voronezh State University, Voronezh, Russia*

**Abstract.** We used generalized model of anisotropic plastic solid. It was argued that associated incompressibility in the element of continuum occurs when anisotropy constants are equal in the direction of normal components of stress tensor.

**Keywords:** plasticity, anisotropy, incompressibility.

**REFERENCES**

- [1] Ivlev D. D. Teoriya ideal'noy plastichnosti. M.: Nauka, 1966. 231 s. (in Russian)