

Вестник ЧГПУ им. И. Я. Яковлева

Серия: Механика предельного состояния. 2014. № 3 (21). С. 119–130

---

А. В. Бураков, О. Р. Дорняк, В. Ф. Лазукин

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГИДРОРЕЗАНИЯ МОНОЛИТНОГО ЦЕМЕНТОБЕТОННОГО ПОКРЫТИЯ

Военно-воздушная академия им. проф. Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина

Воронежская государственная лесотехническая академия

**Аннотация.** Гидрорезание – один из современных методов, применяемых для эффективного удаления разрушенных участков аэродромных покрытий. Для выбора рациональных режимов гидрорезания необходимо исследование комплекса сложных взаимосвязанных явлений.

В рамках механики многофазных систем предложена математическая модель напряженно-деформированного состояния аэродромного цементобетонного покрытия при воздействии на его поверхность высокоскоростной гидроструи. Материал покрытия рассматривается как двухфазная среда. Предложенная модель позволяет прогнозировать область разрушения цементобетонного покрытия. В квазистационарном приближении для случая плоского деформированного состояния получено аналитическое решение, определяющее глубину разрушения изотропного материала в зависимости от давления и диаметра струи, а также от значений предела прочности покрытия на сжатие и расширение. Предложена эмпирическая формула, устанавливающая значение глубины разрушения покрытия при заданной скорости подачи гидроструи.

Обоснован удобный для практических расчетов способ оценки глубины разрушения аэродромного покрытия при гидрорезании.

**Ключевые слова:** гидрорезание, разрушение покрытия, математическое моделирование.

УДК: 539.422.5:623.687

**Введение.** Повреждения цементобетонных аэродромных покрытий, как правило, имеют локальный характер. При производстве эксплуатационного ремонта поврежденный верхний слой удаляется на требуемую глубину с применением различных технологий. Помимо традиционных методов удаления разрушенного покрытия с помощью фрез, перфораторов, пневмоломтков, металлических щеток, бетоноломных установок для этих целей используют метод гидрорезания, который позволяет эффективно удалить покрытие за счет энергии высокоскоростной гидроструи (рис. 1). Для выбора рациональных режимов гидрорезания необходимо исследование комплекса сложных взаимосвязанных явлений [1], [2], [3], [4]. В данной работе предложена математическая модель процесса гидрорезания, позволяющая оценить глубину разрушения материала покрытия. Рассмотрен способ гидрорезания, обоснованный в [3], при котором разрушение покрытия происходит под воздействием двух высокоскоростных жидкостных струй. Первая струя имеет скорость до 100 м/с, она предназначена для насыщения водой пористой структуры цементобетона и снижения его прочностных характеристик. Вторая гидроструя, действующая уже на насыщенный водой материал аэродромного покрытия в интервале скоростей от 100 м/с до 800 м/с, осуществляет сам процесс гидрорезания.

---

Поступила 18.07.2014

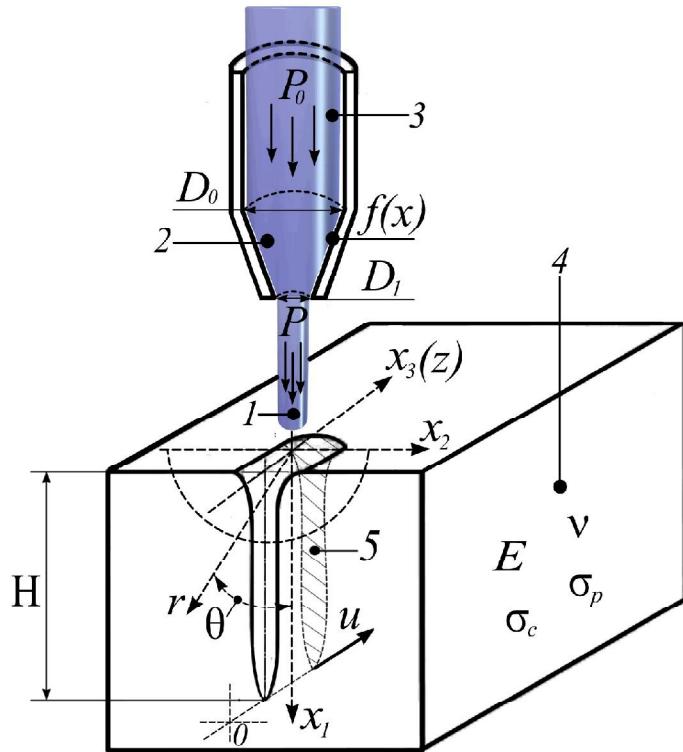


Рис. 1. Схема гидрорезания монолитного цементобетонного аэродромного покрытия.

- 1 – высокоскоростная жидкостная струя; 2 – сопловое устройство гидрорежущего инструмента;  
3 – подводящий гидроканал высокого давления; 4 – цементобетон;  
5 – контур фронта гидрорезания

Анализ научных исследований, проведенный в [5], [6], показал, что результат процесса гидрорезания твердых материалов, в том числе цементобетонов различных марок, зависит от большого числа параметров. В их числе:

– *гидродинамические параметры* – давление потока жидкости (воды) в подводящем гидроканале перед сопловым устройством  $P_0$  и давление потока жидкости на выходе из соплового устройства  $P$ ;

– *геометрические параметры* – форма образующей поверхности внутреннего профиля струеформирующего соплового устройства гидрорежущего инструмента  $f(x)$ ; диаметр входного и выходного отверстия соплового устройства  $D_0$  и  $D_1$ ;

– *физико-механические и структурные характеристики цементобетонного аэродромного покрытия* – пределы прочности при различных видах нагружения, в частности, при сжатии и растяжении –  $\sigma_c$  и  $\sigma_p$ ; реологические параметры, например модуль Юнга  $E$  и коэффициент Пуассона  $\nu$ ; пористость; удельная поверхность; гранулометрический состав твердого заполнителя цементобетонной смеси и другие;

– *параметры производительности* – скорость подачи струи  $u$  и другие.

**Математическая модель.** Цементно-бетонное покрытие, подвергаемое разрушению, представляет собой композиционный, в общем случае, анизотропный материал, обладающий сложной пористой структурой. Данный материал может рассматриваться как многокомпонентная гетерофазная система. Предполагается, что газообразная фаза заранее вытеснена и

пористая система материала насыщена жидкостью (водой). Далее жидккая фаза обозначена как первая, а твердая фаза – как вторая. Твердая фаза неоднородна по составу. В рассматриваемом случае ее основной компонентой является цементный камень.

Примем, что для материала аэродромного покрытия при его механическом взаимодействии с высокоскоростной гидроструей справедливы допущения механики гетерофазных систем, принятые в [7]. Считается, что размер включений в рассматриваемой системе много больше молекулярно-кинетических размеров; размер неоднородностей много меньше расстояний, на которых макроскопические и усредненные параметры фаз системы меняются существенно (вне поверхностей разрыва); микродеформации и смещения второй (твердой) фазы малы; малы изменения и осцилляции истинной плотности твердой фазы; пренебрежимо малы кинетическая энергия пульсационного движения и пульсационной перенос импульса в обеих фазах; пренебрежимо мал усредненный тензор вязких напряжений в жидкой фазе, то есть вязкость жидкости учитывается только при межфазном взаимодействии. В рамках сделанных допущений возможен переход от уравнений сохранения для микроскопических параметров к уравнениям для усредненных по объемам фаз макроскопических параметров. Такой подход в создании математических моделей позволяет последовательно учесть различное механическое поведение отдельных фаз и особенности их взаимодействия.

Запишем уравнения сохранения массы и количества движения для жидкой и твердой фазы, следуя [7]:

$$\frac{\partial(\rho_1^0 \alpha_1)}{\partial t} + \nabla^k (\rho_1^0 \alpha_1 \langle v_1'^k \rangle_1) = 0, \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1; \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho_2^0 \alpha_2)}{\partial t} + \nabla^k (\rho_2^0 \alpha_2 \langle v_2'^k \rangle_2) = 0, \quad (2)$$

$$\alpha_1 \rho_1^0 \left[ \frac{\partial \langle \vec{v}_1' \rangle_1}{\partial t} + \langle v_1'^k \rangle_1 \nabla^k \langle \vec{v}_1' \rangle_1 \right] = -\nabla(\alpha_1 \langle p_1' \rangle_1) - \vec{R}_{12} + \alpha_1 \rho_1^0 \vec{g}, \quad (3)$$

$$\alpha_2 \rho_2^0 \left[ \frac{\partial \langle \vec{v}_2' \rangle_2}{\partial t} + \langle v_2'^k \rangle_2 \nabla^k \langle \vec{v}_2' \rangle_2 \right] = -\nabla(\alpha_2 \langle p_2' \rangle_2) + \nabla^k \vec{\sigma}_f^k + \vec{R}_{12} + \alpha_2 \rho_2^0 \vec{g}, \quad (4)$$

где  $\alpha$  – объемная концентрация фазы;  $t$  – время, с;  $\rho_1^0, \rho_2^0$  – истинные плотности воды и твердой фазы, кг/м<sup>3</sup>;  $\vec{v}$  – скорость, м/с;  $g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>;  $\vec{R}_{12}$  – сила взаимодействия фаз 1 и 2, Н;  $p$  – давление, Па;  $\sigma_f$  – эффективный тензор напряжений, характеризующий прочность структурного каркаса, Па. Нижний индекс 1 относится к первой (жидкой) фазе, 2 – ко второй (твердой) фазе. Верхний индекс  $k$  – номер компоненты вектора. Символ  $\langle \phi_i' \rangle_i$  обозначает усредненное по объему  $i$ -ой фазы значение микроскопической переменной  $\phi_i'$ , определенной в  $i$ -ой фазе.

Силы  $\vec{R}_{12}$ , характеризующие интенсивность сопротивления фильтрационному переносу в пористой системе материала, можно выразить согласно закону Дарси следующим образом:

$$\vec{R}_{12} = -\vec{R}_{21} = \frac{\mu_1}{K} \alpha_1 (\langle \vec{v}_1' \rangle_1 - \langle \vec{v}_2' \rangle_2), \quad (5)$$

где  $\mu_1$  – вязкость жидкости, Па·с;  $K$  – коэффициент проницаемости, м<sup>2</sup>.

Для замыкания уравнений (1)–(5) необходимо записать реологическое уравнение рассматриваемой насыщенной дисперсной системы.

Полный тензор напряжений материала  $\sigma^{kl}$  выражается через усредненные тензоры напряжений в жидкой и твердой фазах:

$$\sigma^{kl} = \alpha_1 (\langle \sigma_1'^{kl} \rangle_1 + \alpha_2 \langle \sigma_2'^{kl} \rangle_2). \quad (6)$$

Макродеформации материала складываются из деформаций структурного каркаса  $\varepsilon_f^{kl}$  и деформаций материала зерен, из которых сформирован каркас  $\langle \varepsilon_2'^{kl} \rangle_2$ :

$$\varepsilon_2^{kl} = \varepsilon_f^{kl} + \langle \varepsilon_2'^{kl} \rangle_2. \quad (7)$$

В предположении малых деформаций микрообъемов твердой фазы в качестве тензора макродеформаций твердой фазы примем, следуя [7],

$$\varepsilon_2^{kl} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \langle h_2'^l \rangle_2}{\partial x^k} + \frac{\partial \langle h_2'^k \rangle_2}{\partial x^l} \right), \quad (8)$$

где  $\langle h_2'^k \rangle_2$  – среднее смещение элементарного макрообъема твёрдой фазы в направлении  $x^k$ , при этом:

$\frac{\partial \langle h_2'^k \rangle_2}{\partial t} \approx v_2^k = \langle v_2'^k \rangle_2 (\langle v_2'^k \rangle_2 - \text{усреднённая скорость элементарного макрообъема твердой фазы в проекции на ось } x^k)$ .

Предположим, что деформации материала зерен структурного каркаса являются упругими, т.е.

$$\langle \varepsilon_2'^{kl} \rangle_2 = \Pi_S^{ijkl} \langle \sigma_2'^{ij} \rangle_2, \quad (9)$$

где  $\Pi_S^{ijkl}$  – тензор податливости материала зерен структурного каркаса, Па<sup>-1</sup>.

Связь деформаций и напряжений структурного каркаса аналогична:

$$\varepsilon_2^{kl} = \Pi_f^{ijkl} \sigma_f^{ij}, \quad (10)$$

где  $\Pi_f^{ijkl}$  – тензор податливости структурного каркаса, Па<sup>-1</sup>.

Учитывая, что

$$\sigma_f^{kl} = \sigma^{kl} + \langle p'_1 \rangle_1 \delta^{kl}, \quad (11)$$

используя (6), (9)–(10), можно получить реологическое уравнение двухфазной насыщенной анизотропной среды в виде

$$\varepsilon_2^{kl} = \Pi_S^{ijkl} \frac{\sigma^{ij} + \alpha_1 p_1 \delta^{ij}}{\alpha_2} + \Pi_f^{ijkl} (\sigma^{ij} + p_1 \delta^{ij}). \quad (12)$$

В случае если среда изотропна, каждый из тензоров податливости имеет две независимые компоненты, которые можно выразить через значения модуля упругости  $E_k$ , модуля сдвига  $G_k$  или коэффициента Пуассона  $\nu_k$  ( $k = f, s$ , индексы  $f$  и  $s$  относятся к структурному каркасу и к материалу зерен соответственно):

$$\varepsilon^{11} = \frac{1}{E_S} \frac{\sigma^{11} + \alpha_1 p_1}{\alpha_2} - \frac{\nu_S}{E_S} \frac{\sigma^{22} + \sigma^{33} + 2\alpha_1 p_1}{\alpha_2} + \frac{1}{E_f} (\sigma^{11} + p_1) - \frac{\nu_f}{E_f} (\sigma^{22} + \sigma^{33} + 2p_1); \quad (13)$$

$$\varepsilon^{22} = \frac{1}{E_S} \frac{\sigma^{22} + \alpha_1 p_1}{\alpha_2} - \frac{\nu_S}{E_S} \frac{\sigma^{11} + \sigma^{33} + 2\alpha_1 p_1}{\alpha_2} + \frac{1}{E_f} (\sigma^{22} + p_1) - \frac{\nu_f}{E_f} (\sigma^{11} + \sigma^{33} + 2p_1);$$

$$\varepsilon^{33} = \frac{1}{E_S} \frac{\sigma^{33} + \alpha_1 p_1}{\alpha_2} - \frac{\nu_S}{E_S} \frac{\sigma^{11} + \sigma^{22} + 2\alpha_1 p_1}{\alpha_2} + \frac{1}{E_f} (\sigma^{33} + p_1) - \frac{\nu_f}{E_f} (\sigma^{11} + \sigma^{22} + 2p_1);$$

$$\varepsilon^{12} = \frac{1}{2} \left[ \frac{G_S}{\alpha_2} + G_f \right] \sigma^{12}; \quad \varepsilon^{13} = \frac{1}{2} \left[ \frac{G_S}{\alpha_2} + G_f \right] \sigma^{13};$$

$$\varepsilon^{23} = \frac{1}{2} \left[ \frac{G_S}{\alpha_2} + G_f \right] \sigma^{23}; \quad G_k = 2 \frac{1 + \nu_k}{E_k}, k = s, f.$$

Пусть начальное состояние исследуемой двухфазной среды соответствует условиям равновесия, так что обе фазы находятся в покое относительно условно неподвижной системы отсчета:

$$\langle h_1'^k \rangle_1 = 0; \quad \langle h_2'^k \rangle_2 = 0; \quad \langle v_1'^k \rangle_1 = 0; \quad \langle v_2'^k \rangle_2 = 0; \quad k = 1, 2, 3. \quad (14)$$

Концентрации жидкой и твердой фаз в начальный момент полагаем заданными:

$$\alpha_1(0, x_1, x_2, x_3) = \alpha_{10}(x_1, x_2, x_3); \quad \alpha_2|_{t=0} = 1 - \alpha_1. \quad (15)$$

Начальное условие для давления жидкой фазы  $p_1$  может быть определено с учетом того, что эта величина зависит от концентрации свободной и связной воды в дисперсном материале [8].

Предположим, что слой покрытия, разрушающийся путем гидрорезания, имеет достаточно большую глубину и может рассматриваться как полупространство  $x_1 > 0$ . Силы давления, распределенные по поверхности контакта струи и полупространства, заменим приближенно сосредоточенной силой  $\vec{F}$ , приложенной в начале координат, величина которой равна

$$F = P\pi d^2/4, \quad (16)$$

где  $d$  – диаметр зоны контакта струи и поверхности, мм.

Будем считать, что остальная часть поверхности полупространства свободна от напряжений:

$$\sigma^{ij} = 0 \quad \text{при } x_3 \neq 0; \quad x_2 \neq 0; \quad x_1 = 0. \quad (17)$$

Сформулированная система уравнений (1)–(5), (8), (13), дополненная начальными и граничными условиями (14)–(17), определяет напряженно-деформируемое состояние капиллярно-пористой насыщенной среды при сделанных допущениях.

Решение поставленной начально-краевой задачи позволяет определить динамику изменения напряженно-деформированного состояния изучаемой дисперсной системы под воздействием ударного нагружения, которое может привести к разрушению материала. В качестве критерия разрушения применительно к цементобетонному покрытию воспользуемся критерием Друкера-Прагера:

$$\sqrt{J_2} = A + BI_1; \quad A = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_c \sigma_p}{\sigma_p + \sigma_c}; \quad B = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_p - \sigma_c}{\sigma_p + \sigma_c}, \quad (18)$$

где  $I_1, J_2$  – первый и второй инварианты тензора напряжений и девиатора тензора напряжений, МПа;  $\sigma_c, \sigma_p$  – пределы прочности материала на одноосное сжатие и растяжение, МПа.

**Анализ математической модели.** Выполним оценки скорости распространения продольной и поперечной волн в материале цементобетона как в упругом пространстве. Из опытов и оценок [3] установлено, что глубина разрушения цементобетона аэродромного покрытия  $l_{\text{хар}} \sim 0,2$  м достигается за время большее, чем  $t_{\text{проц}} \sim 10^{-3}$  с. Значения коэффициента Пуассона, модуля упругости и плотности бетонов изменяются в следующих диапазонах:  $\nu = 0,1 \div 0,26$ ;  $E = (1 \div 2,7) \cdot 10^4$ , МПа;  $\rho = (1,8 \div 2,5) \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>. Вычисляя величины скорости распространения продольной и поперечной волны в соответствии с выражениями

$$v_p = \sqrt{\frac{2E}{\rho} \frac{(1-\nu)}{(1+\nu) \cdot (1-2\nu)}}; \quad v_S = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}}, \quad (19)$$

можно сделать вывод, что длительность процесса воздействия гидроструи на материал существенно больше, чем характерное время распространения возмущений  $t_{\text{проц}} \gg \max(l_{\text{хар}} / \nu_p, l_{\text{хар}} / v_S)$ . Таким образом, исследуемый процесс взаимодействия гидроструи и материала покрытия можно рассматривать как квазистационарный и в синтезированной математической

модели в первом приближении пренебречь влиянием инерциальных сил. Полагая пренебрежимо малым также вклад объемных сил, из уравнений (34) получаем уравнения равновесия для двух фаз материала в виде

$$-\nabla(\alpha_1 \langle p'_1 \rangle_1) - \frac{\mu_1 \alpha_1 \langle \vec{v}'_1 \rangle_1}{K} = 0, \quad (20)$$

$$\nabla(\alpha_1 \langle p'_1 \rangle_1) + \frac{\mu_1 \alpha_1 \langle \vec{v}'_1 \rangle_1}{K} + \nabla^k \vec{\sigma}^k = 0. \quad (21)$$

Складывая почленно уравнения (20)–(21), получаем уравнение равновесия среды, записанное для вектора полного напряжения  $\vec{\sigma}^k$ :

$$\nabla^k \vec{\sigma}^k = 0. \quad (22)$$

Ограничимся двумерным приближением – случаем плоского деформированного состояния ( $\varepsilon_{33}=0$ ). Уравнение (19) при сформулированных условиях имеет аналитическое решение [9]. Выражения для компонент тензора напряжений, вызванных нормальной силой  $F$ , действующей на плоской границе полубесконечного тела, в таком случае подчиняются простому радиальному распределению напряжений (рис. 1):

$$\sigma_{rr} = -\frac{2F}{\pi} \cdot \frac{\cos \theta}{r}; \quad \sigma_{\theta\theta} = 0; \quad \sigma_{r\theta} = 0; \quad \sigma_{rz} = 0; \quad \sigma_{zz} = \frac{a_1 \sigma_{rr} + a_2 \langle p'_1 \rangle_1}{a_3 + a_4 \langle p'_1 \rangle_1}, \quad (23)$$

$$a_1 = \frac{\nu_S}{\alpha_2 E_S} + \frac{\nu_f}{E_f}; \quad a_2 = 2 \left( \frac{\alpha_1 \nu_S}{\alpha_2 E_S} + \frac{\nu_f}{E_f} \right); \quad a_3 = \frac{1}{\alpha_2 E_S} + \frac{1}{E_f}; \quad a_4 = \left( \frac{\alpha_1}{\alpha_2 E_S} + \frac{1}{E_f} \right).$$

В данном случае величина  $F$  (Н/м) имеет значение  $F=Pd$ .

На основе решения (23) и критерия разрушения (17) можно получить уравнение для определения границы разрушенной зоны:

$$\frac{1}{6} [\sigma_{rr}^2 + \sigma_{zz}^2 + (\sigma_{rr} - \sigma_{zz})^2] = A^2 + \frac{2}{3} AB(\sigma_{rr} + \sigma_{zz}) + \frac{B^2}{9}(\sigma_{rr} + \sigma_{zz})^2. \quad (24)$$

Отметим, что если до разрушения материала покрытия  $\alpha_1 \cong const$ , и жидкость практически несжимаема  $\rho_1^0 \cong const$ , то из уравнения неразрывности следует

$$\nabla^k (\langle \vec{v}'_1 \rangle_1) = 0. \quad (25)$$

Если течение жидккой фазы осуществляется преимущественно вдоль оси  $x_1$ , имеем

$$\langle v'_1 \rangle_1 = const = v_{10},$$

и из (19) следует

$$\frac{\partial \langle p'_1 \rangle_1}{\partial r} = -\frac{\mu_1}{K} v_{10}.$$

Оценивая  $v_{10} = \sqrt{p_{10}/\rho_1^0}$ , имеем выражение для давления жидккой фазы, необходимое для вычисления нормальной компоненты тензора полных напряжений материала  $\sigma_{zz}$  в (23):

$$\langle p'_1 \rangle_1 = p_{10} - \frac{\mu_1}{K} \sqrt{\frac{p_{10}}{\rho_1^0}} r. \quad (26)$$

Уравнение для определения зоны разрушения (24) является в общем случае нелинейным. Если  $\sigma_{zz} \ll \sigma_{rr}$ , то это уравнение принимает вид:

$$\frac{1}{3} \sigma_{rr}^2 = A^2 + \frac{2}{3} AB\sigma_{rr} + \frac{B^2}{9} \sigma_{rr}^2. \quad (27)$$

Используя (22) и (23), получаем аналитическое выражение для оценки глубины слоя  $H$ , разрушающего гидроструеей, положив  $\theta=0$ :

$$H = \frac{2P_d}{3\pi} \frac{B + \sqrt{3}}{A}. \quad (28)$$

Глубина разрушающего слоя, таким образом, зависит от давления и диаметра струи, а также от параметров критерия прочности.

Для практической оценки длительности операции оконтуривания области, запланированной для ремонта, необходимо учесть влияние скорости подачи струи на глубину разрушения цементобетонного покрытия. Данная задача может быть решена путем введения в выражение (23) уточняющей эмпирической функции  $f(u)$ :

$$H = \frac{2Pd}{3\pi} \frac{B + \sqrt{3}}{A} f(u). \quad (29)$$

Убывающая функция  $f(u)$  должна быть определена на основе опытных данных процесса гидорезания материала при различных скоростях подачи струи.

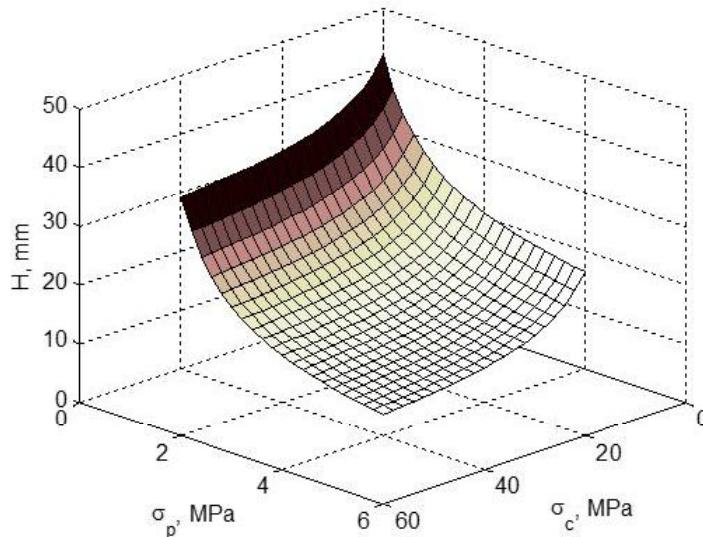


Рис. 2. Зависимость глубины разрушенного слоя  $H$ , мм от значений пределов прочности материала покрытия на растяжение и сжатие при  $Pd=0.3 \cdot 10^6$  Н/м

Рис. 2 иллюстрирует влияние прочностных параметров на глубину разрушения цементобетонного покрытия, определяемое формулой (23). Значения пределов прочности при растяжении и сжатии выбраны в диапазонах, которые характерны для увлажненных тяжелых бетонов классов В5 – В40 [10]. Как видно из рис. 2, зависимость глубины разрушения покрытия от прочностных характеристик в рассматриваемом процессе гидорезания является нелинейной. Снижение пределов прочности приводит к росту толщины слоя покрытия с разрушенной структурой, причем влияние предела прочности при растяжении  $\sigma_p$  более существенно, чем при сжатии  $\sigma_c$ .

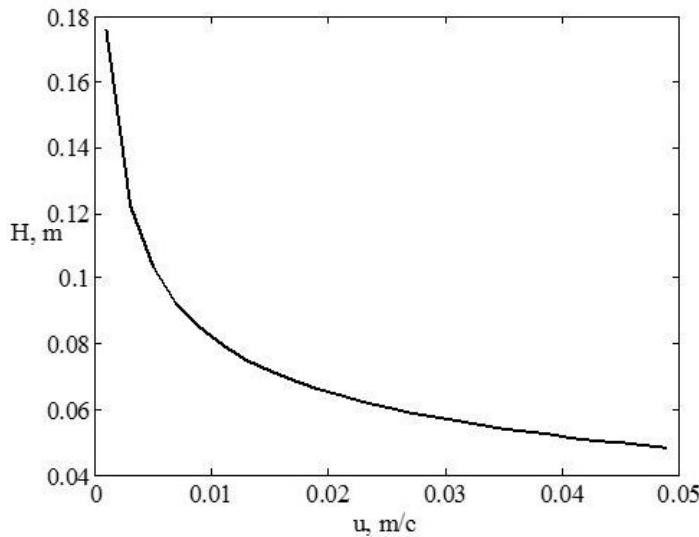


Рис. 3. Зависимость глубины разрушенного слоя  $H$ , м от скорости подачи гидроструи для  $\sigma_c=30$  МПа,  $Pd=0.8 \cdot 10^6$  Н/м

Эмпирическая функция, дающая поправку, связанную с перемещением струи, рассчитана по данным опытов [4], проведенных для горных пород – кристаллического сланца, известняка, песчаника. Предел прочности при сжатии этих материалов составляет 33.5, 68.8, 88.2 МПа соответственно. В работе [4] представлены экспериментальные данные для глубины прорезаемой щели в зависимости от разрушающейся породы, а также параметров струи, в том числе от диаметра. Автор [4] представил данные о нелинейной зависимости глубины разрушения от диаметра струи. На рис. 3 представлен результат расчета глубины разрушения покрытия в зависимости от скорости подачи струи. Расчет проведен по формуле, следующей из (24) с учетом известного соотношения между пределами прочности –  $\sigma_p/\sigma_c = 0.1$ . В этом случае

$$H = \frac{8}{\pi} \frac{Pd}{\sigma_c} f(u). \quad (30)$$

Аппроксимация данных [4] на основе (25) при  $d=4 \cdot 10^{-4}$  м дает расчетную формулу вида

$$H = 0.00134 \frac{P}{\sigma_c u^{0.331}}. \quad (31)$$

Здесь  $u$  имеет размерность м/с.

Очевидна линейная зависимость толщины разрушающего слоя от безразмерного отношения  $P/\sigma_c$  (рис. 4). Рис. 5 иллюстрирует вклад двух факторов – скорости подачи и предела прочности на сжатие (связанного с пределом прочности на растяжение, как указано выше) – в увеличение глубины разрушения цементобетонного покрытия.

#### Выходы.

- Предложена оригинальная математическая модель динамического воздействия гидроструи на насыщенную капиллярно-пористую систему аэродромного покрытия, позволяющая определить глубину его разрушения.
- В квазистационарном приближении для случая плоской деформации получено аналитическое решение, позволяющее выполнять оценку глубины разрушения цементобетонного покрытия в зависимости от давления и диаметра струи и прочностных характеристик материала при растяжении и сжатии.

3. На основе аналитического решения предложена новая эмпирическая формула, уточняющая глубину разрушения покрытия за счет учета скорости подачи гидроструи.

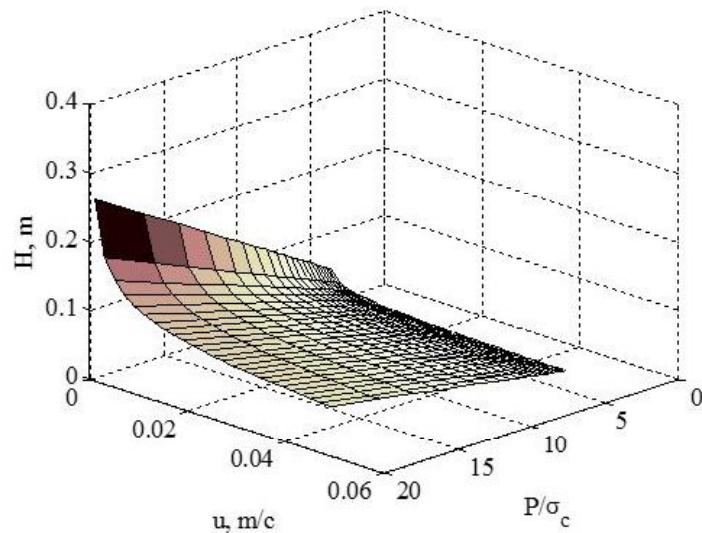


Рис. 4. Зависимость глубины разрушенного слоя  $H$ , м от скорости подачи гидроструи и отношения давления гидроструи у поверхности к пределу прочности при сжатии для  $d=0.4 \cdot 10^3$  м

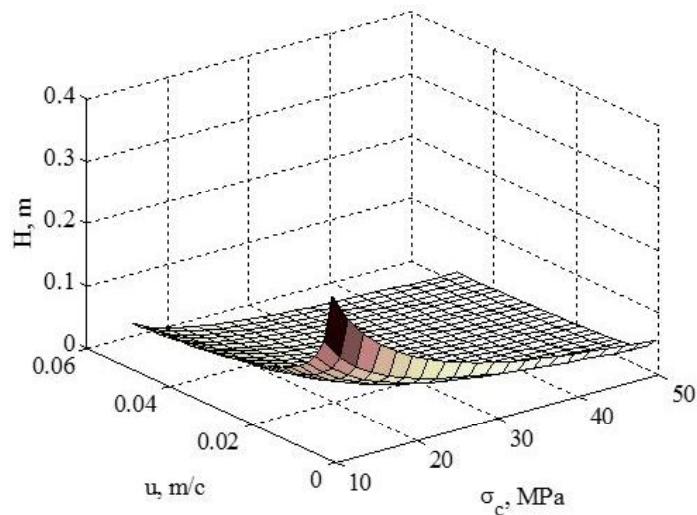


Рис. 5. Зависимость глубины разрушенного слоя  $H$ , м от значений скорости подачи гидроструи и предела прочности материала покрытия на сжатие при  $Pd = 0.8 \cdot 10^6$  Н/м

**ЛИТЕРАТУРА**

- [1] Тихомиров, Р. А. Гидрорезание неметаллических материалов / Р. А. Тихомиров, В. С. Гуенко. – Киев : Техника, 1984. – 150 с.
- [2] Ерухимович, Ю. Э. Математическое моделирование и совершенствование метода расчета эффективности процесса резания горных пород гидроабразивным инструментом : автореф. дис. канд. техн. наук : 05.05.06 / Ю. Э. Ерухимович. – Тула, 1999. – 16 с.
- [3] Andreas, W. Hydrodemolition of Concrete Surfaces and Reinforced Concrete Structures / W. Andreas. – Germany: Faculty of Geo – Resources and Materials Technology Aachen University, 2005. – 270 p.
- [4] Поляков, А. В. Разработка метода расчета эффективности процесса резания горных пород струями воды сверхвысокого давления и обоснование параметров устройства для их получения применительно к проходческим комбайнам : автореф. дис. канд. техн. наук : 05.05.06 / А. В. Поляков. – Тула, 2006. – 16 с.
- [5] Бураков, А. В. Методы прогнозирования гидрорезания материалов / А. В. Бураков, О. Р. Дорняк, В. Ф. Лазукин, А. А. Хатунцев // Сборник статей по материалам докладов XXIII межвузовской НПК "Перспектива-2013". Проблемы и технологии инженерно-аэродромного обеспечения войск. ВУНЦ ВВС "ВВА". – Воронеж, 2013. – С. 44–53.
- [6] Бураков, А. В. Детерминированная математическая модель формирования высокоэнергетического жидкостного потока в сопловом устройстве гидрорежущего инструмента / А. В. Бураков, О. Р. Дорняк, В. Ф. Лазукин, А. А. Хатунцев // Сборник статей по материалам докладов XXIII межвузовской НПК "Перспектива-2013". Проблемы и технологии инженерно-аэродромного обеспечения войск. ВУНЦ ВВС "ВВА". – Воронеж, 2013. – С. 53–58.
- [7] Нигматулин, Р. И. Основы механики гетерогенных сред / Р. И. Нигматулин. – М. : Наука, 1978. – 336 с.
- [8] Дорняк, О. Р. Тепломассоперенос в ненасыщенных коллоидных капиллярно-пористых анизотропных материалах : автореф. дис. ... д-р техн. наук : 01.04.14 / О. Р. Дорняк. – Воронеж, 2007. – 32 с.
- [9] Тимошенко, С. П. Теория упругости / С. П. Тимошенко, Дж. Гудьер. - М. : Наука, 1979. - 560 с.
- [10] ГОСТ 26633-91. Бетоны тяжелые и мелкозернистые. Технические условия. – Введ. 01.01.92. – Москва : Государственный Строительный Комитет СССР ; М. : изд-во стандартов, 1991. – 18 с.

*Бураков Андрей Викторович,  
начальник лаборатории, Военно-воздушная академия имени профессора Н. Е. Жуковского и  
Ю. А. Гагарина, г. Воронеж*

*e-mail: schetchik777@mail.ru*

*Дорняк Ольга Роальдовна,  
доктор технических наук, доцент, заведующая кафедрой, Воронежская государственная ле-  
сотехническая академия, г. Воронеж*

*e-mail: ordornyak@mail.ru*

*Лазукин, В. Ф.  
доктор педагогических наук, профессор, Военно-воздушная академия имени профессора Н. Е.  
Жуковского и Ю. А. Гагарина, г. Воронеж*

*e-mail: ordornyak@mail.ru*

A. V. Burakov, O. R. Dornjak, V. F. Lazukin

## THE MATHEMATICAL MODEL OF THE HYDROCUTTING PROCESS OF THE MONOLITHIC CEMENT-CONCRETE COVERING

*Military and air academy of the prof. of N. E. of Zhukovsky and Yu. A. Gagarin*

*Voronezh State Forestry Academy*

**Abstract.** Hydrocutting - one of the modern methods applied to the effective removal of destroyed sites of airfield coverings. To select rational modes of the waterjet cutting is necessary to investigate difficult interrelated phenomena.

The mathematical model of the tense-deformed state for a cement-concrete airfield covering at affecting on its surface of high-speed hydrostream within the framework mechanics of the multiphase systems is offered. The material of a covering is considered how the diphasic environment. The offered model allows to predict the destruction area of the cement-concrete covering. At quasistationary approach for a case of the flat deformed state the analytical decision is received. The decision determines the destruction depth of the isotropic material depending on the stream pressure and its diameter, and also from the values of tensile strength at a compression and a expansion. The empirical formula, which establishes the coverage destruction depth for a given feed rate of the jet is offered.

The mode of an assessment of the destruction depth of an airfield covering convenient for practical calculations during hydrocutting is reasonable.

**Keywords:** hydrocutting, destruction of covering, mathematical modeling.

### REFERENCES

- [1] Tikhomirov, R. A. Hydrocutting of nonmetallic materials / R. A. Tikhomirov, V. S. Guyenko. – Kiev: Equipment, 1984. – 150 p.
- [2] Erukhimovich, Yu. E. Mathematical modeling and improvement of a method of calculation of efficiency of process of cutting of rocks by the hydroabrasive tool: diss. ...Ph. D. Tech. Sci.: 05.05.06 / Y. E. Erukhimovich. – Tula, 1999. – 180 p.
- [3] Andreas, W. Hydrodemolition of Concrete Surfaces and Reinforced Concrete Structures / W. Andreas. – Germany : Faculty of Geo – Resources and Materials Technology Aachen University, 2005. – 270 p.
- [4] Polyakov, A. V. Development of a method of calculation of efficiency of process of cutting of rocks by streams of water of ultrahigh pressure and justification of parameters of the device for their receiving in relation to prokhodchesky combines: diss. ...Ph. D. Tech. Sci.: 05.05.06 / A. V. Polyakov. – Tula, 2006. – 184 p.
- [5] Burakov, A. V. Methods of forecasting of hydrocutting of materials / A. V. Burakov, O. R. Dornjak, V. F. Lazukin, A. A. Hatuntsev // The Collection of articles on materials of reports of the XXIII interuniversity NPK "Prospect-2013". Problems and technologies of engineering and airfield providing armies. VUNTS Air Force "VVA". – Voronezh, 2013. – P. 44–53.
- [6] Burakov, A. V. The determined mathematical model of formation of a vysokoenergetichny liquid stream in the nozzle device of the hydrocutting tool / A. V. Burakov, O. R. Dornjak, V. F. Lazukin, A. A. Hatuntsev // The Collection of articles on materials of reports of the XXIII interuniversity NPK "Prospect-2013". Problems and technologies of engineering and airfield providing armies. VUNTS Air Force "VVA". – Voronezh, 2013. – P. 53–58.
- [7] Nigmatulin, R. I. Fundamentals of mechanics of heterogeneous media / R. I. Nigmatulin. – M. : Science, 1978. – 336 p.

- [8] *Dornjak, O. R.* Heat and mass transfer nonsaturated colloidal capillary and porous anisotropic materials: abstract of diss. ... Dr. Tech. Sci.: 01.04.14 / O. R. Dornjak. – Voronezh, 2007. – 32 p.
- [9] *Tymoshenko, S. P.* Theory of elasticity / S. P. Tymoshenko, J. Gudyer. – M. : Science, 1979. – 560 pp.
- [10] *GOST 26633-91.* Concrete heavy and fine-grained. Specifications. – Enter. 01.01.92. – M. : State Construction Committee USSR ; M. : Publishing house of standards, 1991. – 18 pp.

*Burakov, Andrey Viktorovich*

*Head of Laboratory, Military Training and Research Center of Air Force, Professor N. E. Zhukovskii and Y. A. Gagarin Air Force Academy, Voronezh*

*Dornjak, Olga Roaldovna*

*Doctor of Technical Sciences, Head of Department, Voronezh State Academy of Forestry, Voronezh*

*Lazukin, V. F.*

*D. Sc. in Pedagogics, Military Training and Research Center of Air Force, Professor N. E. Zhukovskii and Y. A. Gagarin Air Force Academy, Voronezh*