

О. В. Марченко, А. М. Сергеева

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УПРУГОЙ ИЗОТРОПНОЙ  
ПЛАСТИНЫ КОНЕЧНОЙ ТОЛЩИНЫ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ  
НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЛЕДЯНОГО  
ПОКРОВА, НАХОДЯЩЕГОСЯ ПОД ДЕЙСТВИЕМ  
ДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ**

*Институт машиноведения и металлургии Дальневосточного отделения Российской  
академии наук, г. Комсомольск-на-Амуре, Россия*

**Аннотация.** С использованием теории малых упругих деформаций и апробированного численного метода разработана математическая модель для проведения исследований напряженно-деформированного состояния упругой изотропной пластины конечной толщины, находящейся под действием динамической нагрузки. Показана целесообразность использования данной математической модели для исследования несущей способности ледяного покрова.

**Ключевые слова:** математическая модель, численное моделирование, сложное нагружение, теория упругости, деформирование, напряжения, ледяной покров.

УДК: 539.3

**Введение.** До настоящего времени остается актуальной проблема разработки математических моделей для описания сложных процессов деформирования материалов с целью исследования их напряженно-деформированного состояния и оптимизации инженерных решений для достижения требуемого результата. Проведение теоретических исследований с применением математического моделирования позволяет получать новые знания с минимальными временными и сырьевыми затратами, а также дает возможность детально изучать образование и распространение трещин в материале, спрогнозировать возможные области, являющиеся концентраторами напряжений и предупредить возможные нежелательные разрушения, а также несущей способности материала.

---

© Марченко О. В., Сергеева А. М., 2018

*Марченко Олеся Владимировна*

**e-mail:** olemarchenko@yandex.ru, соискатель, Институт машиноведения и металлургии Дальневосточного отделения Российской академии наук, г. Комсомольск-на-Амуре, Россия

*Сергеева Анастасия Михайловна*

**e-mail:** serg-nasty@mail.ru, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, Институт машиноведения и металлургии Дальневосточного отделения Российской академии наук, г. Комсомольск-на-Амуре, Россия.

Поступила 10.03.2018

Представление исследуемых объектов в качестве упругой изотропной пластины конечной толщины, часто используется для исследования бетонных, металлических конструкций, но также может быть применено к исследованиям ледяного покрова [1, 2].

При математическом описании процесса деформирования или разрушения объекта необходимо учитывать особенности материалов, их поведения при внешнем воздействии, воздействии температурных полей, а также взаимовлияние отдельных частей деформируемого объекта друг на друга. Моделируя процессы, протекающие в ледяном покрове необходимо учитывать, что физические и механические свойства исследуемого материала являются зависимыми от температуры, от химического состава льда и от наличия включений, примесей и внутренних дефектов.

Анализируя процессы деформирования ледяного покрова, нарушения его сплошности, разрушения в результате внешнего деформирующего воздействия методами математического моделирования, необходимо учитывать, что некоторые задаваемые величины являются известными (например, параметры ледоразрушающего устройства), тогда как другие могут быть случайными (толщина льда, скорость ледового поля и т.д.). Необходимо также максимально учитывать всевозможные сочетания параметров окружающей среда, которые могут оказывать существенное влияние на протекание процессов в исследуемом объекте или объектах. Проводя исследования несущей способности ледяного покрова, необходимо учитывать тот факт, что напряжения растяжения или сдвига, при которых происходит полное разрушение ледяного покрова, должны в несколько раз превышать предел прочности льда, определенный для образца в лабораторных условиях [3]. В случае, если напряжения незначительно превышают предел прочности, то может образовываться трещина или группа трещин, а лед при этом переходит в новое устойчивое состояние и способен выдерживать внешнюю нагрузку.

Рассматриваемая в работе математическая модель разработана для решения широкого круга задач. Позволяет проводить исследования пластины, нагруженной не только квазистационарной нагрузкой, но и движущейся или даже внедряющейся. Представленная математическая модель универсализирована и позволяет проводить исследования для различных вариантов деформирования пластины, ее нагружения и исследования ее несущей способности.

Целью данной работы является апробация возможности применения разработанной математической модели изотропной пластины конечной толщины для теоретического исследования несущей способности ледяного покрова, находящегося под воздействием динамической нагрузки. В работе также проведен анализ полученных результатов и сделано заключение о практической применимости, рассмотренной математической модели.

**Математическая модель.** Используя уравнения теории упругости для малых деформаций, разработана математическая модель, подробное построение которой представлено в работах [3,4]. В данной работе остановимся на конечной системе уравнений:

Уравнение движения

$$\sigma_{ij,j} + F_i^t = I_i^t; \quad i, j, k = 1, 2, 3; \quad t = 1, 2 \dots n - \text{номер нагрузки} \quad (1)$$

$$I_i^t = \rho_t \left( v_k \frac{\partial v_i}{\partial x_k} \right) - \text{в случае установившегося (стационарного) движения нагрузки} \quad (2)$$

Закон Гука

$$\sigma_{ij} - \sigma\delta_{ij} = 2G\varepsilon_{ij}; \quad \text{где } \sigma = \frac{1}{3}\sigma_{ii}; \quad \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}), \quad (3)$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$

Дополнительное условие в случае всестороннего сжатия

$$3K_t \frac{d\sigma}{d\tau} - \frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4)$$

Уравнение теплопроводности (только для пластины)

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \lambda \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \right) = 0, \quad i = 1, 2, 3; \quad (5)$$

для стационарного случая

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = 0. \quad (6)$$

В уравнениях (1 – 6) используется суммирование по повторяющимся индексам;  $\theta$  – температура льда;  $\rho = \rho(\theta)$  – плотность льда,  $G = G(\theta)$  – модуль сдвига льда;  $[\sigma_{ij}]$  – тензор напряжений;  $[\varepsilon_{ij}]$  – тензор деформаций;  $v_i$ ,  $F_i$  – проекции скорости перемещений и удельной объемной силы по координатным осям  $x_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ ;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности;  $\dot{v}_i = \frac{\partial v_i}{\partial \tau}$ ,  $\tau$  – время деформации.

По краям пластины при необходимости можно задавать условия закрепления уравнением:

$$\sigma_{ij} = -\psi\tau_S \frac{v_{ск}}{|v|}, \quad i, j, k = 1, 2, 3, \quad (7)$$

где  $\tau_S$  – условный предел текучести материала пластины,  $v_{ск}$  – скорость перемещения пластины относительно основы закрепления,  $\psi$  – коэффициент трения,  $|v|$  – нормирующая скорость.

**Постановка и решение задачи с применением математической модели.** Применение предлагаемой математической модели рассмотрим на примере решения задачи о деформировании упругой изотропной пластины, материал которой – пресный лед. Ледяная пластина претерпевает деформирующее воздействие со стороны движущейся ледокольной приставки.

Принцип работы устройства [5] достаточно прост. Перед судном создают свободную кромку льда. Из рис.1 видно, что рассматриваемое устройство выполнено в виде ледокольной приставки и содержит контейнеры 1, которые соединены крепежами 2 в линию, перпендикулярную движению судна. В носовой части судна при помощи тег 8 устанавливают ледокольную приставку. Для удобства конструкцию и работу устройства будем рассматривать на примере одного из контейнеров.

При заполнении области 5 водой рис.2, контейнер приобретает отрицательную плавучесть, т.е. подтапливается, а при откачке воды – контейнер приобретает положительную плавучесть, т.е. всплывает. Для обеспечения более удобного продвижения контейнера подо льдом передний край приставки (дальний от судна) и задний край (ближний к судну) оснащены полозьями 11 (рис.2), причем передний край имеет выпуклую форму 10.



части контейнера, зависит от их подачи и максимальной толщины льда, на которую рассчитана приставка.

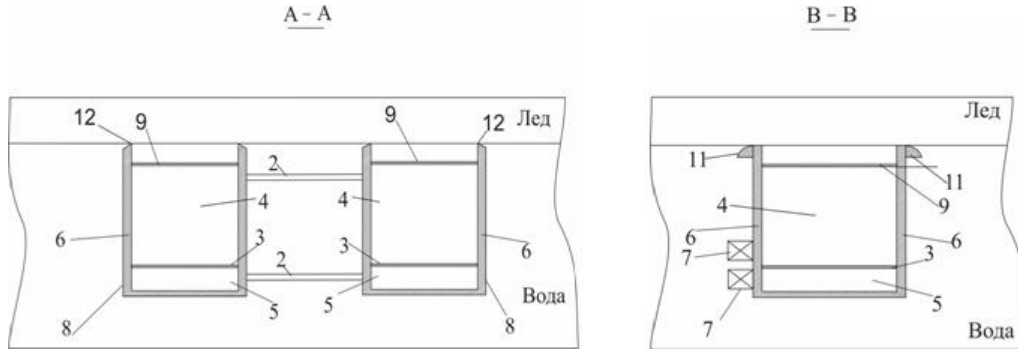


Рис. 2. Сечения плоскостями А-А, В-В, показывающие устройство конструкции для разрушения ледяного покрова.

Известно, что ледяной покров неоднороден из-за условий его формирования и наличия всевозможных включений: пузырьков воздуха, песчинок, камней и др. Сплошным лед также трудно назвать, в нем имеются температурные и деформационные трещины, образующиеся в процессе роста льда и движения ледовых масс. Возникающие в процессе жизненного цикла льда сквозные трещины могут залечиваться, в результате заполнения их водой на 90% и последующей ее кристаллизации, причем в случае такого восстановления сплошности ледяного покрова прочностные свойства льда возрастают. Достаточно сложно учесть все возможные особенности льда, поэтому при решении задач, связанных с анализом напряженно-деформированного состояния льда, применяют модели упругих изотропных пластин конечной толщины. Предложенная в работе модель упругой изотропной пластины конечной толщины с учетом ее сжимаемости, можно применить к решению задачи о деформировании и разрушении льда ледокольной приставкой. Примем, что рассматриваемая ледяная пластина имеет распределение температур по толщине от  $-5^{\circ}\text{C}$  до  $-30^{\circ}\text{C}$ , в таком диапазоне температур лед ведет себя упруго. Для решения задачи примем модуль Юнга и коэффициент Пуассона зависимыми от температуры и согласно работам [6,7], равными соответственно  $E = (87.6 - 0.21\theta - 0.0017\theta^2) 10^2 \text{ МПа}$ ,  $\nu = 0.5 + 0.003\theta$ ; коэффициент объемного сжатия ( $k$ ) примем равным  $k = (1 - 2\nu) / E$ , модуль сдвига —  $G = E/2(1 + \nu)$ . В качестве критических напряжений примем напряжения  $\sigma_{\text{кр}}^{\text{рас}} = 4 \text{ МПа}$ ,  $\sigma_{\text{кр}}^{\text{сж}} = -8 \text{ МПа}$ , установленные в работе [6]. Процессы, происходящие в материале, из которого выполнены клин и форштвень устройства, не являются объектами исследования в данной работе, поэтому трение на контактных со льдом поверхностях устройства пренебрежем. Воспользуемся решением уравнения теплопроводности, приведенное в работах [8,9] с учетом  $\lambda = \lambda_0(1 + a\theta)$ , где  $a = -0.0159 \text{ град}^{-1}$

$$\theta = -\frac{1}{a} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{x_1}{h_0} \left( \frac{2\theta_1}{a} + \theta_1 \right)} \quad (8)$$

Рассмотрим 1/2 области деформирования ледяного покрова в сечении  $Ox_1x_2$ , проходящим вдоль контейнера. На рис.3 представлена схема, поясняющая назначение граничных условий для решения указанной задачи.

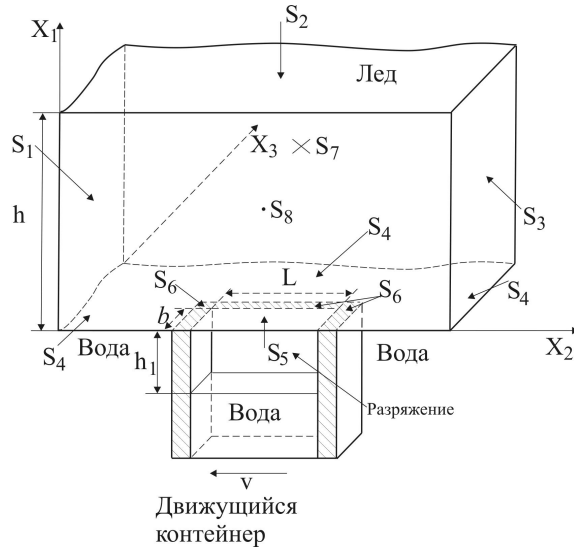


Рис. 3. Схема к расчету деформации ледяной пластины.

В представленной схеме выделены поверхности, характеризующие взаимодействия ледяного покрова с нагрузками и окружающей средой. В плоскости  $Ox_2x_3$  определено три области  $S_4, S_5, S_6$  моделирующие соответственно поверхность взаимодействия льда с водой, разряженной областью в контейнере и с кромками контейнера соответственно. На расстоянии  $h$  (толщина ледяного покрова) от нижней плоскости льда определена поверхность  $S_2$ , которая моделирует контакт льда с воздухом.

В плоскости  $Ox_1x_3$  выделено несколько поверхностей, ограничивающих исследуемую область льда и характеризующих:  $S_1$  — взаимодействие исследуемой области льда с ледяным полем,  $S_3$  — взаимодействие свободного края льда с атмосферой.

В плоскости  $Ox_2x_3$  выделены поверхности  $S_8$  и  $S_7$ , моделирующие соответственно взаимодействие исследуемой области льда с ледяным полем и поверхность расположенную в плоскости симметрии.

Начальные условия задачи условия задачи:

$$v_i|_{\tau=0} = 0, \quad \varepsilon_{ij}|_{\tau=0} = 0, \quad i, j = 1, 2, 3.$$

Граничные условия задачи, в соответствии с рис.3:

$$\begin{aligned} \sigma_{11}|_{S_2} = -p_0; \quad \sigma_{11}|_{S_4} = -p_0 - \gamma h; \quad \sigma_{11}|_{S_5} = 0, \quad \sigma_{11}|_{S_6} = -p_0 - \gamma h - p_1; \\ (\sigma_{12} = \sigma_{13})|_{S_i} = 0, \quad i = 2, 4, 5, 6; \quad (\sigma_{21} = \sigma_{23})|_{S_i} = 0, \quad i = 1, 3; \quad \sigma_{22}|_{S_3} = 0; \\ \sigma_{32}|_{S_i} = 0; \quad i = 7, 8; \quad \sigma_{31}|_{S_8} = 0; \quad \sigma_{33}|_{S_7} = 0; \quad v_2|_{S_1} = v^*; \quad v_3|_{S_8} = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь  $p_0$  — атмосферное давление;  $\gamma$  — удельный вес льда,  $h$  — толщина льда;  $p_1 = bLh_1\gamma_0/\delta(L + 2(b + \delta))$  — выталкивающее давление, появляющееся, когда в контейнере образовалась полость высотой  $h_1$ ;  $v^*$  — скорость перемещения ледяного покрова;  $\gamma_0$  — удельный вес воды;  $b$  — половина ширины контейнера;  $L$  — длина контейнера;  $\delta$  — ширина кромки контейнера (рис.3).

Для стабилизации системы в вертикальном направлении на периферийной плоскости  $S_7$  задавалось уравнение

$$\sigma_{31}|_{S_7} = -\psi\tau_S \frac{v_{СК}}{|v|}, \quad i, j, k = 1, 2, 3. \quad (10)$$

Где  $\psi$  — коэффициент ( $\psi = 1000$ );  $v_{СК}$  — скорость скольжения льда относительно основы;  $v_{СК} = v_1|_{S_7} - v_1^{**}$ ;  $v^{**}$  — скорость перемещения основы (в нашем случае  $v^{**} = 0$ );  $\tau_S$  — условный предел текучести льда. Как показали расчеты, при принятом значении  $\psi$  величина касательных напряжений на плоскости  $S_7$  не превышает 0,1 МПа, величина скорости  $v_1$  вблизи поверхности  $S_7$  не превышает 0,01 мм/сек.

При решении задачи применялся численный метод [10], в соответствии с которым исследуемая область представляется в виде объемных ортогональных ячеек конечных размеров, количество ячеек — 2340 штук. Для каждой ячейки записывается система уравнений в разностном виде в количестве 74820. Расчетное время одной итерации, произведенной на компьютере с процессором INTEL® Core™ i5 CPU 760@2.80GHz составило 48с. Для сходимости решения с установленной точностью 0.001 потребовалось 18 итерации на каждом временном шаге. Решение системы уравнений производится по алгоритму, описанному в работах [11,12], с применением программного продукта [13].

**Результаты исследований.** Исследованию напряженно-деформированного состояния подвергался ледяной покров толщиной 0.5 м, 0.75 м, 1.0 м, находящийся под воздействием динамической нагрузки в виде ледокольной приставки, движущейся с постоянной скоростью 10 км/ч, 20км/ч, 30км/ч. Длина контейнера принималась равна 4 м, ширина 3 м, причем контейнер подо льдом располагается так, что его длина параллельна движению судна и приставки. Температура окружающей среды принимаем  $-30^\circ\text{C}$ .

Устойчивость полученных решений проверялась численно при варьировании задаваемых параметров в пределах 0.01%. В результате вычислений решения, полученные при задании параметров с погрешностью, и без нее совпали, соответственно получаемые решения можно считать устойчивыми. При проведении вычислений проводился контроль значений касательных напряжений. Расчетные значения касательных напряжений всегда на порядок были меньше нормальных напряжений, поэтому нормальные напряжения принимались главными.

Рассмотрим более подробно результаты численного решения, и определим возможность разрушения льда данным способом на основании анализа НДС ледяной пластины, находящейся под действием динамической нагрузки.

В данной работе рассматривается НДС ледяной пластины. На рис.4, 5 приведено распределение напряжений в верхних слоях ледяной пластины, при квазипостоянном движении ледяного контейнера подо льдом. Из рис.2, 5 видно, что при исследуемых скоростях передвижения 30 км/ч, 20 км/ч, 10 км/ч в ледяном покрове наибольших значений достигают напряжения в ледяном покрове, расположенном над серединой полости контейнера.

Для льда рассматриваемых толщин характерно распределение напряжений, при котором характер  $\sigma_{22}$  и  $\sigma_{33}$  одинаков. На поверхности льда, контактирующей с воздухом, наблюдаются сжимающие напряжения, а на противоположной поверхности растягивающие. Лед деформируясь провисает в разряженную полость контейнера. Перемещение льда в направлении противоположном оси  $x_1$  у полуметрового льда не

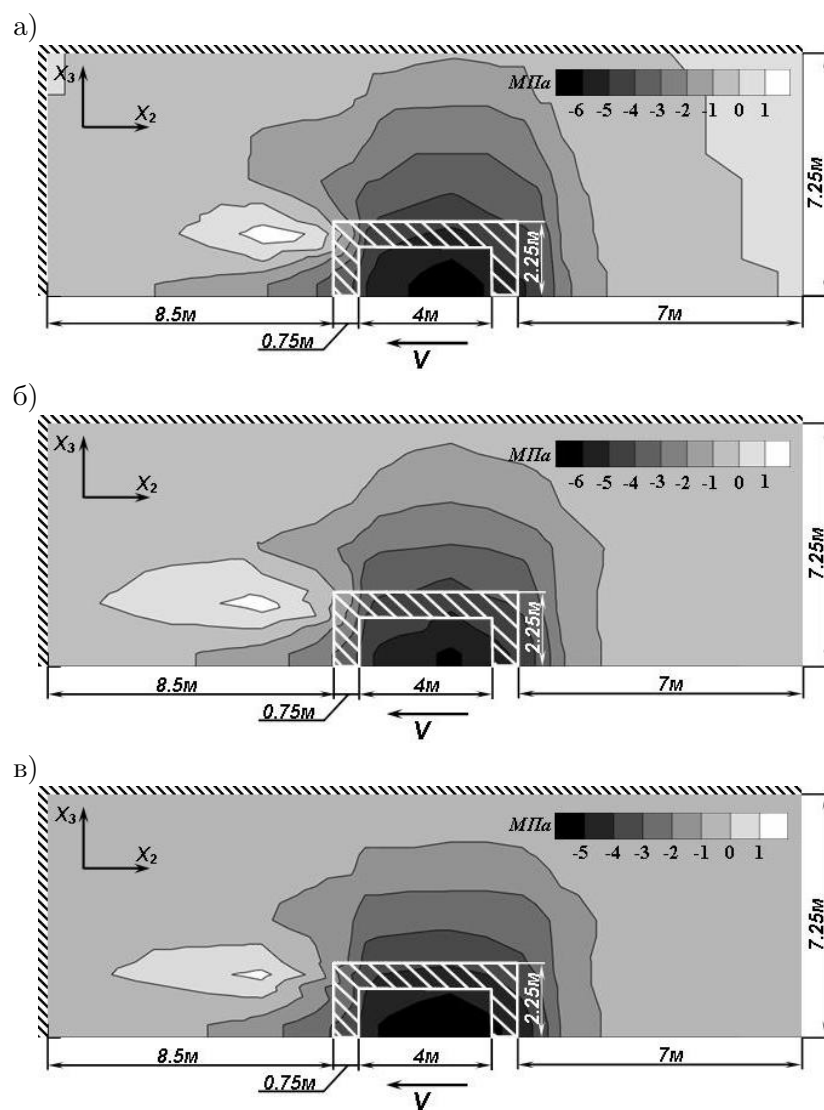


Рис. 4. Схема распределения напряжений  $\sigma_{22}$  в приповерхностных слоях ледяного покрова, находящегося под действием системы нагрузок при скорости движения ледокольной приставки а) — 30 км/ч; б) — 20 км/ч; в) — 10 км/ч.

превышает 2.8 см, а у метрового 0.4 см, для льда толщиной 0.75 м провисание не превышает 1.2 см.

У льда толщиной 0.5 м наибольшие растягивающие напряжения достигают  $\sigma_{33} = 6.9$  МПа, а сжимающие  $\sigma_{33} = -7.1$  МПа в том же сечении при скорости движения ледокольной приставки  $v = 30$  км/час. Напряжения при  $v = 20$  км/час и  $v = 10$  км/час меньше по своим численным значениям напряжений при  $v = 30$  км/час.

Рассматривая лед толщиной 0.75 м наибольшие, установлено, что растягивающие напряжения достигают  $\sigma_{33} = 4.7$  МПа, а сжимающие  $\sigma_{33} = -5.2$  МПа в том же сечении при скорости движения ледокольной приставки  $v = 30$  км/час. Напряжения при



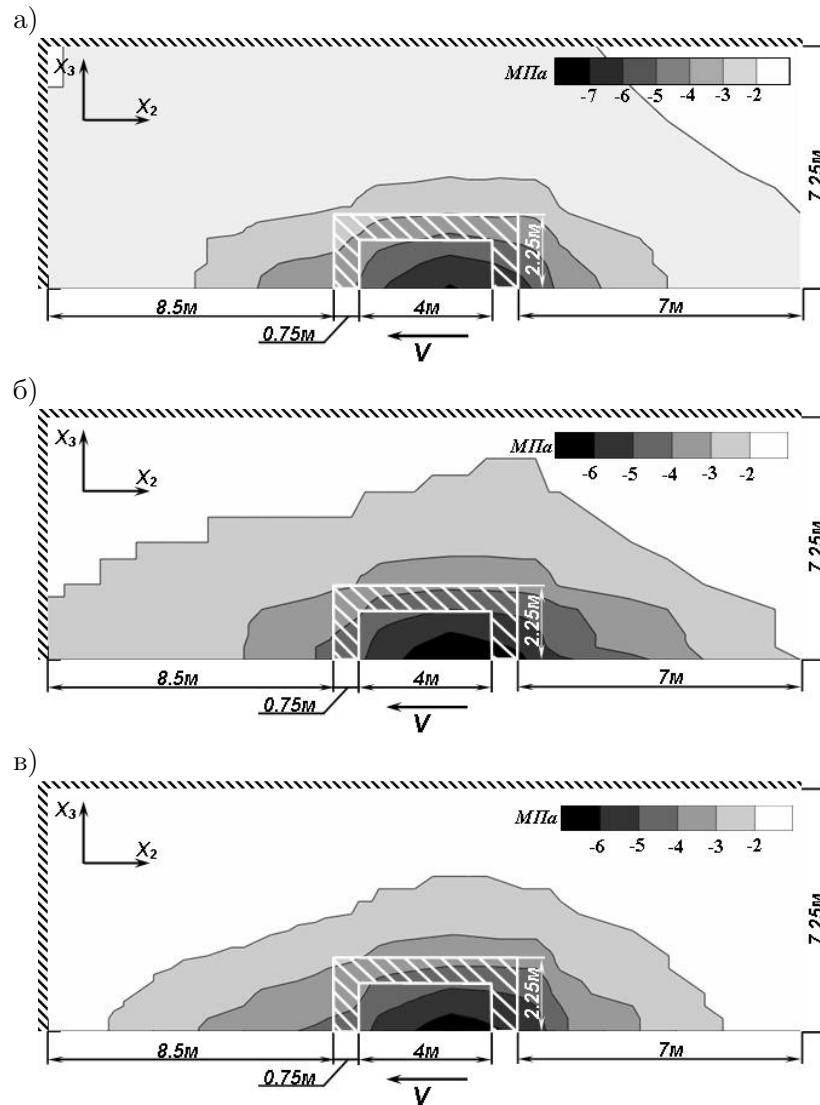


Рис. 5. Схема распределения напряжений  $\sigma_{33}$  в приповерхностных слоях ледяного покрова, находящегося под действием системы нагрузок при скорости движения ледокольной приставки а) — 30 км/ч; б) — 20 км/ч; в) — 10 км/ч.

$v = 20$  км/час и  $v = 10$  км/час меньше по своим численным значениям напряжений при  $v = 30$  км/час.

Во льду толщиной 1 м максимальные растягивающие и сжимающие напряжения равны соответственно  $\sigma_{33} = 1.9$  МПа и  $\sigma_{33} = -1.6$  МПа. Напряжения, возникающие в толще метрового льда, в 3.8 раза меньше напряжений возникающих в полуметровом ледяном покрове при тех же параметрах контейнера. Наибольшие значения напряжений в толще метрового льда отмечены также при  $v = 30$  км/час.

В сечении, проходящем по задней стенке контейнера на расстоянии  $k = 2.5$  м перед контейнером, наблюдается изменение характера распределения напряжения. На

поверхности льда и на нижней его части имеют место растягивающие напряжения равные, соответственно, у льда толщиной 0.5 м. 1.7 МПа и 0.5 МПа, у льда толщиной 0.75 м 1.1 МПа и 0.3 МПа, а у метрового - 0.5 МПа и 0.1 МПа.

Если в качестве критерия разрушения принять напряжение растяжения  $\sigma_{\text{пр.раст.}} = 1$  МПа, а напряжение сжатия  $\sigma_{\text{пр.сжим}} = -2.7$  МПа, то, в данном случае, можно с уверенностью утверждать, что лед толщиной 0.5 м будет полностью разрушаться при всех рассматриваемых скоростях передвижения ледокольной приставки. Если скорость движения контейнера  $v = 10$  км/час, то начальные разрушения будут наблюдаться уже на расстоянии 6 метров перед контейнером, при  $v = 20$  км/час — 5 м, при  $v = 30$  км/час — 4 м. В окрестности контейнера разрушение полуметрового льда будет полным. При таких параметрах контейнера у метрового льда характер распределения напряженного состояния будет несколько иным. Сжимающие напряжения, в отличие от растягивающих, не превышают принятого критерия разрушения. Вероятнее всего у льда толщиной 1 м будет иметь место только начальное разрушение, возникающее над полостью контейнера. В этом случае, необходимо доламывание льда, которое может быть осуществлено обводами судна движущего приставку. Ледяной покров толщиной 0.75 м будет разрушен частично, а именно, будет иметь место начальное нарушение сплошности с вероятностью его эволюционирования до разрушения.

Рассмотрим второй вариант расположения ледокольной приставки подо льдом, когда контейнер вытянут в направлении перпендикулярном движению судна. В этом случае параметры будут следующими  $L = 3$  м,  $2b = 4$  м,  $e = 2.4$  м,  $r = 4$  м. Характер распределения напряжения во льду толщиной 0.5 м при скоростях  $v = 10$  км/час,  $v = 20$  км/час и  $v = 30$  км/час по сравнению с ранее рассмотренным случаем остается практически без изменений. Изменение конфигурации контейнера привело к росту численных значений напряжений  $\sigma_{22}$  у полуметрового льда в интервале от 0.5–0.6 МПа, а  $\sigma_{33}$  — от 0.1–0.2 МПа. У льда толщиной 0.75 м —  $\sigma_{22}$  от 0.2–0.3 МПа, а  $\sigma_{33}$  — от 0.05–0.1 МПа, у метрового льда увеличение  $\sigma_{22}$  колеблется в интервале от 0.1–0.2 МПа, а  $\sigma_{33}$  — от 0.03–0.05 МПа. Безусловно, малое изменение напряжений не может оказать значительного влияния на изменение распределения напряжений в исследуемой области деформирования.

Анализируя полученные результаты, можно сделать вывод о том, что движущаяся подо льдом ледокольная приставка вызывает значительные деформации ледяного покрова толщиной 0.5 м, 0.75 м и 1 м. Различные варианты расположения контейнера под метровым льдом не вызывают изменений в характере распределения напряжения в толще льда на всем интервале задания скоростей. Полное разрушение льда над полостью контейнера будет происходить при толщине льда 0.5 м.

**Вывод.** Проведенные в работе исследования ледяного покрова, находящегося под действием движущейся на грузки, с применением разработанной математической модели однородной изотропной пластины конечной толщины, находящейся под действием системы нагрузок, показали пригодность разработанной модели для проведения исследований напряженно-деформированного состояния нагруженных пластин.

Результаты численных исследований показали, что данное ледокольное устройство может быть использовано для разрушения ледяного покрова толщиной 0.5 м, причем оптимальная скорость устройства равна 30 км/ч.

Предложенная математическая модель деформирования системой нагрузок однородной изотропной пластины конечной толщины и результаты исследования

напряженно-деформированного состояния ледяного покрова, могут быть использованы для разработок инновационных способов разрушения льда и прокладывания судоходных каналов в зимние периоды на реках северных регионов.

### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Лосет С., Шхинек К., Гудместад О., Хойланд К. Воздействие льда на морские и береговые сооружения. СПб. : Издательство «Лань», 2010. 272 с.
- [2] Козин В. М., Онищук А. В., Марьин Б. Н., Иванов Ю. Л., Повзык Н. Г., Шпорт В. П. Ледоразрушающая способность изгибно-гравитационных волн от движения объектов. Владивосток: Дальнаука, 2005. 191 с.
- [3] Сергеева А. М. Моделирование разрушения ледяного покрова // Вестник ЧГПУ им. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2007. №1. С.131–137.
- [4] Марченко О. В., Сергеева А. М. Об особенностях деформирования тяжелой упругой пластины конечной толщины под действием подвижной нагрузки применительно к изучению прочности ледяного покрова // Вестник ЧГПУ им. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2016. № 4(30). С.61–72.
- [5] Одинокое В. И., Сергеева А. М., Марченко О. В. Устройство для разрушения ледяного покрова. Патент РФ № 2360825. / Бюл. № 19. Оpubл. 10.07.2009.
- [6] Богородский В. В., Гаврило В. П. Физические свойства. Современные методы гляциологии. Л. : Гидрометеиздат, 1980.
- [7] Богородский В. В., Гаврило В. П., Недошивин О. А. Разрушение льда. Методы, технические средства. Л.: Гидрометеиздат, 1983.
- [8] Сергеева А. М., Одинокое В. И., Марченко О. В. Математическое моделирование процессов деформирования пластины конечной толщины, находящейся под действием системы нагрузок // Приоритеты и научное обеспечение технологического прогресса: сборник статей международной научно-практической конференции 10октября2016г., г.НижнийНовгород. Уфа: Аэтерна, 2016. С.100–102.
- [9] Сергеева А. М., Марченко О. В. Применение математической модели деформирования пластины конечной толщины для исследования напряженно-деформированного состояния ледяного покрова. // Инновационные исследования: Проблемы и направления развития: сборник статей международной научно-практической конференции 13октября2016г., г.Омск. В 2 ч. Уфа: МЦИИ ОМЕГА САЙНС, 2016. Ч.1. С.8–11.
- [10] Одинокое В. И. Численное исследование процесса деформации материалов бескоординатным методом. Владивосток : Дальнаука, 1995. 168 с.
- [11] Сергеева А. М., Одинокое В. И., Марченко О. В. Определение напряженно-деформированного состояния ледяного покрова при движении под ним ледокольной приставки [Текст] // Математическое моделирование. 2009. №10. С.47–57.
- [12] Сергеева А. М., Марченко О. В. Деформация ледяного покрова под действием атмосферного давления и собственного веса льда [Текст] // Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева. Нижний Новгород: НГТУ им. Р.Е.Алексеева.2010. №4(83). С.157–165.
- [13] Одинокое В. И., Сергеева А. М., Захарова Е. А. Моделирование процесса разрушения ледяного покрова с помощью ледокольной приставки. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ №2007614584. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 31 октября 2007.Заявка №2007612232.

O. V. Marchenko, M. A. Sergeeva

**THE MATHEMATICAL MODEL OF ELASTIC ISOTROPIC PLATE OF FINITE THICKNESS INTENDED FOR STUDYING THE STRESS-STRAIN STATE OF THE ICE COVER UNDER THE INFLUENCE OF A DYNAMIC LOAD.**

*Machine Engineering and Metallurgy of the Far-Eastern Branch of Russian Academy of Sciences, Komsomolsk-on-Amure, Russia*

**Abstract.** The mathematical model has been made with the applying of theory of small elastic strains and well-tested numerical method for research of stress-strain state of elastic isotropic plate of finite thickness, under the influence of the dynamic load. The practicability of using this mathematical model to study the bearing capacity of the ice cover was shown.

**Keywords:** mathematical model, numerical simulation, complex loading, elasticity theory, deformation, stresses, ice cover.

**REFERENCES**

- [1] Loset S., SHkhinek K., Gudmestad O., Hojland K. *Vozdejstvie l'da na morskije i beregovye sooruzheniya*. SPb . : Izdatel'stvo «Lan'», 2010. 272 s. (in Russian)
- [2] Kozin V. M., Onishchuk A. V., Mar'in B. N., Ivanov YU. L., Povzyk N. G., SHport V. P. *Ledorazrushayushchaya sposobnost' izgibno-gravitacionnyh voln ot dvizheniya ob"ektov*. Vladivostok: Dal'nauka, 2005. 191 s. (in Russian)
- [3] Sergeeva A. M. *Modelirovanie razrusheniya ledyanogo pokrova // Vestnik CHGPU im. YAKovleva. Seriya: Mekhanika predel'nogo sostoyaniya*. 2007. №1. S.131–137. (in Russian)
- [4] Marchenko O. V., Sergeeva A. M. *Ob osobennostyah deformirovaniya tyazheloj uprugoj plastiny konechnoj tolshchiny pod dejstviem podvizhnoj nagruzki primenitel'no k izucheniyu prochnosti ledyanogo pokrova // Vestnik CHGPU im. YAKovleva. Seriya: Mekhanika predel'nogo sostoyaniya*. 2016. № 4(30). S.61–72. (in Russian)
- [5] Odinkov V. I., Sergeeva A. M., Marchenko O. V. *Ustrojstvo dlya razrusheniya ledyanogo pokrova*. Patent RF № 2360825. / Byul. № 19. Opubl. 10.07.2009. (in Russian)
- [6] Bogorodskij V. V., Gavrilov V. P. *Fizicheskie svojstva. Sovremennye metody glyaciologii*. L . : Gidrometeoizdat, 1980. (in Russian)
- [7] Bogorodskij V. V., Gavrilov V. P., Nedoshivin O. A. *Razrushenie l'da. Metody, tekhnicheskie sredstva*. L.: Gidrometeoizdat, 1983. (in Russian)
- [8] Sergeeva A. M., Odinkov V. I, Marchenko O. V. *Matematicheskoe modelirovanie processov deformirovaniya plastiny konechnoj tolshchiny, nahodyashchejsya pod dejstviem sistemy nagruzok // Prioritety i nauchnoe obespechenie tekhnologicheskogo*

---

*Marchenko Olesya Vladimirovna*

e-mail: olemarchenko@yandex.ru, Postgraduate student, Federal State budget institution of Science Institute of machinery and metallurgy of Far Eastern Branch of Russian Academy of Sciences, Komsomolsk-on-Amure, Russia.

*Sergeeva Anastasiya Mikhailovna*

e-mail: serg-nasty@mail.ru, Ph. D., Senior Research Fellow, Institute for Machine Engineering and Metallurgy of the Far-Eastern Branch of Russian Academy of Sciences, Komsomolsk-on-Amure, Russia.

progressa: sbornik statej mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii 10oktyabrya2016g., g.NizhnijNovgorod. Ufa: Aehterna, 2016. S.100–102. (in Russian)

[9] Sergeeva A. M., Marchenko O. V. Primenenie matematicheskoy modeli deformirovaniya plastiny konechnoj tolshchiny dlya issledovaniya napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya ledyanogo pokrova. // Innovacionnye issledovaniya: Problemy i napravleniya razvitiya: sbornik statej mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii 13oktyabrya2016g., g.Omsk. V 2 ch. Ufa: MCH OMEGA SAJNS, 2016. CH.1. S.8–11. (in Russian)

[10] Odinkov V. I. CHislennoe issledovanie processa deformacii materialov beskoordinatnym metodom. Vladivostok : Dal'nauka, 1995. 168 s. (in Russian)

[11] Sergeeva A. M., Odinkov V. I, Marchenko O. V. Opredelenie napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya ledyanogo pokrova pri dvizhenii pod nim ledokol'noj pristavki [Tekst] // Matematicheskoe modelirovanie. 2009. №10. S.47–57. (in Russian)

[12] Sergeeva A. M., Marchenko O. V. Deformaciya ledyanogo pokrova pod dejstviem atmosfernogo davleniya i sobstvennogo vesa l'da [Tekst] // Trudy NGTU im. R.E. Alekseeva. Nizhnij Novgorod: NGTU im. R.E.Alekseeva.2010. №4(83). S.157–165. (in Russian)

[13] Odinkov V. I., Sergeeva A. M., Zaharova E. A. Modelirovanie processa razrusheniya ledyanogo pokrova s pomoshch'yu ledokol'noj pristavki. Svidetel'stvo ob oficial'noj registracii programmy dlya EHVM №2007614584. Zaregistrirvano v Reestre programm dlya EHVM 31 oktyabrya 2007.Zayavka №2007612232. (in Russian)