

К. С. Бормотин, Вин Аунг

МЕТОД РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ В ПРОЦЕССЕ ОБТЯЖКИ ПАНЕЛИ

Комсомольский-на-Амуре государственный университет, г. Комсомольск-на-Амуре, Россия

Аннотация. Представлено моделирование технологии обтяжки на прессе для изготовления обшивок двойной кривизны. Точность формы детали зависит от точности вычисленной и изготовленной формы оснастки, задающей упреждающую форму панели. Упреждающая форма должна обеспечивать заданную остаточную кривизну панели после освобождения ее от силовой оснастки. Задача определения такой формы оснастки по заданной остаточной кривизне панели представляет собой обратную задачу. Разработаны математические модели и численные методы решения обратных задач формообразования монолитных панелей путем обтяжки на пуансоне. Алгоритмы, реализованные в MSC.Marc, позволяют вычислить необходимую форму пуансона. Рассмотрены результаты сходимости итерационных методов решения обратных задач.

Ключевые слова: обратная задача, вариационные принципы, метод конечных элементов, обтяжка, пружинение, итерационный метод.

УДК: 621.7.043, 519.853.6, 517.97, 539.37

Введение

В отечественном и зарубежном производстве самолетов в качестве деталей все больше применяются крупногабаритные монолитные панели, которые позволяют повысить прочность и жесткость конструкций с одновременным снижением массы и улучшением аэродинамических характеристик. Монолитные панели изготавливаются из

© Бормотин К. С., Вин Аунг, 2018

Бормотин Константин Сергеевич

e-mail: cvmi@knastu.ru, доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры механики и анализа конструкций и процессов, Комсомольский-на-Амуре государственный университет, г. Комсомольск-на-Амуре, Россия.

Вин Аунг

e-mail: winnaung53@gmail.com, аспирант, Комсомольский-на-Амуре государственный университет, г. Комсомольск-на-Амуре, Россия.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 16-31-60038 мол_а_дк „Фундаментальные проблемы математического моделирования технологий формоизменения“), совета по грантам Президента РФ (проект МД-4117.2018.1 „Разработка математических моделей и численных методов решения задач оптимизации параметров оснастки для формообразования монолитных панелей“).

Поступила 10.08.2018

одной пластины или листа и могут иметь перепады толщин, вырезы, ребра жесткости. Задание аэродинамической формы таких монолитных панелей проводится процессами формообразования, осуществляющихся в режимах пластического деформирования [1,2,3].

Среди возможных технологических процессов для изготовления обшивок двойной кривизны можно отметить технологию обтяжки на прессе. В настоящее время обтяжным оборудованием с числовым программным управлением оснащены предприятия авиационной промышленности. Данное оборудование имеет широкие технологические возможности [4], в частности адаптируемость к различным формам. Автоматизированное формообразование деталей на прессе поперечной обтяжки FET требует разработку управляющей программы и электронной модели обтяжного пуансона. Программное обеспечение S3F-FET, поставляемое к данному оборудованию предоставляет информацию только о параметрах рабочих элементов пресса. Для моделирования процессов обтяжки в САЕ-системе вычисляются граничные условия траектории движения с помощью разработанной программы [5]. Предлагается гибридный метод моделирования процесса обтяжки, включающий предварительное моделирование по методу сечений и уточнение параметров методом конечных элементов [6]. Метод сечений реализован в программе S3F фирмы АСВ и позволяет получить следующие данные: рекомендуемое положение пуансона на столе пресса; программу для работы пресса (траектория движения зажимов); количество переходов; предварительно рассчитанные максимальные деформации в заготовке. С помощью обтяжного пресса FET отрабатывается технология изготовления детали из прессованного профиля методом изгиба с растяжением [7].

Траектория движения рабочих органов пресса (обтяжных губок) значительно зависит от размеров заготовки и параметров размещения пуансона на столе пресса. Рассмотрен метод анализа процесса изготовления деталей на прессах поперечной обтяжки типа FET, который позволяет еще на стадии технологической подготовки производства оптимизировать параметры для сокращения цикла отработки технологического процесса и исключения затрат на доработку технологической оснастки [8]. Для повышения устойчивости процесса обтяжки оболочек выпукло-вогнутой формы применяют заготовку с увеличенной шириной, которая охватывает закругленные вершины пуансона [9].

Развитие технических решений в способах формообразования не гарантирует получение высокой точности окончательной геометрической формы детали. Точность формы детали, полученной технологиями обработки материалов давлением при заданных параметрах процесса, зависит от точности вычисленной и изготовленной формы оснастки (пуансона), задающей упреждающую форму панели. Упреждающая форма должна обеспечивать заданную остаточную кривизну панели после освобождения ее от силовой оснастки. В связи с этим возникает обратная задача: определить форму оснастки, создающую такую упреждающую кривизну, которая обеспечивает заданную остаточную форму панели после разгрузки.

Вариационная формулировка обратных задачи формообразования и метод решения

Пусть $V \subset R^3$ — ограниченная область с достаточно регулярной границей S . Контактная поверхность пуансона с деформируемым обозначается через S_c . Область задания краевых смещений S_b . Обозначим через $u = (u_1, u_2, u_3)$, $\tilde{u} = (\tilde{u}_1, \tilde{u}_2, \tilde{u}_3)$,

$\bar{u} = (\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{u}_3)$ — вектора текущих, остаточных перемещений деформируемого тела и вектора перемещений поверхности пуансона, $u, \tilde{u} \in [W_2^1(Q)]^3$, $\bar{u} \in [W_2^1(Q_c)]^3$, $Q = V \times [0 \leq t \leq T]$, $Q_c = S_c \times [0 \leq t \leq T]$, t — параметр деформирования. Точкой сверху обозначаются скорости перемещений \dot{u} , $\dot{\tilde{u}}$, $\dot{\bar{u}}$. Скалярное произведение в $L_2(S)$ имеет вид $(\cdot, \cdot)_S = \int_S \sum_{i=1}^3 u_i v_i dS$. Соответствующая этому скалярному произведению норма имеет вид $\|u\|_S = \sqrt{(u, u)_S} = \{\int_S \sum_{i=1}^3 u_i^2 dS\}^{1/2}$.

Обратная задача кинематического формообразования обтяжкой на пуансоне формулируется, аналогично [10–14], в виде квазистатического вариационного принципа в общей лагранжевой формулировке (TL) с функционалом:

$$J(\dot{u}, \dot{\tilde{u}}, \dot{\bar{u}}) = \frac{1}{2\varepsilon_1} [\|\dot{\bar{u}} - \dot{\bar{u}}^*\|_{S_c}^2 + \|\dot{u} - \dot{u}^*\|_{S_b}^2] + W_c + a(\dot{u}, \dot{u}) + a(\dot{\tilde{u}}, \dot{\tilde{u}}) + \frac{1}{2\varepsilon_2} \|\dot{\tilde{u}} - \dot{\tilde{u}}^*\|_S^2, \quad (1)$$

$$\varepsilon_1 > 0, \varepsilon_2 > 0, \varepsilon_1 \rightarrow 0, \varepsilon_2 \rightarrow 0,$$

где $\dot{\bar{u}}^*$, $\dot{\tilde{u}}^*$ — заданные остаточные скорости перемещений тела и контактные скорости перемещений точек пуансона; W_c — контактный потенциал, имеющий вид

$$W_c = - \int_{S_c} [p \cdot (\bar{u} - u) + p \cdot (\dot{\bar{u}} - \dot{u})] dS \quad (2)$$

либо

$$W_c = \int_{S_c} [\frac{1}{\varepsilon_n} g_n \dot{g}_n + \frac{1}{\varepsilon_t} g_t \dot{g}_t] dS, \varepsilon_n > 0, \varepsilon_t > 0, \varepsilon_n \rightarrow 0, \varepsilon_t \rightarrow 0, \quad (3)$$

p — вектор поверхностных контактных сил, действующих на S_c , $g_n = n \cdot (\bar{u} - u)$, $\dot{g}_n = n \cdot (\dot{\bar{u}} - \dot{u})$ — нормальный перехлест (взаимное проникновение по нормали к границе S_c) контактирующих частиц и его скорость, $g_t = \tau \cdot (\bar{u} - u)$, $\dot{g}_t = \tau \cdot (\dot{\bar{u}} - \dot{u})$ — касательный перехлест и его скорость, n — единичный вектор нормали к контактной поверхности, τ — единичный касательный вектор к контактной поверхности; потенциальные формы определяются в виде $a(\dot{u}, \dot{v}) = \int_V \frac{\partial E(\dot{u}_{i,j})}{\partial \dot{u}_{i,j}} \dot{v}_{i,j} dV$, $a(\dot{\tilde{u}}, \dot{\tilde{v}}) = \int_V \frac{\partial \tilde{E}(\dot{\tilde{u}}_{i,j})}{\partial \dot{\tilde{u}}_{i,j}} \dot{\tilde{v}}_{i,j} dV$, $E(\dot{u}_{i,j}) = \frac{1}{2} c_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{ij} \dot{\varepsilon}_{kl} - c_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{ij} \dot{\varepsilon}_{kl}^p + \frac{1}{2} \sigma_{ij} \dot{u}_{k,i} \dot{u}_{k,j}$, $\tilde{E}(\dot{\tilde{u}}_{i,j}) = \frac{1}{2} c_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{ij} \dot{\varepsilon}_{kl} - c_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{ij} \dot{\varepsilon}_{kl}^p + \frac{1}{2} \rho_{ij} \dot{u}_{k,i} \dot{u}_{k,j}$ [15], c_{ijkl} — компоненты симметричного тензора упругих констант, $\dot{\varepsilon}_{ij}^p$ — компоненты скоростей пластических деформаций ($\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}$, $\lambda > 0$ — функция требующая опре-

деления, $\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}$ — вектор в пространстве компонент девиатора тензора напряжений, направленный по нормали к поверхности текучести, уравнение $f = 0$ определяет поверхность в пространстве компонент девиатора тензора напряжений [15]), σ_{ij} , ρ_{ij} — компоненты текущего и остаточного второго тензора напряжений Пиола–Кирхгофа, $\dot{\varepsilon}_{ij}$, $\dot{\tilde{\varepsilon}}_{ij}$ — компоненты скоростей текущих и остаточных деформаций Грина–Лагранжа, $\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2} (\dot{u}_{i,j} + \dot{u}_{j,i} + \dot{u}_{k,i} u_{k,j} + u_{k,i} \dot{u}_{k,j})$, $\dot{\tilde{\varepsilon}}_{ij} = \frac{1}{2} (\dot{\tilde{u}}_{i,j} + \dot{\tilde{u}}_{j,i} + \dot{\tilde{u}}_{k,i} \tilde{u}_{k,j} + \tilde{u}_{k,i} \dot{\tilde{u}}_{k,j})$, \dot{u}_i , $\dot{\tilde{u}}_i$ — компоненты скоростей текущих и остаточных перемещений, $u_{i,j} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$, $i, j, k, l = 1, 2, 3$.

Потенциалы W_c (2), (3) в квазистатических задачах представляют собой производные по t контактных потенциалов $W_c = - \int_{S_c} [p \cdot (\bar{u} - u)] dS$, $W_c = \int_{S_c} [\frac{1}{2\varepsilon_n} g_n^2 + \frac{1}{2\varepsilon_t} g_t^2] dS$, полученных наложением контактных условий на формулировку уравнений движения тел методом множителей Лагранжа и методом штрафных функций, соответственно,

[15,16] (n , τ приняты постоянными). При контакте тел возможно скольжение относительно друг друга и слипание. В первом случае должно выполняться ограничение $(\bar{u}^k - u^k) \cdot n = 0$ на S_c (т.е. потенциалы примут вид $W_c = - \int_{S_c} [p_n \cdot n \cdot (\bar{u} - u)] dS$ или $W_c = \int_{S_c} [\frac{1}{2\varepsilon_n} g_n^2] dS$), а контактные касательные силы определяются по контактными нормальным силам по закону трения Кулона. Во втором случае $-\bar{u}^k = u^k$ на S_c . При рассмотрении обратной задачи с функционалом в виде (1) предполагается, что в рассматриваемый момент t имеется контакт жесткого штампа с деформируемым телом, иначе данные потенциалы не должны входить в функционал.

Будем понимать под произвольным полем скоростей перемещений скорости перемещений с учетом условий, исключающие жесткое перемещение тела в задаче деформирования и разгрузки.

Для компонент скорости второго тензора напряжений Пиола–Кирхгофа выполняются определяющие соотношения

$$\dot{\sigma}_{ij} = c_{ijkl}(\dot{\varepsilon}_{kl} - \dot{\varepsilon}_{kl}^p), \quad \dot{\rho}_{ij} = c_{ijkl}(\dot{\tilde{\varepsilon}}_{kl} - \dot{\varepsilon}_{kl}^p).$$

Стационарное значение вариации функционала (1), с учетом независимости \dot{u}_i , $\dot{\tilde{u}}_i$, дают два вариационных принципа: вариационный принцип задачи деформирования и упругой разгрузки (пружинения). Достаточными условиями единственности [15] решения задач деформирования и разгрузки с введенными потенциалами будут

$$\int_V \Delta \left(\frac{\partial E(\dot{u}_{i,j})}{\partial \dot{u}_{i,j}} \Delta \dot{u}_{i,j} dV > 0, \quad \int_V \Delta \left(\frac{\partial \tilde{E}(\dot{\tilde{u}}_{i,j})}{\partial \dot{\tilde{u}}_{i,j}} \dot{\tilde{u}}_{i,j} dV > 0, \quad (4)$$

для всех пар непрерывно дифференцируемых полей скоростей перемещений, принимающих заданные значения на границе. Здесь Δ означает разность соответствующих величин в любых двух различных формах деформации.

Аналогично работам [10,12] строится итерационный метод решения обратных задач в виде

$$A_1^k (\dot{u}^{k+1} - \dot{u}^k, \dot{v} - \dot{u}^{k+1})_{S_c} + A_1^k (\dot{u}^{k+1} - \dot{u}^k, \dot{v} - \dot{u}^{k+1})_{S_b} + \left(\frac{\partial W_c}{\partial \dot{u}^k}, \dot{v} - \dot{u}^{k+1} \right)_{S_c} + \left(\frac{\partial W_c}{\partial \dot{u}^k}, \dot{v} - \dot{u}^{k+1} \right)_{S_c} \\ + a(\dot{u}^k, \dot{v} - \dot{u}^{k+1}) + a(\dot{u}^k, \dot{v} - \dot{u}^*) + A_2^k (\dot{u}^* - \dot{u}^k, \dot{v} - \dot{u}^*)_S = 0, \quad \forall \dot{v}, \quad \forall \dot{v}, \quad \forall \dot{v}, \quad (5)$$

где $A_1^k > 0$, $A_2^k > 0$, $k = 1, 2, \dots$, $\lim_{k \rightarrow \infty} A_1^k = \infty$, $\lim_{k \rightarrow \infty} A_2^k = \infty$. Для потенциала (2), должно рассматриваться еще дополнительное уравнение $(\bar{u}^k - u^k, \dot{\lambda} - \dot{p}^{k+1})_{S_c} = 0 \quad \forall \dot{\lambda}$.

Пусть \dot{u}^k , \dot{u}^k , \dot{u}^k — решения контактной задачи деформирования и задачи разгрузки, $S = S_c \cup S_b$. Тогда итерационный процесс (5) решения обратной задачи формообразования представляется в виде

$$\dot{u}_i^{k+1} = \dot{u}_i^k + \alpha^k (\dot{u}_i^* - \dot{u}_i^k) \quad \text{на } S_c, \quad \dot{u}_i^{k+1} = \dot{u}_i^k + \alpha^k (\dot{u}_i^* - \dot{u}_i^k) \quad \text{на } S_b, \quad \alpha^k = \frac{A_2^k}{A_1^k}. \quad (6)$$

Действительно, если принять, что в данный момент времени имеется контакт жесткого тела с деформируемым и \dot{u}^k , \dot{u}^k , \dot{u}^k — решения контактной задачи деформирования и задачи разгрузки, то должны быть выполнены контактные условия. Пусть в (5) $\dot{v}_i = \dot{u}_i^{k+1} - \dot{u}_i^k + \dot{u}_i^k$, $\dot{v}_i = \dot{u}_i^{k+1} - \dot{u}_i^k + \dot{u}_i^k$, $\dot{v}_i = \dot{u}_i^* + \dot{u}_i^k - \dot{u}_i^k$, тогда

$$A_1^k (\dot{u}^{k+1} - \dot{u}^k, \dot{u}^d)_{S_c} + A_1^k (\dot{u}^{k+1} - \dot{u}^k, \dot{u}^d)_{S_b} + a(\dot{u}^k, \dot{u}^d) - a(\dot{u}^k, \dot{u}^d) - A_2^k (\dot{u}^* - \dot{u}^k, \dot{u}^d)_S = 0, \quad (7)$$

где $\dot{u}_i^d = \dot{u}_i^k - \dot{u}_i^k$. Но $a(\dot{u}^k, \dot{u}^d) - a(\dot{u}^k, \dot{u}^d) \geq 0$ [10,14], тогда (7) примет вид

$$(\dot{u}^{k+1} - \dot{u}^k, \dot{u}^d)_{S_c} + (\dot{u}^{k+1} - \dot{u}^k, \dot{u}^d)_{S_b} - \frac{A_2^k}{A_1^k}(\dot{u}^* - \dot{u}^k, \dot{u}^d)_S \geq 0.$$

При условии $S = S_c \cup S_b$, последнее неравенство можно представить

$$(\dot{u}^{k+1} - \dot{u}^k, \dot{u}^d)_{S_c} + (\dot{u}^{k+1} - \dot{u}^k, \dot{u}^d)_{S_b} - \frac{A_2^k}{A_1^k}(\dot{u}^* - \dot{u}^k, \dot{u}^d)_{S_c} - \frac{A_2^k}{A_1^k}(\dot{u}^* - \dot{u}^k, \dot{u}^d)_{S_b} \geq 0.$$

Это неравенство будет выполняться, если $(\dot{u}^{k+1} - \dot{u}^k, \dot{u}^d)_{S_c} - \frac{A_2^k}{A_1^k}(\dot{u}^* - \dot{u}^k, \dot{u}^d)_{S_c} \geq 0$,

$(\dot{u}^{k+1} - \dot{u}^k, \dot{u}^d)_{S_b} - \frac{A_2^k}{A_1^k}(\dot{u}^* - \dot{u}^k, \dot{u}^d)_{S_b} \geq 0$. Данные неравенства определяют операцию проектирования [17], поэтому приходим к итерационному процессу (6) в области S_c и S_b .

На основе теорем сходимости [10,11,14] можно показать сходимость и для данного итерационного метода при $0 < \alpha^k < 2$.

Основываясь на выводах [14], итерационный метод (6) для решения обратных задач формообразования обтяжкой по перемещениям может быть представлен в виде

$$\begin{aligned} \dot{u}_i^{k+1} &= \dot{u}_i^k + \alpha^k(\dot{u}_i^* - \dot{u}_i^k) + \beta^k(\dot{u}_i^k - \dot{u}_i^k) \quad \text{на } S_c, \\ \dot{u}_i^{k+1} &= \dot{u}_i^k + \alpha^k(\dot{u}_i^* - \dot{u}_i^k) + \beta^k(\dot{u}_i^k - \dot{u}_i^k) \quad \text{на } S_b, \end{aligned} \quad (8)$$

где $0 < \alpha^k < 2$, $\beta^k \rightarrow 0$ при $k \rightarrow \infty$, $i = 1, 2, 3$.

Применяя основные процедуры метода конечных элементов [15,16,18] к вариационным принципам задач деформирования под нагрузкой и разгрузкой, полученным из функционала (1), найдем систему линейных алгебраических уравнений двух задач

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{K}^{(i-1)} \Delta \mathbf{U}^{(i)} = {}^{t+\Delta t}\mathbf{R}^{(i-1)}, \quad {}^{t+\Delta t}\widehat{\mathbf{K}}^{(i-1)} \Delta \widehat{\mathbf{U}}^{(i)} = {}^{t+\Delta t}\widehat{\mathbf{R}}^{(i-1)}, \quad (9)$$

где ${}^{t+\Delta t}\mathbf{K}^{(i-1)}$, ${}^{t+\Delta t}\widehat{\mathbf{K}}^{(i-1)}$ — матрицы касательной жесткости (в матрице ${}^{t+\Delta t}\mathbf{K}^{(i-1)}$ включены дополнительные элементы, образующиеся от контактных ограничений), ${}^{t+\Delta t}\mathbf{R}^{(i-1)}$, ${}^{t+\Delta t}\widehat{\mathbf{R}}^{(i-1)}$ — вектора внешних и внутренних сил. Верхние индексы величин $t + \Delta t$ указывают на момент времени, для которого она вычисляется. Верхние индексы величин $(i - 1)$ указывают на номер итерации при уточнении решения методом Ньютона-Рафсона. Решение следующего шага ${}^{t+\Delta t}\mathbf{U} = {}^t\mathbf{U} + \Delta \mathbf{U}$.

В результате решения первой задачи по заданным перемещениям, обеспечивающих прижатие заготовки к пуансону и растяжение, получаем деформированную модель с распределением напряжений и деформаций. Вторая задача на основе данных о начальных напряжениях и деформациях определяет перемещения разгрузки. После этого можно найти остаточные узловые перемещения $\tilde{\mathbf{U}} = \mathbf{U} + \widehat{\mathbf{U}}$.

Основные процедуры контактных задач включают метод множителей Лагранжа, метод штрафа [15,16] и непосредственный учет контактных ограничений. MSC.Marc делит контактные задачи на две области [19]; первое — когда деформируемое тело контактирует с жесткой поверхностью, а второе — когда деформируемое тело контактирует с другим деформируемым телом или с самим собой. Целевой узел на деформируемом теле не имеет ограничений, пока контакт не случился. В случае возникновения контакта узлы деформируемого тела принимают перемещения узлов жесткого контактного тела, т.е. контактные условия преобразуются в кинематические $u_{normal} = \bar{u} \cdot n$.

Численные результаты решения обратных задач.

Рассматривается задача расчета формы пуансона, создающей такую упреждающую кривизну панели при обтяжки, которая обеспечивает заданную остаточную форму после разгрузки. Моделирование формообразования панели двойной кривизны толщиной 2 мм проводится методом конечных элементов в MSC.Marc. Размеры заготовки 309x83 мм. Заготовка имеет свойства материала 1163T. Материал изотропен и его характеристики равны следующим значениям: модуль Юнга $E = 7000 \text{ кг/мм}^2$, коэффициент Пуассона $\nu = 0.34$, предел текучести $\sigma_T = 29.85 \text{ кг/мм}^2$, модуль линейного упрочнения $\sigma_T = 200.75 \text{ кг/мм}^2$. Процесс деформирования, при условии утонения листа менее 20%, проходит в два этапа: прижатие заготовки к пуансону перемещениями (8) и растяжение панели. После разгрузки вычисленное поле остаточных перемещений панели используется в (8). Изменение геометрии пуансона проводится путем решения задачи деформирования поверхности по полю перемещений (8). Данные задачи решаются на каждой итерации, пока не обеспечится необходимая точность.

Итерационный метод реализован в системе MSC.Marc с помощью ряда пользовательских процедур [19]. Для подготовки расчетной модели с заданными граничными условиями и определения проекций контактных тел применялись пользовательские программы, разработанные в MSC.Patran. В результате расчета найдена геометрия пуансона, которая уменьшает отклонения заготовки от заданной формы после обтяжки и разгрузки (рис.1,2). На рис.1 представлена остаточная форма заготовки после обтяжки по заданной поверхности, на рис.2. — остаточная форма заготовки после обтяжки, полученной итерационным методом на 6 итерации. На рисунках представлена урезанная часть заготовки (выбраны элементы находящиеся непосредственно над поверхностью пуансона). В результате расчета отклонения от заданной геометрии уменьшились в 1.6 раз.

Для сравнения был произведен расчет итерационным методом (6) при $\alpha^k = 0$. Сходимость итерационных методов оценивалась по среднеквадратичной норме ($e_k = \frac{\xi_k}{\xi_1}$, $\xi_k = (\sum_S (\tilde{u}_3^k - \tilde{u}_3^*)^2)^{1/2}$, S - нижняя поверхность панели, k - номер итерации). Как видно, из рис.3 (сплошная линия расчет по (8), пунктирная – (6)) метод (8) дает устойчивое решение.

Моделирование обтяжки проводилось без дополнительных переходов с промежуточной термообработкой. Включение в модель процесса деформирования таких переходов возможно. Это обеспечит снижение остаточных напряжений и улучшит сходимость итерационного метода решения обратных задач.

При моделировании процесса обтяжки заготовки при кинематических нагрузках в системе MSC.Marc с учетом больших деформаций (Updated Lagrange) напряженно-деформированное состояние изменяется незначительно в сравнении с общей лагранжевой формулировкой (Total Lagrange), но в разработанном алгоритме решение задач разгрузки при Updated Lagrange некорректное.

Заключение

Обтяжные прессы с программным управлением обеспечивают реализацию различных схем формообразования оболочек. Выбор рациональных схем осуществляется в зависимости от геометрических параметров оболочки, предельного коэффициента обтяжки и типа обтяжного оборудования. Разработанный алгоритм предлагается для



Рис. 1. Остаточная конфигурация заготовки (сверху) после первой итерации в сравнении с заданной поверхностью.



Рис. 2. Остаточная конфигурация заготовки (сверху) после шестой итерации в сравнении с заданной поверхностью.

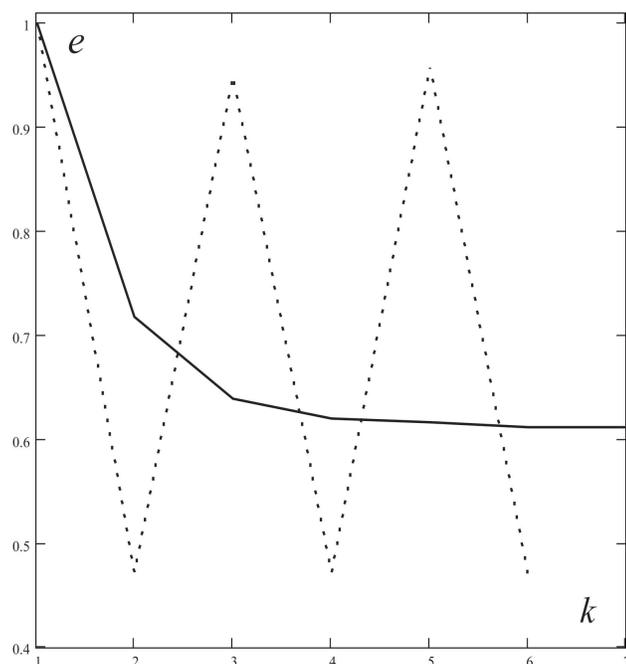


Рис. 3. График сходимости.

уточнения геометрии пуансона при формообразовании с известной технологией обшивки. В рассмотренной задаче взят наиболее простой закон нагружения обшивки и он не оптимизировался.

Разработанные алгоритмы могут использоваться в промышленных приложениях, таких как формирование обшивок для самолетов, и позволить моделировать и эффективно оценивать параметры технологических процессов изготовления деталей.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Аннин Б. Д., Олейников А. И., Бормотин К. С. Моделирование процессов формообразования панелей крыла самолета SSJ-100 // Прикладная механика и техническая физика. 2010. Т. 51. № 4. С. 155–165.

[2] Веричев С. Н., Горев Б. В., Банщикова И. А. Формообразование изгибом в режиме пластичности элементов самолетных конструкций // Обработка металлов. 2014. № 4(65). С. 85–93.

[3] Yan Yu, Wan Min, Wang Haibo, Huang Lin. Design and optimization of press bend forming path for producing aircraft integral panels with compound curvatures // Chinese Journal of Aeronautics. 2010. 23(2). P. 274–282.

[4] Молод М. В. Управление процессом формообразования обшивок на оборудовании с ЧПУ // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2011. Т. 7. № 12-2. С. 62–64.

- [5] Крупский Р. Ф., Кривенок А. А., Станкевич А. В., Белых С. В., Мироненко В. В. Моделирование кинематики движения рабочих элементов обтяжного прессы FET // Вестник ИрГТУ. 2014. № 9(92). С. 40–44.
- [6] Мироненко В. В., Чеславская А. А., Белых С. В. Моделирование обтяжки летательных аппаратов с учётом эффектов, возникающих в зонах зажатия губками // Ученые записки КнАГТУ. 2014. № II-1(18). С. 13–18.
- [7] Крупский Р. Ф., Кривенок А. А., Станкевич А. В., Феоктистов С. И., Белых С. В. Формообразование профильных заготовок с помощью листового обтяжного прессы // Ученые записки КнАГТУ. 2013. № II-1(14). С. 4–8.
- [8] Белых С. В., Кривенок А. А., Мироненко В. В., Мишагин В. А. Определение положения пуансона в рабочем пространстве обтяжного прессы FET в процессе технологической подготовки производства // Вестник ИрГТУ. 2013. № 12(83). С. 36–40.
- [9] Михеев В. А. Устойчивость оболочек двойной кривизны в процессе формообразования обтяжкой // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2004. Т. 6. № 2. С. 408–413.
- [10] Бормотин К. С. Итеративный метод решения геометрически нелинейных обратных задач формообразования элементов конструкций в режиме ползучести // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2013. Т. 53. № 12. С. 2091–2099.
- [11] Бормотин К. С. Итеративный метод решения обратных задач формообразования элементов конструкций в режиме ползучести // Вычислительные методы и программирование. 2013. Т. 14. С. 141–148.
- [12] Бормотин К. С., Белых С. В., Вин Аунг. Математическое моделирование обратных задач многоточечного формообразования в режиме ползучести с помощью реконфигурируемого устройства // Вычислительные методы и программирование. 2016. Т. 17. С. 258–267.
- [13] Бормотин К. С., Тарануха Н. А. Математическое моделирование обратных задач формообразования с учетом неполной обратимости деформаций ползучести // Прикладная механика и техническая физика. 2018. Т. 59. № 1. С. 161–170.
- [14] Бормотин К. С. Метод решения обратных задач неупругого деформирования тонкостенных панелей // Вычислительные методы и программирование. 2017. Т. 18. С. 359–370.
- [15] Коробейников С. Н. Нелинейное деформирование твердых тел. Новосибирск.: Изд-во СО РАН, 2000.
- [16] Wriggers P. Computational Contact Mechanics. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006.
- [17] Васильев Ф. П. Методы оптимизации. М.: Факториал Пресс, 2002.
- [18] Bathe K. -J. Finite element procedures engineering analysis. – Prentice-Hall, Inc., Engewood Cliffs, New Jersey, 1982.
- [19] Marc 2016, Vol A: Theory and User Information, MSC.Software Corporation <http://www.mssoftware.com/product/marc>

K. S. Bormotin, Win Aung

METHOD OF SOLVING THE INVERSE PROBLEM IN THE PROCESS OF PANEL STRETCH-FORMING

Komsomolsk-na-Amure State University, Komsomolsk - on - Amur, Russia

Abstract. Modeling of the stretch-forming technology on a die for manufacturing of double curvature sheaths is presented. The precision of the part shape obtained depends on the accuracy of the computed and manufactured form of the tool (punch), which determines the anticipatory shape of the panel. The anticipatory shape should provide the given residual curvature of the panel after its release from the force tool. The problem of determining this form of the tool for a given residual curvature of the panel is an inverse problem. Mathematical models and numerical methods for solving inverse problems of shaping monolithic panels by stretch-forming on a die have been developed. The algorithms implemented in MSC.Marc allow to calculate the required punch shape. The results of iterative methods convergence for solving inverse problems are considered.

Keywords: inverse problem, variational principles, finite element method, stretch-forming, springback, iterative method.

REFERENCES

- [1] Annin B. D., Olejnikov A. I., Bormotin K. S. Modelirovanie processov formoobrazovaniya panelej kryla samoleta SSJ-100 // Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika. 2010. T. 51. № 4. S. 155–165. (in Russian)
- [2] Verichev S. N., Gorev B. V., Banshchikova I. A. Formoobrazovanie izgibom v rezhime plastichnosti ehlementov samoletnyh konstrukcij // Obrabotka metallov. 2014. № 4(65). S. 85–93. (in Russian)
- [3] Yan Yu, Wan Min, Wang Haibo, Huang Lin. Design and optimization of press bend forming path for producing aircraft integral panels with compound curvatures // Chinese Journal of Aeronautics. 2010. 23(2). P. 274–282.
- [4] Molod M. V. Upravlenie processom formoobrazovaniya obshivok na oborudovanii s CHPU // Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. 2011. T. 7. № 12-2. S. 62–64. (in Russian)
- [5] Krupskij R. F., Krivenok A. A., Stankevich A. V., Belyh S. V., Mironenko V. V. Modelirovanie kinematiki dvizheniya rabochih ehlementov obtyazhnogo pressa FET // Vestnik IrGTU. 2014. № 9(92). S. 40–44. (in Russian)
- [6] Mironenko V. V., CHeslavskaya A. A., Belyh S. V. Modelirovanie obtyazhki letatel'nyh apparatov s uchyotom ehffektov, vznikayushchih v zonah zazhatiya gubkami // Uchenye zapiski KnAGTU. 2014. № II-1(18). С. 13–18. (in Russian)

Bormotin Konstantin Sergeevich

e-mail: cvmi@knastu.ru, Dr. Sci. Phys. & Math., Assoc. Prof., Professor of the department of mechanics and analysis of structures and processes, Komsomolsk-na-Amure State University, Komsomolsk - on - Amur, Russia.

Win Aung

e-mail: winnaung53@gmail.com, Graduate Student, Komsomolsk-na-Amure State University, Komsomolsk - on - Amur, Russia.

- [7] Krupskij R. F., Krivenok A. A., Stankevich A. V., Feoktistov S. I., Belyh S. V. Formoobrazovanie profil'nyh zagotovok s pomoshch'yu listovogo obtyazhnogo pressa // Uchenye zapiski KnAGTU. 2013. № II-1(14). S. 4–8. (in Russian)
- [8] Belyh S. V., Krivenok A. A., Mironenko V. V., Mishagin V. A. Opredelenie polozheniya puansona v rabochem prostranstve obtyazhnogo pressa FET v processe tekhnologicheskoy podgotovki proizvodstva // Vestnik IrGTU. 2013. № 12(83). S. 36–40. (in Russian)
- [9] Miheev V. A. Ustojchivost' obolochek dvojnoj krivizny v processe formoobrazovaniya obtyazhkoj // Izvestiya Samarskogo nauchnogo centra Rossijskoj akademii nauk. 2004. T. 6. № 2. S. 408–413. (in Russian)
- [10] Bormotin K. S. Iterativnyj metod resheniya geometricheski nelinejnyh obratnyh zadach formoobrazovaniya ehlementov konstrukcij v rezhime polzuchesti // ZHurnal vychislitel'noj matematiki i matematicheskoy fiziki. 2013. T. 53. № 12. S. 2091–2099. (in Russian)
- [11] Bormotin K. S. Iterativnyj metod resheniya obratnyh zadach formoobrazovaniya ehlementov konstrukcij v rezhime polzuchesti // Vychislitel'nye metody i programirovanie. 2013. T. 14. S. 141–148. (in Russian)
- [12] Bormotin K. S., Belyh S. V., Vin Aung. Matematicheskoe modelirovanie obratnyh zadach mnogotochechnogo formoobrazovaniya v rezhime polzuchesti s pomoshch'yu rekonfiguriruемого ustrojstva // Vychislitel'nye metody i programirovanie. 2016. T. 17. S. 258–267. (in Russian)
- [13] Bormotin K. S., Taranuha N. A. Matematicheskoe modelirovanie obratnyh zadach formoobrazovaniya s uchetom nepolnoj obratimosti deformacij polzuchesti // Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika. 2018. T. 59. № 1. S. 161–170. (in Russian)
- [14] Bormotin K. S. Metod resheniya obratnyh zadach neuprugogo deformirovaniya tonkostennyh panelej // Vychislitel'nye metody i programirovanie. 2017. T. 18. S. 359–370. (in Russian)
- [15] Korobejnikov C. H. Nelinejnoe deformirovanie tverdyh tel. Novosibirsk.: Izd-vo SO RAN, 2000. (in Russian)
- [16] Wriggers P. Computational Contact Mechanics. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006.
- [17] Vasil'ev F. P. Metody optimizacii. M.: Faktorial Press, 2002.
- [18] Bathe K. -J. Finite element procedures engineering analysis. – Prentice-Hall, Inc., Engewood Cliffs, New Jersey, 1982.
- [19] Marc 2016, Vol A: Theory and User Information, MSC.Software Corporation <http://www.mscsoftware.com/product/marc>