

М. В. Петров, Т. Г. Федорова, Е. Г. Гоник, Н. Г. Пфаненштиль

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ВЛИЯНИЯ
ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ НА УСТОЙЧИВОСТЬ
ТОНКОСТЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК,
ЗАПОЛНЕННЫХ СЫПУЧИМ МАТЕРИАЛОМ, ПРИ ИЗГИБЕ
ПОПЕРЕЧНОЙ СИЛОЙ**

*Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова, г. Чебоксары, Россия
Казанский филиал Российского государственного университета правосудия, г. Казань,
Россия*

Аннотация. Экспериментально изучено влияния геометрических параметров и сыпучего заполнителя на форму потери устойчивости тонкостенных цилиндрических оболочек и критическое значение поперечной нагрузки при изгибе. Исследуемые образцы выполнены из алюминиевых сплавов. Один торец оболочки жестко закреплен, а на другой торец прикладывалась вертикально направленная сила. Исследовались пустые и заполненные на 90% по объему сыпучим материалом оболочки. В качестве заполнителя использовался железный порошок ПЖ-5. В каждой серии экспериментов испытывались по 5-10 образцов. После статистической обработки экспериментальных данных построены графики зависимости перемещений нагружаемого торца оболочки от приложенной силы. Критическая нагрузка определялась методом точки перегиба, согласно которому нагрузка считается критической, если ее последующее малое приращение приводит к резкому увеличению прогиба оболочки. Установлено, что заполнение сыпучим материалом на 90% создает при изгибе оболочки давление на ее внутреннюю поверхность, которое препятствует образованию локальных вмятин и увеличивает значение критической нагрузки. Проведено сопоставление экспериментально полученных значений критического изгибающего момента для пустых оболочек с результатами аналитического решения других авторов, не учитывающего влияние длины на устойчивость оболочки. Показано, что аналитическое решение в этом случае дает завышенное значение изгибающего момента. Расхождение результатов расчетов и экспериментов по этому параметру может достигать 80%. Уточнение теоретических результатов требует решения задачи в трехмерной, геометрически и физически нелинейной постановке с привлечением численных методов и реализующих их программных комплексов.

Ключевые слова: цилиндрическая оболочка, заполнитель, устойчивость, пластические деформации, эксперимент.

УДК: 539.3

Введение. Круговые цилиндрические оболочки применяются во многих областях техники в качестве основных элементов конструкций. Широкое распространение таких оболочек определяется прежде всего простотой изготовления и высокой прочностью при минимальном весе. В то же время форма цилиндрической оболочки опасна в отношении устойчивости. Различные аспекты потери устойчивости пустых тонкостенных оболочек теоретически и экспериментально изучались в работах [1] - [25]. Анализу потери устойчивости и закритического поведения тонкостенных оболочек, заполненных сыпучим материалом, посвящены работы [14], [16], [19] - [22]. Влияние геометрических параметров тонкостенных оболочек, заполненных сыпучим материалом, на устойчивость при изгибе экспериментально не исследовалось. Цель настоящей работы - экспериментальное изучение влияния размеров тонкостенных цилиндрических оболочек, заполненных сыпучим материалом (железным порошком ПЖ-5), на форму потери устойчивости и значение критической поперечной нагрузки при изгибе. Экспериментальное исследование устойчивости тонкостенной оболочки. Схема установки для испытаний изображена на рис. 1. Экспериментальная установка состоит из жесткой стальной стенки (1), оправки (2), образца (3), двух полуколец (4), четырех болтов для крепления полуколец к жесткой стенке (5), индикатора часового типа ИЧ-10 (6), тензодатчиков с измерителем деформаций (7). Металлическая оправка (2), выточенная по внутреннему диаметру образца, жестко приваривалась к стенке (1). На оправку плотно насаживался один торец испытываемого образца (3) и на его наружную поверхность надевались полукольца (4), которые стягивались между собой и болтами (5) крепились к стальной стенке (1). Нагрузка F пошагово доводилась до критического значения, при котором происходила потеря устойчивости образца (3). Начальный шаг ΔF нагрузки задавался равным 10 Н и при приближении к критическому значению ΔF уменьшался до 1 Н. Вертикальное перемещение торца образца

© Петров М. В., Федорова Т. Г., Гоник Е. Г., Пфаненштиль Н. Г., 2018

Петров Михаил Васильевич

e-mail: gimmaretrova20@gmail.com, доктор технических наук, доцент кафедры строительных конструкций, профессор, Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова, г. Чебоксары, Россия.

Федорова Татьяна Георгиевна

e-mail: tanusha2884@mail.ru, кандидат технических наук, доцент кафедры строительных конструкций, Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова, г. Чебоксары, Россия.

Гоник Екатерина Григорьевна

e-mail: katty.gonik@mail.ru, старший преподаватель кафедры строительных конструкций, Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова, г. Чебоксары, Россия.

Пфаненштиль Надежда Георгиевна

e-mail: pfedorova83@mail.ru, кандидат исторических наук, доцент кафедры социально-гуманитарных наук, Казанский филиал Российского государственного университета правосудия, г. Казань, Россия.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-38-60051 мол_а_дк («Разработка вычислительных моделей и расчетно-экспериментальное исследование предельных состояний оболочечных конструкций при контактном взаимодействии с сыпучим наполнителем с учетом сложного нагружения, геометрической и физической нелинейности»).

Поступила 21.08.2018

(3) измерялось с помощью индикатора часового типа (6). Изготовлены образцы двух типов, отличающиеся материалом и геометрическими параметрами. Первый тип образцов был изготовлен глубокой вытяжкой из алюминиевого сплава 3004 в состоянии Н 19. Второй тип образцов был изготовлен точением на токарном станке за одну установку из трубы наружным диаметром 85 мм из алюминиевого сплава марки Д16Т. Образцы протачивались по внутренней и наружной поверхностям трубы. Размеры образцов приведены в таблице 1.

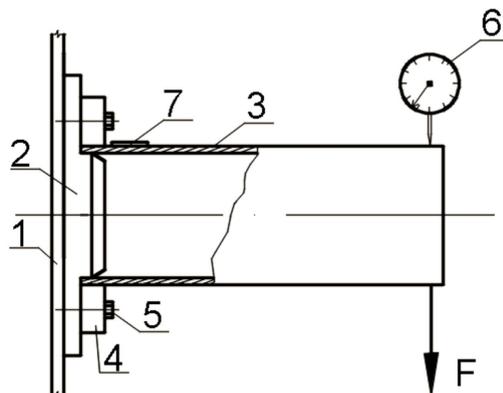


Рис. 1. Схема установки

Первый тип образцов					
Серия испытаний	Радиус R , мм	Толщина стенки h , мм	Длина L , мм	h/R	L/R
1	32,80	0,10	135	0,0030	4,12
2	32,80	0,10	270	0,0030	8,24
3	41,65	0,12	165	0,0029	3,96
Второй тип образцов					
4	41,20	0,42	171	0,0100	4,15
5	41,20	0,42	348	0,0100	8,30

Таблица 1.

Размеры образцов подбирались с учетом условий физического и геометрического подобия с большегабаритными автоцистернами, изготавливаемыми на заводе ЗАО «Чебоксарское предприятие «Сеспель» [26]. Коэффициенты подобия образцов и автоцистерн равны следующим значениям [27]:

$$\alpha_1 = \frac{R_{\min}}{R'_{\min}} = 36,59, \alpha_1 = \frac{R_{\max}}{R'_{\max}} = 36,40, \alpha_2 = \frac{L_{\max}}{L'_{\max}} = 37,00, \quad (1)$$

$$\alpha_2 = \frac{L_{\min}}{L'_{\min}} = 37,00, \alpha_3 = \frac{h_{\max}}{h'_{\max}} = 36,90, \alpha_3 = \frac{h_{\min}}{h'_{\min}} = 37,00. \alpha_3 = \frac{h}{h'} = 37,00$$

В (1) R_{\min} , R_{\max} , L_{\min} , L_{\max} , h_{\min} , h_{\max} , h относятся к размерам натуральных цистерн, а R'_{\min} , R'_{\max} , L'_{\min} , L'_{\max} , h'_{\min} , h'_{\max} , h' к модельным образцам. В соответствии с коэффициентами подобия (1) размеры натуральных цистерн должны быть следующими: $R = (1200 \div 1500)$ мм, $h = (3,7 \div 15,5)$ мм, $L = (6100 \div 10000)$ мм. Материалом автоцистерн должен быть алюминиевый сплав, тождественный материалу модельных образцов. Результаты экспериментов. В каждой серии экспериментов испытывались от 5 до 10 образцов. Статистически обработанные в соответствии с [28] результаты экспериментов приведены в таблице 2.

Серия испытаний	β степень заполнения образцов, %	Критическая сила (эксперимент) F_{cr} , кН	% увеличения для $\beta = 90\%$	Критический изгибающий момент (эксперимент), M_{cr}^{exp} , кН*м	Критический изгибающий момент (расчет) M_{cr}^{num} , кН*м	δ , %
1	0 (пустой)	0,153	40,5	0,021	0,0242	15,2
	90	0,215		0,029		
2	0	0,060	16,9	0,016	0,0242	51,2
	90	0,070		0,019		
3	0	0,262	30,2	0,043	0,0448	4,2
	90	0,341		0,056		
4	0	1,770	26,3	0,300	0,536	79
	90	2,235		0,382		
5	0	0,830	12,3	0,290	0,536	85
	90	0,932		0,324		

Таблица 2.

Статистически обработанные в соответствии с [28] результаты экспериментов приведены в таблице 2.

Фотографии образцов первой и пятой серий после испытаний показаны на рис.2 а, б. Зависимости прогиба U нагружаемого торца образцов первой и второй серии от поперечной силы F показаны на рис. 3. Статистическая обработка результатов измерений [28] показывает, что среднеквадратичная погрешность измерений перемещений равняется 0,01 мм. Относительная погрешность результатов измерений составляет 6,5 %.

По экспериментальным данным в начале нагружения происходило сплющивание образца в нижней сжатой зоне около заделки, которое исчезало после снятия нагрузки. Из рис. 3 видно, что зависимость $U(F)$ до потери устойчивости линейная. Это



Рис. 2. Форма оболочки после снятия нагрузки: а) образец серии 1 ($h/R=0,003$, $L/R=4,12$), б) образец серии 5 ($h/R=0,01$, $L/R=8,3$)

позволяет предположить, что на докритической стадии образец деформируется упруго. На закритической стадии изгиб оболочки сопровождается пластическим деформированием и приводит к образованию в этой зоне вмятины ромбовидной формы, перпендикулярно направленной к продольной оси оболочки. Дальнейшее выпучивание оболочки зависит от ее длины. На коротких оболочках (серии 1, 3 и 4) образуются вмятины на боковых поверхностях, направленные под углом к продольной оси (рис.2а). На длинных оболочках (серии 2 и 5) вмятины на боковых поверхностях отсутствуют. Таким образом, для длинных оболочек на закритической стадии деформирования реализуется "изгибная" форма с локальной вмятиной в зоне максимальных сжимающих продольных напряжений. Для коротких оболочек после достижения критической нагрузки сначала происходит выпучивание по "изгибной" форме, а затем реализуется "сдвиговая" форма выпучивания в зоне максимальных (по окружности) касательных

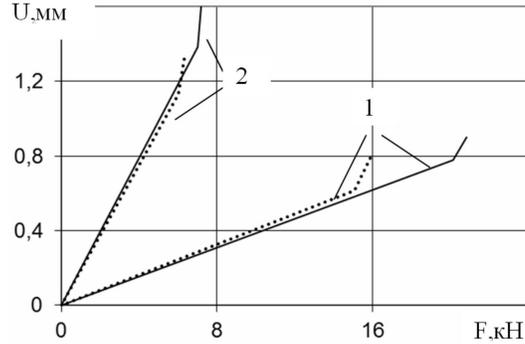


Рис. 3. Зависимость прогиба свободного торца образцов от поперечной силы: сплошные линии - для образцов с сыпучим материалом, пунктирные линии - для пустых образцов, 1 - образцы первой серии ($h/R = 0,003$, $L/R = 4, 12$), 2 - образцы второй серии ($h/R = 0,003$, $L/R = 8, 24$)

напряжений. Аналогичные результаты исследования формы потери устойчивости цилиндрических консольно закрепленных оболочек при изгибе поперечной силой получены в [13] на основе компьютерного моделирования. Как показали результаты проведенных экспериментов, сыпучий наполнитель практически не влияет на форму потери устойчивости оболочек.

Сопоставление экспериментальных и теоретических данных. Результаты испытаний пустых образцов сравнивались с результатами расчетов критического изгибающего момента для тонкостенной цилиндрической трубы по формуле, представленной в работах [1,5,29]:

$$M_{cr}^{num} \approx \frac{E \cdot R \cdot h^2}{\sqrt{1 - \nu^2}} \quad (2)$$

где E – модуль упругости материала оболочки; ν – коэффициент Пуассона. В таблице 2 приведены вычисленные по формуле (2) значения M_{cr}^{num} и их расхождение δ с результатами проведенных испытаний M_{cr}^{exp} .

$$\delta = (M_{cr}^{num} - M_{cr}^{exp}) \times 100 / M_{cr}^{exp} \quad (3)$$

Из таблицы 2 видно, что формула (2) в рассмотренных вариантах изгиба консольно закрепленной цилиндрической оболочки завышает значение критического изгибающего момента, что соответствует результатам экспериментальных исследований [5]. Расхождение δ результатов расчетов и экспериментов существенно зависит от размеров образца: с увеличением h/R и L/R этот параметр также увеличивается. Следует отметить, что с увеличением h/R влияние L/R на точность формулы (2) определения M_{cr}^{num} уменьшается. Сыпучий материал ПЖ-5 создает давление на внутреннюю поверхность, препятствующее образованию вмятин. Как видно из табл. 2 для заполненных порошком на 90% образцов критическая поперечная сила F_{cr} возросла на $(12,3 \div 40,5\%)$. Измеренные продольные и окружные деформации в зоне потери устойчивости позволили посчитать осевое критическое напряжение σ_{cr} . Например, для пустых образцов первой серии $\sigma_{cr} = (45 \div 60)$ МПа. Максимальное критическое напряжение, подсчитанное по формуле из [13]:

$$\sigma_{cr}^{\max} = \frac{F_{cr} \cdot L}{\pi \cdot h \cdot R^2} \quad (4)$$

равно 61 МПа. Критическое напряжение, посчитанное по балочной теории изгиба и полученное в эксперименте, почти совпадают. Однако, по балочной теории изгиба нельзя определить критическое состояние. В работе [30] приводится эмпирическая формула определения критического продольного напряжения для пустых оболочек следующего вида:

$$\sigma_{cr} = \frac{0,35 \cdot E}{(1 - \mu^2)^{5/8}} \cdot \left(\frac{h}{R}\right)^{5/4} \cdot \frac{L}{R} \quad (5)$$

Согласно этой формуле для образцов первой серии σ_{cr} равно 75,3 МПа. Этот результат отличается от полученного нами в проведенных экспериментах критического напряжения на 25,3 %.

Заключение 1. Результаты экспериментов показывают, что для всех рассмотренных образцов сыпучий наполнитель слабо влияет на форму потери устойчивости, но увеличивает критическую нагрузку. Поэтому при проектировании цистерн теоретический анализ их устойчивости можно выполнять без учета загружаемого сыпучего материала, что упрощает постановку задачи и сокращает затраты вычислительных ресурсов. 2. С увеличением длины образца критическая поперечная нагрузка уменьшается, а с увеличением отношения h/R критическая нагрузка увеличивается. 3. Приближенная формула (2) завышает значение критического изгибающего момента. С увеличением h/R и L/R оболочки погрешность этой формулы возрастает. 4. Для уточнения теоретической оценки критической нагрузки, а также исследования формы потери устойчивости и закритического деформирования оболочки необходимо численное решение задачи в трехмерной, геометрически и физически нелинейной постановке с привлечением современных программных комплексов.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Brazier L. G. On the flexure of thin cylindrical shells and other "Thin" Sections. Proceedings of the Royal Society, ser. A, vol. 116, № 773. 1927. P. 104–114.
- [2] Вольмир А. С. Устойчивость деформируемых систем. М. : Наука, 1967. 984 с.
- [3] Григолюк Э. И., Кабанов В. В. Устойчивость оболочек. М. : Наука, 1978. 360 с.
- [4] Саченков А. В. О локальной устойчивости оболочек. Изв. Казан, филиала АН СССР. Сер. физ.-мат. и техн. наук. 1960. № 14. С. 35 – 42.
- [5] Ильгамов М. А. Экспериментальное исследование устойчивости консольно закрепленной цилиндрической оболочки под действием поперечной силы и внутреннего давления // Исследования по теории пластин и оболочек. – Изд-во Казанского ун-та. № 2. 1964. С. 186–191.
- [6] Коноплев Ю. Г. Экспериментальное исследование задачи о действии сосредоточенной силы на цилиндрическую оболочку // Исследования по теории пластин и оболочек. – Изд-во Казанского ун-та. 1966. № 4. С. 83–90.
- [7] Саченков А. В. Теоретико-экспериментальный метод исследования устойчивости пластин и оболочек // Исследования по теории пластин и оболочек. Вып. 6/7. Казань, 1970. С. 391–433.
- [8] Моссаковский В. И., Маневич Л. И., Мильцын А. М. Моделирование несущей способности цилиндрических оболочек. Киев : Наукова Думка, 1977. 141 с.

- [9] Пикуль В. В. Современное состояние теории оболочек и перспективы ее развития // Механика твердого тела. 2000. № 2. С. 153–168.
- [10] Li L.-Y., Kettle R. Nonlinear bending response and buckling of ring-stiffened cylindrical shells under pure bending // International Journal of Solids and Structures. 2002. Vol. 39, № 3. P. 765–781.
- [11] Mathon C, Limam A. Experimental collapse of thin cylindrical shells submitted to internal pressure and pure bending // Thin-Walled Structure. 2006. Vol. 44. P. 39–50.
- [12] Бойко Д. В., Железнов Л. П., Кабанов В. В. Исследование нелинейного деформирования и устойчивости овальных цилиндрических оболочек при комбинированном нагружении изгибающим и крутящим моментами // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2007. № 3. С. 3–7.
- [13] Маневич А. И., Пономаренко Е. А., Прокопало Е. Ф. Устойчивость ортотропных цилиндрических оболочек при изгибе поперечной силой. Сообщение 1. Теория // Проблемы прочности. 2013. № 1. С. 101–111.
- [14] Баженов В. Г., Кибец А. И., Петров М. В., Шошин Д. В. Численный анализ деформирования, потери устойчивости и закритического поведения большегабаритных емкостей для автомобильной транспортировки сыпучих грузов // Проблемы прочности и пластичности. 2008. Вып. 70. С. 88–96
- [15] Chen L., Doerich C. and Rotter J.M. A study of cylindrical shells under global bending in the elastic-plastic range // Steel Construction - Design and Research. 2008. Vol.1, № 1 . P. 59–65.
- [16] Баженов В. Г., Кибец А. И., Петров М. В., Федорова Т. Г., Шошин Д. В. Теоретическое и экспериментальное исследование потери устойчивости и закритического поведения тонкостенной цилиндрической оболочки при изгибе // Проблемы прочности и пластичности. 2009. Вып. 71. С. 77–83.
- [17] Houliara S., Karamanos S. Stability of long transversely-isotropic elastic cylindrical shells under bending // International Journal of Solids and Structures. 2010. V. 47. P. 10–24.
- [18] Rotter J. M., Sadowski A. J., Chen L. Nonlinear stability of thin elastic cylinders of different length under global bending // International Journal of Solids and Structures. 2014. V. 51. P. 2826–2839.
- [19] Петров М. В., Федорова Т. Г., Гоник Е. Г. Экспериментальное исследование потери устойчивости тонкостенных оболочек при чистом изгибе // Вестник Чувашия государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2015. № 2 (24). С. 119–125.
- [20] Bazhenov V. G., Gonik E. G., Kibets A. I., Petrov M. V., Fedorova T. G., Frolova I. A. Stability and supercritical behaviour of thin-walled cylindrical shell with discrete aggregate in bending // Materials Physics and Mechanics. 2016. Vol. 28. P. 16–20.
- [21] Баженов В. Г., Гоник Е. Г., Кибец А. И., Кибец Ю. И., Павленкова Ю. В., Петров М. В., Федорова Т. Г. Конечно-элементное решение задачи устойчивости и закритического поведения автоцистерн для транспортировки сыпучих грузов // Проблемы прочности и пластичности. 2013. Т. 75. № 1. С. 56–62.
- [22] Bazhenov V. G., E. G. Gonik, A. I. Kibets, M. V. Petrov, and T. G. Fedorova. Stability and Supercritical Behavior of Large Size Tankers for Transportation of Loose Goods // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. 2015. Vol. 44, № 5. Pp. 422–427.

[23] Xu Z., Gardner L., Sadowski A.J. Nonlinear stability of elastic elliptical cylindrical shells under uniform bending // International Journal of Mechanical Sciences. 2017. Vol. 128–129. Pp. 593–606.

[24] Wang J., Sadowski A. J. Elastic imperfect tip-loaded cantilever cylinders of varying length // International Journal of Mechanical Sciences. 2018. Vol. 140. Pp. 200–210.

[25] Fajuyitan O. K., Sadowski A. J., Wadee M. A., Rotter J. M. Nonlinear behaviour of short elastic cylindrical shells under global bending // Thin-Walled Structures. 2018. Vol. 124. Pp. 574–587.

[26] https://www.sespe.com/catalog/podemnye_tsisterny/

[27] Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М. : Наука, 1977. С. 440.

[28] Румшпский Л. З. Математическая обработка результатов экспериментов. М. : Наука, 1971. 192 с.

[29] Энциклопедический справочник "Машиностроение". Т. 1, книга 2-я. М. : Машигиз, 1947. 457 с.

[30] Вольмир А. С., Григорьев Ю. П., Станкевич А. И. Сопротивление материалов. М. : ДРОФА, 2007. 592 с.

M. V. Petrov, T. G. Fedorova, E. G. Gonik, N. G. Pfanenshti

**EXPERIMENTAL STUDY OF THE INFLUENCE OF THE GEOMETRIC
PARAMETERS ON THE STABILITY OF THIN-WALL CYLINDRICAL SHELLS
COMPLETED BY LOOSE MATERIAL, WITH THE CROSSING OF THE
TRANSVERSE STRING**

I.N. Ulyanov Chuvash State University, Cheboksary, Russia

Kazan Branch of the Russian State University of Justice, Kazan, Russia

Abstract. The influence of geometric parameters and loose filler on the form of loss of stability of thin-walled cylindrical shells and the critical value of the transverse load during bending are studied experimentally. The test samples are made of aluminum alloys. One end of the shell is rigidly fixed, and the other end is applied vertically directed force. Empty and filled to 90 % by volume bulk shell material were investigated. As an aggregate, iron powder PZh-5 was used. In each series of experiments, 5-10 samples were tested. After the statistical processing of the experimental data, graphs of the dependence of the displacements of the loaded end of the shell on the applied force are plotted. The critical load was determined by the inflection point method, according to which the load is considered critical if its subsequent small increment leads to a sharp increase in the deflection of the shell. It is established that the filling of bulk material with 90 % creates, under the bending of the shell, pressure on its internal surface, which prevents the formation of local dents and increases the value of the critical load. The experimental values of the critical bending moment for empty shells are compared with the results of an analytical solution of other authors, which does not take into account the effect of length on the stability of the shell. It is shown that the analytical solution in this case gives an overestimated value of the bending moment. The discrepancy between the results of calculations and experiments on this parameter can reach 80 %. The refinement of the theoretical results requires the solution of the problem in three-dimensional, geometrically and physically nonlinear formulation involving numerical methods and implementing program complexes.

Keywords: cylindrical shell, aggregate, stability, plastic deformation, experiment.

Acknowledgments. The study was carried out with the financial support of the Russian Foundation for Basic Research in the framework of the scientific project No. 16-38-60051 mol_a_dk.

REFERENCES

Petrov Mikhail Vasilyevich

e-mail: rimmapetrova20@gmail.com, Dr. Sci. Tech., Professor, I.N. Ulyanov Chuvash State University, Cheboksary, Russia.

Fedorova Tatyana Georgievna

e-mail: tanusha2884@mail.ru, Ph.D., Senior lecturer, I.N. Ulyanov Chuvash State University, Cheboksary, Russia.

Gonik Ekaterina Grigoryevna

e-mail: katya.gonik@mail.ru, Senior Lecturer, I.N. Ulyanov Chuvash State University, Cheboksary, Russia.

Pfanenshtil Nadezhda Georgievna

e-mail: nfeodorova83@mail.ru, Ph.D., , Assoc. Prof., Kazan Branch of the Russian State University of Justice, Kazan, Russia.

- [1] Brazier L. G. On the flexure of thin cylindrical shells and other "Thin" Sections. Proceedings of the Royal Society, ser. A, vol. 116, № 773. 1927. P. 104–114.
- [2] Vol'mir A. S. Ustojchivost' deformiruemyh sistem. M. : Nauka, 1967. 984 s. (in Russian)
- [3] Grigolyuk E.H. I., Kabanov V. V. Ustojchivost' obolochek. M. : Nauka, 1978. 360 s. (in Russian)
- [4] Sachenkov A. V. O lokal'noj ustojchivosti obolochek. Izv. Kazan, filiala AN SSSR. Ser.fiz.-mat. i tekhn. nauk. I960. № 14. S. 35 – 42. (in Russian)
- [5] Il'gamov M. A. EHksperimental'noe issledovanie ustojchivosti konsol'no zakreplennoj cilindricheskoj obolochki pod dejstviem poperechnoj sily i vnutrennego davleniya // Issledovaniya po teorii plastin i obolochek. – Izd-vo Kazanskogo un-ta. № 2. 1964. S. 186–191. (in Russian)
- [6] Konoplev YU. G. EHksperimental'noe issledovanie zadachi o dejstvii sosredotochennoj sily na cilindricheskuyu obolochku // Issledovaniya po teorii plastin i obolochek. – Izd-vo Kazanskogo un-ta. 1966. № 4. S. 83–90. (in Russian)
- [7] Sachenkov A. V. Teoretiko-ehksperimental'nyj metod issledovaniya ustojchivosti plastin i obolochek // Issledovaniya po teorii plastin i obolochek. Vyp. 6/7. Kazan', 1970. S. 391–433. (in Russian)
- [8] Mossakovskij V. I., Manevich L. I., Mil'cyn A. M. Modelirovanie nesushchej sposobnosti cilindricheskih obolochek. Kiev : Naukova Dumka, 1977. 141 s. (in Russian)
- [9] Pikul' V. V. Sovremennoe sostoyanie teorii obolochek i perspektivy ee razvitiya // Mekhanika tverdogo tela. 2000. № 2. S. 153–168. (in Russian)
- [10] Li L.-Y., Kettle R. Nonlinear bending response and buckling of ring-stiffened cylindrical shells under pure bending // International Journal of Solids and Structures. 2002. Vol. 39, № 3. P. 765–781.
- [11] Mathon C, Limam A. Experimental collapse of thin cylindrical shells submitted to internal pressure and pure bending // Thin-Walled Structure. 2006. Vol. 44. P. 39–50.
- [12] Bojko D. V., ZHeleznov L. P., Kabanov V. V. Issledovanie nelinejnogo deformirovaniya i ustojchivosti oval'nyh cilindricheskih obolochek pri kombinirovannom nagruzhenii izgibayushchim i krutyashchim momentami // Izvestiya vysshih uchebnyh zavedenij. Aviacionnaya tekhnika. 2007. № 3. S. 3–7. (in Russian)
- [13] Manevich A. I., Ponomarenko E. A., Prokopalo E. F. Ustojchivost' ortotropnyh cilindricheskih obolochek pri izgibe poperechnoj siloj. Soobshchenie 1. Teoriya // Problemy prochnosti. 2013. № 1. S. 101–111. (in Russian)
- [14] Bazhenov V. G., Kibec A. I., Petrov M. V., SHoshin D. V. CHislennyj analiz deformirovaniya, poteri ustojchivosti i zakriticheskogo povedeniya bol'shegabaritnyh emkostej dlya avtomobil'noj transportirovki sypuchih грузов // Problemy prochnosti i plastichnosti. 2008. Vyp. 70. S. 88–96 (in Russian)
- [15] Chen L., Doerich C. and Rotter J.M. A study of cylindrical shells under global bending in the elastic-plastic range // Steel Construction - Design and Research. 2008. Vol.1, № 1 . P. 59–65.
- [16] Bazhenov V. G., Kibec A. I., Petrov M. V., Fedorova T. G., SHoshin D. V. Teoreticheskoe i ehksperimental'noe issledovanie poteri ustojchivosti i zakriticheskogo povedeniya tonkostennoj cilindricheskoj obolochki pri izgibe // Problemy prochnosti i plastichnosti. 2009. Vyp. 71. S. 77–83. (in Russian)

- [17] Houliara S., Karamanos S. Stability of long transversely-isotropic elastic cylindrical shells under bending // *International Journal of Solids and Structures*. 2010. V. 47. P. 10–24.
- [18] Rotter J. M., Sadowski A. J., Chen L. Nonlinear stability of thin elastic cylinders of different length under global bending // *International Journal of Solids and Structures*. 2014. V. 51. P. 2826–2839.
- [19] Petrov M. V., Fedorova T. G., Gonik E. G. Экспериментальное исследование устойчивости тонкостенных оболочек при чистом изгибе // *Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния*. 2015. № 2 (24). С. 119–125. (in Russian)
- [20] Bazhenov V. G., Gonik E. G., Kibets A. I., Petrov M. V., Fedorova T. G., Frolova I. A. Stability and supercritical behaviour of thin-walled cylindrical shell with discrete aggregate in bending // *Materials Physics and Mechanics*. 2016. Vol. 28. P. 16–20.
- [21] Bazhenov V. G., Gonik E. G., Kibec A. I., Kibec YU. I., Pavlenkova YU. V., Petrov M. V., Fedorova T. G. Конецно-элементное решение задачи устойчивости и закритического поведения автотанков для транспортировки сыпучих грузов // *Проблемы прочности и пластичности*. 2013. Т. 75. № 1. С. 56–62. (in Russian)
- [22] Bazhenov V. G., E. G. Gonik, A. I. Kibets, M. V. Petrov, and T. G. Fedorova. Stability and Supercritical Behavior of Large Size Tankers for Transportation of Loose Goods // *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*. 2015. Vol. 44, № 5. Pp. 422–427.
- [23] Xu Z., Gardner L., Sadowski A.J. Nonlinear stability of elastic elliptical cylindrical shells under uniform bending // *International Journal of Mechanical Sciences*. 2017. Vol. 128–129. Pp. 593–606.
- [24] Wang J., Sadowski A. J. Elastic imperfect tip-loaded cantilever cylinders of varying length // *International Journal of Mechanical Sciences*. 2018. Vol. 140. Pp. 200–210.
- [25] Fajuyitan O. K., Sadowski A. J., Wadee M. A., Rotter J. M. Nonlinear behaviour of short elastic cylindrical shells under global bending // *Thin-Walled Structures*. 2018. Vol. 124. Pp. 574–587.
- [26] https://www.sespe.com/catalog/podemnye_tsisterny/
- [27] Sedov L. I. *Методы подобия и размерности в механике*. М. : Наука, 1977. С. 440. (in Russian)
- [28] Rumshiskij L. Z. *Математическая обработка результатов экспериментов*. М. : Наука, 1971. 192 с. (in Russian)
- [29] *Энциклопедический справочник "Машиностроение"*. Т. 1, книга 2-я. М. : Mashgiz, 1947. 457 с. (in Russian)
- [30] Vol'mir A. S., Grigor'ev YU. P., Stankevich A. I. *Сопrotivlenie materialov*. М. : DROFA, 2007. 592 с. (in Russian)