

О. Е. Сысоев¹, К. К. Кахоров¹, Е. О. Сысоев¹

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ КОЛЕБАНИЙ ТОНКОСТЕННЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ОБОЛОЧЕК С РАЗНЫМИ МОДУЛЯМИ УПРУГОСТИ

¹Комсомольск-на-Амуре государственный университет, г. Комсомольск-на-Амуре, Россия

Аннотация. В статье рассматривается теоретический расчет цилиндрической тонкостенной оболочки из бетона различных классов с разными модулями упругости. Конструкции в форме цилиндрической оболочки широко применяются при строительстве гидротехнических объектов, АЭС, стадионов и других большепролетных сооружений. Во время эксплуатации таких объектов на них воздействуют ветровые и снеговые нагрузки, от действия которых в том числе возникают вынужденные колебания. Наложение собственных колебаний тонкостенных оболочек и вынужденных колебаний от внешних нагрузок, которое не было учтено проектировщиком или появилось неправильными работами в ходе строительства, может приводить к аварийным ситуациям. Кроме теоретического расчета цилиндрической замкнутой тонкостенной железобетонной оболочки также приводится практическая её часть, где показано, как происходит вынужденное колебание в разных по классу бетонах и как влияет класс бетона на частотный спектр вынужденных колебаний.

Ключевые слова: цилиндрическая тонкостенная оболочка, напряженно-деформированное состояние, колебания, модуль упругости.

УДК: 624.074.434

DOI: 10.26293/chgpu.2019.39.1.005

При строительстве зданий и сооружений все чаще используются конструкции оболочной формы, что придаёт архитектуре городской среды совершенно новый облик и позволяет перекрывать большие пролеты без промежуточных опор. Но при этом

© Сысоев О. Е., Кахоров К. К., Сысоев Е. О., 2019

Сысоев Олег Евгеньевич

e-mail: fks@mail.ru, доктор технических наук, доцент, Комсомольский-на-Амуре государственный университет, г. Комсомольск-на-Амуре, Россия.

Кахоров Комилдэжон Кохорович

e-mail: comil07@mail.ru, аспирант, Комсомольский-на-Амуре государственный университет, г. Комсомольск-на-Амуре, Россия.

Сысоев Евгений Олегович

e-mail: fks@mail.ru, кандидат экономических наук, доцент, Комсомольский-на-Амуре государственный университет, г. Комсомольск-на-Амуре, Россия.

Поступила 20.11.2018

во время эксплуатации оболочка будет воспринимать серьёзные циклические воздействия от длительной снеговой и ветровой нагрузки, и это будет вызывать её вынужденные колебания.

Тонкостенные оболочные конструкции из железобетона обладают достаточно высокой жёсткостью, но при длительной эксплуатации происходит процесс ползучести бетона, что может привести к потере устойчивости оболочки, т.е. происходит изменение напряженно-деформированного состояния [1].

Для анализа прочности бетона оболочек используется условие прочности (группы критерий прочности) теории Кулона–Мора как наиболее приемлемой:

$$\sigma_1 - \frac{R_{bt}}{R_b} \sigma_3 \leq \sigma_{\text{доп}}, \quad (1)$$

где σ_1, σ_3 — главные напряжения при $z = -h/2$, которая находится на верхней части оболочки, т.к. при поперечной нагруженности оболочки работают на сжатие (рис. 1).

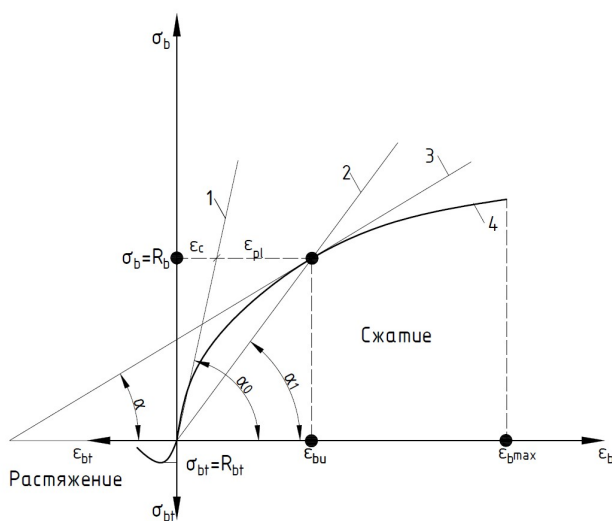


Рис. 1. Диаграмма напряжения и деформации бетона при сжатии: 1 — упругие деформации; 2 — секущая деформация; 3 — касательная деформация; 4 — полные деформации

Допускаемое напряжение $\sigma_{\text{доп}}$ может быть вычислено по следующему уравнению:

$$\sigma_{\text{доп}} = \frac{R_{bt}}{k},$$

где обобщённый коэффициент запаса прочности k принимается равным $k = 2$.

С помощью следующей формулы можно найти значения безразмерного напряжения:

$$\bar{\sigma} = \frac{a^{-2} \cdot \sigma}{E}. \quad (2)$$

Чаще всего для изготовления большепролетных конструкций, а именно тонкостенной оболочки используются бетоны, обладающие высокой прочностью (табл. 1).

Начальный модуль упругости бетона при сжатии E_b соответствует лишь упругим деформациям:

$$E_b = \text{tg } \alpha. \quad (3)$$

Таблица 1

Класс бетона	Модуль упругости бетона E , МПа	Допустимое напряжение, $\bar{\sigma}$
B60	$4 \cdot 10^4$	7,4
B55	$3,8 \cdot 10^4$	7,2
B40	$3,6 \cdot 10^4$	7,0
B30	$3,25 \cdot 10^4$	6,65

В зависимости от $\sigma - \varepsilon$ нелинейная и модуль полных деформаций, включая ползучесть — переменный геометрический — определяется тангенсом угла наклона касательной к кривой деформаций. Из этого выражения можно получить следующее уравнение:

$$E'_b = \frac{d\sigma_b}{d\varepsilon_b} = p \operatorname{tg} \alpha. \quad (4)$$

С помощью уравнения (4) и диаграммы деформации бетона (рис. 2) можно определить нелинейную величину модуля упругости.

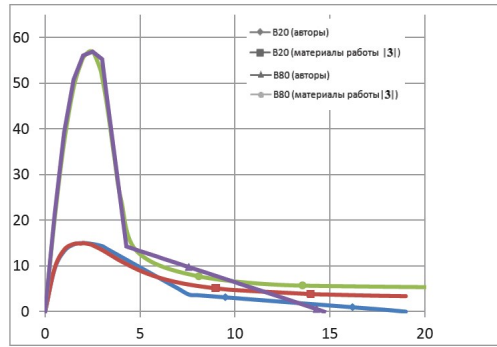


Рис. 2. Сравнение диаграмм деформирования бетона В20 и В80

Из работ [4] можно выяснить, что исследование высокопрочного бетона дает нам хороший результат, что дает нам рассмотреть в следующем примере.

В примере рассматривается цилиндрическая оболочка замкнутой формы (рис. 3), вследствие чего углы кручения, т.е. поворота $\partial w^z / \partial x$, $\partial w^z / \partial y$ будут связаны с прогибом, которые значительно превышают значения производных $\partial u^z / \partial x$, $\partial u^z / \partial y$, относящихся к деформациям. Также будем полагать, что квадратные производные $(\partial w^z / \partial x)^2$ одного порядка с составляющими $\partial u^z / \partial x$, $\partial v^z / \partial y$. В результате получим следующие зависимости:

$$\varepsilon_1 = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_2 = \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{w}{R}, \quad \gamma = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}. \quad (5)$$

На основе соотношений (3) получим следующее уравнение совместности или неразрывности деформации в средней части поверхности оболочки:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \gamma}{\partial x \partial y} = -\frac{1}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}. \quad (6)$$

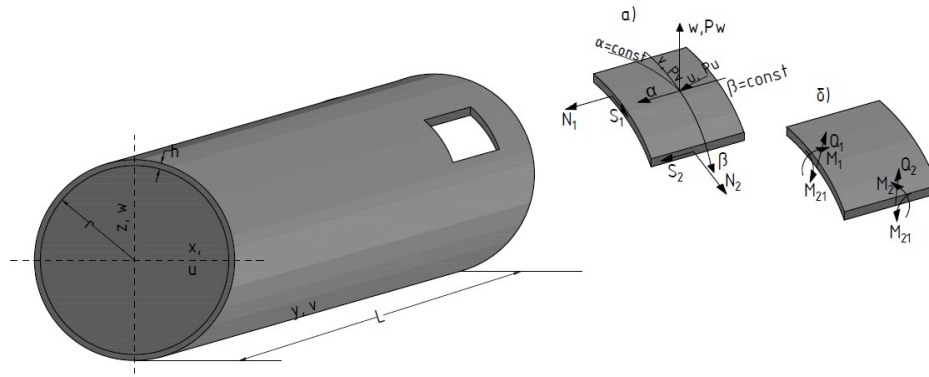


Рис. 3. Геометрия НДС цилиндрической оболочки замкнутой формы и внутренние усилия

Указанные на рис. 3 внутренние усилия и моменты в произвольной оболочке, которые являются компонентами полного моментного напряжённого состояния.

Будем считать, что соотношения, связывающие усилия и момент с деформациями, при колебаниях лежат в пределах упругого состояния, т.е., выполняется закон Гука, что дает погонным, нормальным значениям, N_2 и касательное усилия T , связанные с уравнениями деформации в средней части поверхности в зависимости:

$$N_1 = \frac{Eh}{1 - \mu^2}(\varepsilon_1 + \mu\varepsilon_2), \quad N_2 = \frac{Eh}{1 - \mu^2}(\varepsilon_2 + \mu\varepsilon_1), \quad T = Gh\gamma = \frac{Eh}{2(1 + \mu)}\gamma, \quad (7)$$

где E — модуль Юнга; G — модуль сдвига; μ — коэффициент Пуассона.

С учетом представленных зависимостей деформаций смещений и напряжений запишем связь между усилиями, действующими в срединном слое оболочки, и перемещениями:

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{Eh}{1 - \mu^2} \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{w}{R} \right) \right], \\ N_2 &= \frac{Eh}{1 - \mu^2} \left[\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{w}{R} + \mu \frac{\partial u}{\partial x} \right], \\ T &= \frac{Eh}{2(1 + \mu)} \left[\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

Погонные изгибающие моменты M_1 , M_2 равны:

$$M_1 = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right), \quad M_2 = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right), \quad (9)$$

где $D = Eh^3/[12(1 - \mu^2)]$ — цилиндрическая жесткость оболочки.

В следующем уравнении отметим движения тонких оболочек, физические и геометрические характеристики теории оболочек лежат на основе формирования геометрических уравнений движения оболочки. Во многих случаях динамические процессы в оболочке можно рассматривать без учета распространения упругих волн [1, 3]. Из этого пренебрежения тангенциальными силами инерции для исключения пересекающихся сил в какой-нибудь части оболочки можно определить с помощью следующего

выражения — уравнения моментов, которые приводят к уравнению проекций всех сил, направленные нормальной силы к срединной точки поверхности оболочки:

$$\frac{\partial^2 M_1}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 \gamma}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_2}{\partial y^2} + N_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_2 \left[\frac{1}{R} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] + 2T \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0, \quad (10)$$

где ρ — плотность материала; t — время.

Для расчетов свободных колебаний центрических замкнутых оболочек воспользуемся следующими дифференциальными уравнениями:

$$\frac{D}{h} \nabla^4 w = \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \quad \frac{1}{E} \nabla^4 \Phi = -\frac{1}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}. \quad (11)$$

Уравнение, которое получили после преобразования (11), является одним из основных при решении данных задач, с помощью которого мы можем определить динамические характеристики упругих цилиндрических оболочек, а также при исследовании взаимодействия форм колебаний. Эти уравнения, полученные Маргерром, являются обобщением на случай криволинейной поверхности уравнений Кармана для упругих оболочек [5, 6].

Подставляем выражение модуля упругости при изменении НДС, т.е. на границе нелинейности бетона, уравнение (11) преобразуется к следующему виду:

$$\omega = \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \nabla^4 \frac{D}{h} - \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \quad \frac{1}{E'} \nabla^4 \Phi = -\frac{1}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}. \quad (12)$$

Для построения графика зависимости модули упругости на частоту колебания использовано теоретические модули упругости из справочника, где видно, как изменяется чистота колебания от прочности бетона, и тем самым можно понять, что чем прочнее бетон, тем меньше колебания в самой конструкции. Поэтому, как сказано выше, для изделия большепролетных конструкций используется высокопрочные бетоны для обеспечения долговечности в эксплуатации здания или сооружения.

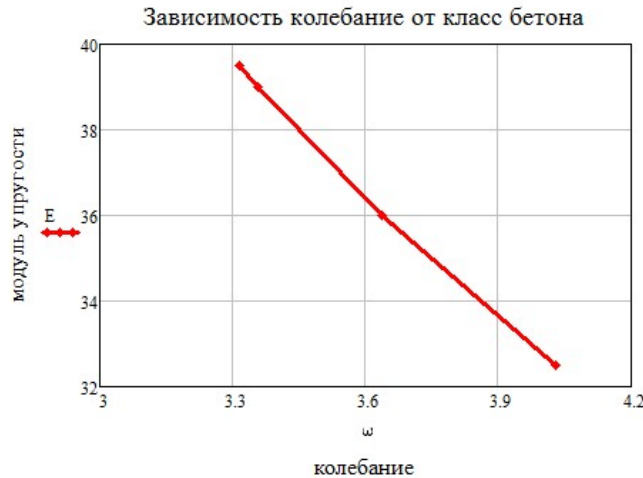


Рис. 4. График зависимости частоты колебания ω (МГц) от модуля упругости E (МПа $\times 10^3$)

Из рис. 4 можно определить, что с ростом величины модуля упругости уменьшается частота колебания в конструкции замкнутой тонкостенной оболочки.

Для исследование вынужденных колебаний цилиндрической тонкостенной оболочки в лаборатории строительных конструкций ФГБОУ ВО КнАГУ были проведены испытания тонкостенных железобетонных оболочек замкнутой и разомкнутой формы с разными классами бетона. В ходе испытаний получены результаты, отраженные на рис. 5.

Из результата анализа спектра вынужденных колебаний замкнутой оболочки можно видеть, что с ростом значения модуля упругости (класса бетона) в расстояние низких и больших частот колебаний 10–460 Гц почти затухает, также значительно уменьшается колебание в среднем диапазоне 460 Гц — 6,4 кГц. Границы низких и больших частот — это негативная область работы конструкции, которые с ростом класса бетона уменьшаются их значения, что способствует на устойчивость конструкции в целом.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Байков В. Н., Хайпе Эрхард, Рауэ Эрих. Проектирование железобетонных тонкостенных пространственных конструкций. М.: Стройиздат, 1990. 232 с.
- [2] Антуфьев Б. А. Колебания неоднородных тонкостенных конструкций: монография. М.: Изд-во МАИ, 2011. 176 с.
- [3] Власов В. З. Общая теория оболочек и ее приложения в технике. М.-Л.: Гостехиздат, 1949. 784 с.
- [4] Дзюба В. А., Глушкова Ю. С. Применение составной функции диаграммы сжатого бетона для деформационной оценки конструкций // Ученые записки КнАГТУ. 2014. № II-2. С. 109–114.
- [5] Сысоев О. Е., Добрышкин А. Ю., Кахоров К. К., Нейн С. Н. Современные испытательные стенды для бесконтактного исследования свободных колебаний замкнутых и разомкнутых цилиндрических оболочек // Ученые записки КнАГТУ. 2017. С. 110–118.
- [6] Сысоев О. Е., Кахоров К. К. Факторы, влияющие на разрушение зданий оболочечного типа // Региональные аспекты развития науки и образования в области архитектуры, строительства, землеустройства и кадастров в начале III тысячелетия: мат. Междунар. науч.-практ. конф. — 2017. — С. 55–60.
- [7] Сысоев О. Е., Добрышкин А. Ю., Нейн Сит Ньянг, Кахоров К. К. Определение состояния конструкций, расчет оболочек, строительных материалов «ОСКРО-СМ2017» // Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ № 2017613622. Заявка 2016662970 от 28.11.2016. Приоритет от 22.03.2017.
- [8] Сысоев О. Е., Добрышкин А. Ю., Нейн С. Н. Влияние присоединенной массы на вынужденные колебания разомкнутых оболочек // Ученые записки КнАГТУ. 2016. № 3.
- [9] Серёгин С. В., Сысоев О. Е. Свободные колебания тонкой круговой цилиндрической оболочки, ослабленной отверстием // Тез. докл. 2-й междунар. конф. «Живучесть и конструкционное материаловедение» (SSMS-2014, 21–23 октября 2014 г., ФГБУН «Институт машиноведения им. А. А. Благонравова» РАН, Москва). С. 66.

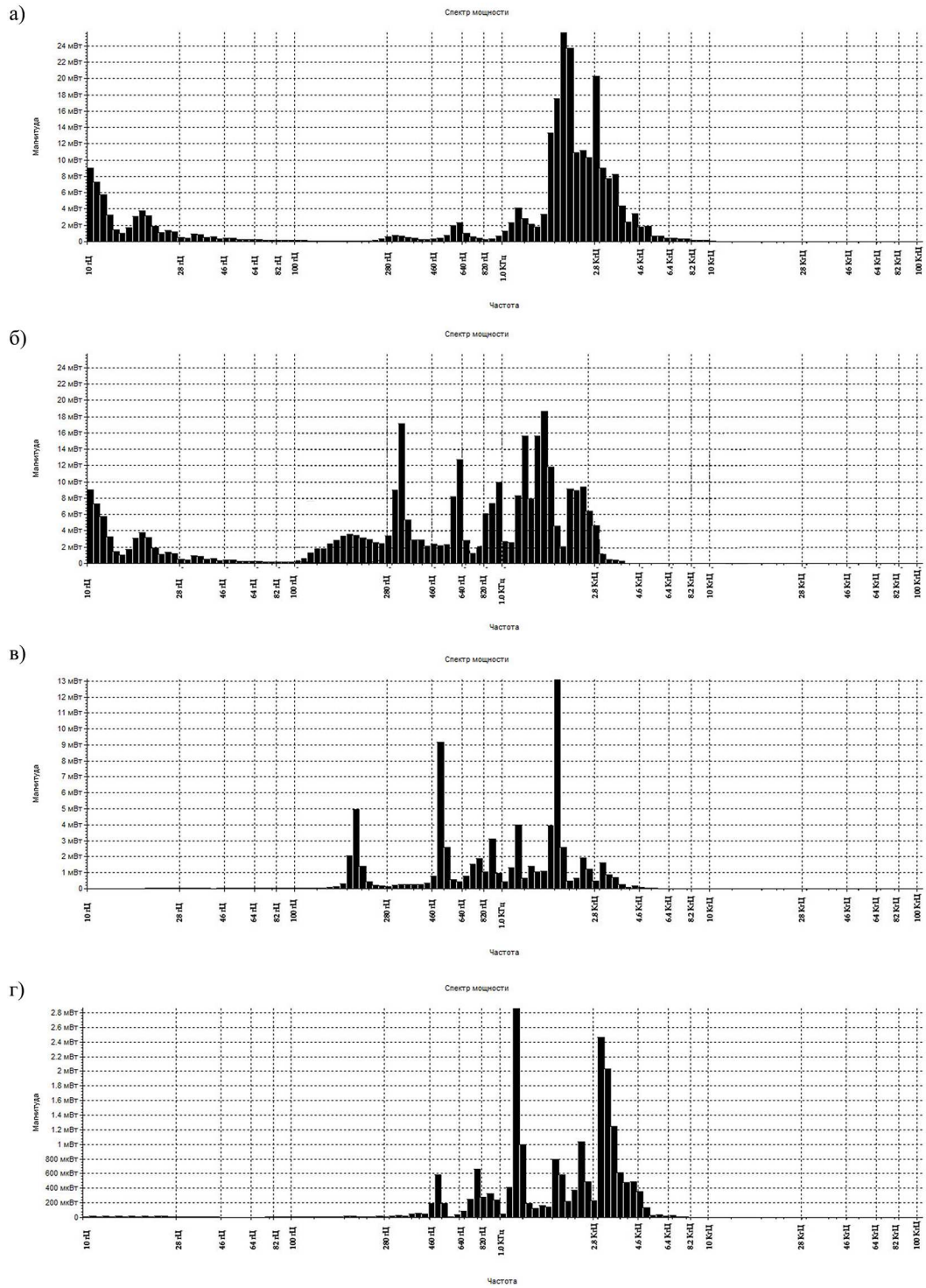


Рис. 5. Частотный спектр вынужденных колебаний замкнутой оболочки от класса бетона: а) В15; б) В20; в) В30; г) В35

O. Ye. Sysoev¹, K. Q. Qahorov¹, Y. O. Sysoev¹

THEORETICAL CALCULATION OF VIBRATIONS OF THIN-WALL FERRO-CONCRETE SHELLS WITH DIFFERENT MODULES OF ELASTICITY

¹*Komsomolsk-on-Amur of State University, Komsomolsk-on-Amur, Russia*

Abstract. The article presents a theoretical calculation of the cylindrical thin-walled shell of concrete of different classes with different modules of elasticity. Constructions in the form of a cylindrical shell are widely used in the construction of hydraulic facilities, nuclear power plants, stadiums and other large-span structures. During the operation of such facilities, they are affected by wind and snow loads, including the work of equipment from the action of which there are forced oscillations. Imposing of own oscillations of thin-walled shells and forced vibrations from external loads, which are not taken into account by the designer or incorrect works during construction, which lead to emergency situations. In addition to the theoretical calculation of a cylindrical closed thin-walled reinforced concrete shell, a practical part of it is also given where it is shown how the forced oscillation occurs in different concrete classes and how the concrete class affects the Frequency spectrum of the forced oscillations.

Keywords: cylindrical thin-walled shell, stress-strain state, vibrations, modulus of elasticity.

REFERENCES

- [1] Baykov V. N., Hyip Erhard, Raue Erich. Design of reinforced concrete thin-walled spatial structures. M.: Stroyizdat, 1990. 232 p. (in Russian)
- [2] Antuf'ev B. A. Vibrations of inhomogeneous thin-walled structures: monograph. Moscow: Publishing house MAI, 2011. 176 p. (in Russian)
- [3] Vlasov V. Z. General theory of shells and its applications in engineering. M.-L.: Gostekhizdat, 1949. 784 p. (in Russian)
- [4] Dzuba V. A., Glushkov Y. S. Application of a composite function diagram of compressed concrete for the deformation estimation of structures // Scientific notes of KnASTU. — Komsomolsk-on-Amur: KnAGTU FSBI HPE, 2014. No II-2. P. 109–114. (in Russian)
- [5] Sysoev O. E., Dobryshkin A., Qahorov K. Q., Nyain S. Modern test stands for non-contact study of free oscillations of closed and open cylindrical shells // Scientific notes of KnASTU. Komsomolsk-on-Amur: KnAGTU, 2017. P. 110–118. (in Russian)
- [6] Sysoev O. E., Qahorov K. Q. The Factors influencing destruction of buildings of shell type // In the collection: Regional aspects of development of science and education in the field of architecture, construction, land management and cadastres at the beginning of III

Sysoev Oleg Evgenyevich

e-mail: fks@mail.ru, Doctor of Engineering, associate Professor, Komsomolsk-on-Amur of State University, Russia

Qahorov Komiljon Qahorovich

e-mail: comil07@mail.ru, graduate student, Komsomolsk-on-Amur of State University, Russia

Sysoev Evgeniy Olegovich

e-mail: fks@mail.ru, Candidate of Economic Sciences, associate Professor, Komsomolsk-on-Amur of State University, Russia

Millennium. Materials of the International scientific-practical conference. 2017. P. 55–60. (in Russian)

[7] Sysoev O. E., Dobrishkin A., Nyain S., Qahorov K. Q. To determine the condition of structures, calculation of shells of building materials "OCKPOCM2017" // Registration Certificate for computer program No 2017613622. Application 2016662970 from 28.11.2016. Priority from 22.03.2017. (in Russian)

[8] Sysoev O. E., Dobryshkin A., Nyain S. Influence of attached-tion of mass and forced oscillations of open shells // Scientific notes of KnASTU. 2016. No 3. (in Russian)

[9] Seregin S. V., Sysoev O. E. Free oscillations of a thin circular cylindrical shell weakened by a hole // Abstracts of the reports of the 2nd international conference "Survivability and structural materials science"(SSMS-2014, October 21-23, 2014) of the Federal state budgetary institution of science of the Institute of mechanical engineering A. A. Blagonravova Russian Academy of Sciences. Moscow. P. 66. (in Russian)