

С. А. Аскеров

## ПРЕДЕЛЬНОЕ СОСТОЯНИЕ В БАРАБАНЕ, ОСЛАБЛЕННОМ ТРЕЩИНОЙ СО СВЯЗЯМИ МЕЖДУ БЕРЕГАМИ В КОНЦЕВЫХ ЗОНАХ, ПРИ ТОРМОЖЕНИИ АВТОМОБИЛЯ

*Азербайджанский технический университет, г. Баку, Азербайджан*

**Аннотация.** . Рассмотрена задача о температурных напряжениях в тормозном барабане, ослабленном трещиной при торможении автомобиля. Принято, что при многократном торможении в области фактического касания элементов пары трения тормозной системы автомобиля в результате неравномерного нагрева образуются дефекты материала (прижоги, термические пятна и микротрещины). Проведено математическое описание предельного состояния в барабане с трещиной со связями между берегами в концевых зонах при торможении автомобиля. По критериям трещиностойкости получены соотношения для определения предельного значения интенсивности теплового воздействия, при котором в барабане тормозного механизма произойдет рост трещины.

**Ключевые слова:** тормозной барабан грузового автомобиля, трещина со связями в концевых зонах, предельное термоупругое состояние.

УДК: 539.375

DOI: 10.26293/chgpu.2019.40.2.003

**Введение.** Как известно, пара трения «барабан-накладка» грузовых автомобилей работает в условиях сложного напряженного состояния. Исследования показывают [1, 2], что в областях фактического касания из-за сильного нагрева в тонких приповерхностных слоях образуются прижоги, термические пятна и зародышевые микротрещины. Это приводит к нагреву металлического барабана и потере тормозного момента.

Для барабанного тормоза грузового автомобиля температурные напряжения играют решающую роль при длительных торможениях. Для обеспечения безопасности транспортных средств на этапе проектирования важное значение имеет разработка методов расчета несущей способности тормозного барабана по критериям трещиностойкости. Вопросы хрупкого разрушения тормозного барабана при торможении автомобиля рассматривались в работах [3, 4].

---

© Аскеров С. А., 2019

*Аскеров Сахиб Азер оглы*

e-mail: sahibesgerov77@gmail.com, ассистент, Азербайджанский Технический Университет, г. Баку, Азербайджан.

Поступила 04.02.2019

Неравномерный нагрев в тормозном барабане при торможении грузового автомобиля способствует появлению напряжений и деформаций. Поэтому имеет важное значение разработка расчетной модели, позволяющей прогнозировать предельное напряженно-деформированное состояние в стадии разрушения тормозного барабана с учетом температурных напряжений.

**Постановка задачи.** Принято, что при повторно-кратковременном режиме торможения тормозной барабан подвергается многократному циклическому нагружению и при этом в его материале возникает трещина со связями между берегами в концевых зонах (зонах предразрушения). Зоны предразрушения моделируем как области, где межчастичные связи материала ослаблены, а взаимодействие берегов зон предразрушения – силами сцепления между ними. Размеры концевых зон сравнимы с размером трещины и зависят от вида материала. Берега трещины вне концевых зон свободны от внешних нагрузок.

Отнесем тормозной барабан к полярной системе координат  $r\theta$ , начало координат которой находится в центре концентрических окружностей  $L_0$  и  $L$  с радиусами  $R_0$ ,  $R$ , соответственно. Внутренний контур барабана полагаем близким к круговому. Рассмотрим некоторую реализацию шероховатости внутренней поверхности тормозного барабана. Представим границу внутреннего контура барабана  $L'$  в виде

$$\rho(\theta) = R + \varepsilon H(\theta),$$

где  $\varepsilon = R_{max}/R$  – малый параметр;  $R_{max}$  – наибольшая высота выступа (впадины) неровности внутренней поверхности барабана;  $H(\theta)$  – функция, не зависящая от малого параметра.

В центре трещины с концевыми зонами предразрушения разместим начало локальной системы координат  $x_1O_1y_1$ , ось  $x_1$  которой совпадает с линией зоны и образует с осью  $Ox$  ( $\theta = 0$ ) угол  $\alpha_1$ . В процессе работы фрикционной пары “барабан-накладка” при действии тепловой нагрузки в связях, соединяющих берега трещины, будут возникать нормальные  $q_{y_1}(x_1)$  и касательные  $q_{x_1y_1}(x_1)$  напряжения. Таким образом, к берегам трещины в концевых зонах будут приложены нормальные  $q_{y_1}(x_1)$  и касательные  $q_{x_1y_1}(x_1)$  напряжения, соответственно. Эти напряжения неизвестны и подлежат определению в процессе решения задачи механики контактного разрушения.

В исследуемом случае трещина состоит из двух областей: внутренней и двух концевых зон. Внутренняя область трещины в барабане – это противоположные берега трещины свободные от нагрузок. Вторая область трещины – это концевые зоны  $(-l_1, l_1)$  и  $(\lambda_2, l_1)$  со связями между берегами.

Принято, что в начальной стадии роста трещины, ее размеры гораздо меньше толщины барабана.

Температурное поле в барабане описывается уравнением теории теплопроводности

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\omega}{a} \frac{\partial T}{\partial \theta} = 0; \quad (1)$$

при граничных условиях

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial n} &= -Q_b(\theta) \quad \text{на площадке контакта,} \\ \lambda \frac{\partial T}{\partial n} - \alpha(T - T_c) &= 0 \quad \text{вне площадки контакта,} \\ \lambda \frac{\partial T}{\partial n} + \alpha_0(T - T_c) &= 0 \quad \text{на наружной поверхности барабана.} \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $T(r, \theta)$  – температурная функция;  $\omega$  – угловая скорость вращения барабана в момент торможения автомобиля;  $a$  – температуропроводность материала барабана;  $\lambda$  – теплопроводность материала барабана;  $n$  – нормаль к контуру барабана;  $Q_b(\theta)$  – интенсивность поверхностного источника тепла, приходящееся на барабан;  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи с внутренней цилиндрической поверхности барабана с температурой среды  $T_c$ ;  $\alpha_0$  – коэффициент теплоотдачи с внешней цилиндрической поверхности барабана.

**Определение температурного поля в тормозном барабане.** С помощью метода возмущений, краевую задачу теории теплопроводности сводим к последовательности граничных задач, которые в каждом приближении решаются методом разделения переменных.

Граничные условия задачи о термоупругом напряженном состоянии на внутреннем и внешнем контурах тормозного барабана при торможении имеют вид

$$\begin{aligned} \sigma_r = 0, \quad \tau_{r\theta} = 0 \quad \text{при} \quad r = R_0; \\ \sigma_n = 0, \quad \tau_{nt} = 0 \quad \text{при} \quad r = \rho(\theta). \end{aligned} \quad (3)$$

На берегах трещины с концевыми зонами граничные условия будут

$$\begin{aligned} \sigma_{y_1} = 0, \quad \tau_{x_1 y_1} = 0 \quad \text{при} \quad y_1 = 0 \quad \lambda_1 \leq x_1 \leq \lambda_2, \\ \sigma_{y_1} = q_{y_1}, \quad \tau_{x_1 y_1} = q_{x_1 y_1} \quad \text{при} \quad y_1 = 0 \quad -l_1 \leq x_1 \leq \lambda_1 \quad \text{и} \quad \lambda_2 \leq x_1 \leq l_1. \end{aligned} \quad (4)$$

В граничных условиях (1)-(2) не хватает соотношения, связывающего раскрытие берегов концевых зон предразрушения и напряжения в связях:

$$(v_1^+ - v_1^-) - i(u_1^+ - u_1^-) = \Pi_y(x_1, q_{y_1}) q_{y_1}(x_1) - i\Pi_x(x_1, q_{x_1 y_1}) q_{x_1 y_1}(x_1) \quad (5)$$

Здесь  $(v_1^+ - v_1^-)$  – нормальная; и  $(u_1^+ - u_1^-)$  – касательная составляющие раскрытия концевых зон предразрушения; функции  $\Pi_y(x_1, q_{y_1})$  и  $\Pi_x(x_1, q_{x_1 y_1})$  представляют собой эффективные податливости связей, зависящие от их натяжения. При постоянных значениях функций  $\Pi_y$  и  $\Pi_x$  имеем в (5) линейный закон деформирования связей. В общем случае закон деформирования связей является нелинейным и задан.

**Метод решений.** Напряжения и перемещения в тормозном барабане будем искать в виде разложений по малому параметру, пренебрегая, для упрощения, членами, содержащими  $\varepsilon$  степени выше первой.

Краевые условия задачи в нулевом приближении имеют вид:

$$\begin{aligned} \sigma_r^{(0)} = 0, \quad \tau_{r\theta}^{(0)} = 0 \quad \text{при} \quad r = R_0; \\ \sigma_r^{(0)} = 0; \quad \tau_{r\theta}^{(0)} = 0 \quad \text{при} \quad r = R; \\ \sigma_{y_1}^{(0)} = 0, \quad \tau_{x_1 y_1}^{(0)} = 0 \quad \text{при} \quad y_1 = 0 \quad \lambda_1 \leq x_1 \leq \lambda_2; \\ \sigma_{y_1}^{(0)} = q_{y_1}^{(0)}, \quad \tau_{x_1 y_1}^{(0)} = q_{x_1 y_1}^{(0)} \quad \text{при} \quad y_1 = 0 \quad -l_1 \leq x_1 < \lambda_1 \quad \text{и} \quad \lambda_2 < x_1 \leq l_1. \end{aligned} \quad (6)$$

Граничные условия задачи в первом приближении имеют вид:

$$\begin{aligned} \sigma_r^{(1)} = 0, \quad \tau_{r\theta}^{(1)} = 0 \quad \text{при} \quad r = R_0; \\ \sigma_r^{(1)} = N, \quad \tau_{r\theta}^{(1)} = T_t \quad \text{при} \quad r = R; \\ \sigma_{y_1}^{(1)} = 0, \quad \tau_{x_1 y_1}^{(1)} = 0 \quad \text{при} \quad y_1 = 0 \quad \lambda_1 \leq x_1 \leq \lambda_2; \\ \sigma_{y_1}^{(1)} = q_{y_1}^{(1)}, \quad \tau_{x_1 y_1}^{(1)} = q_{x_1 y_1}^{(1)} \quad \text{при} \quad y_1 = 0 \quad -l_1 \leq x_1 < \lambda_1 \quad \text{и} \quad \lambda_2 < x_1 \leq l_1; \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} N &= -H(\theta) \frac{\partial \sigma_r^{(0)}}{\partial r} + 2\tau_{r\theta}^{(0)} \frac{1}{R} \frac{dH(\theta)}{d\theta} \quad \text{при } r = R, \\ T_t &= (\sigma_\theta^{(0)} - \sigma_r^{(0)}) \frac{1}{R} \frac{dH(\theta)}{d\theta} - H(\theta) \frac{\partial \tau_{r\theta}^{(0)}}{\partial r}. \end{aligned} \quad (8)$$

Для нахождения решения задачи термоупругости в каждом приближении используем термоупругий потенциал перемещений [5]. В рассматриваемой задаче термоупругий потенциал перемещений определяется дифференциальными уравнениями

$$\Delta F^{(0)} = \beta T^{(0)}, \quad \Delta F^{(1)} = \beta T^{(1)}, \quad (9)$$

где  $\Delta$  – оператор Лапласа;  $\beta = \frac{1+\mu}{1-\mu} \alpha_*$ ;  $\mu$  и  $\alpha_*$  – коэффициент Пуассона и коэффициент линейного температурного расширения материала тормозного барабана, соответственно.

Для решения уравнений (9) использовались методы разделения переменных и вариации постоянных. Температурные функции  $T^{(0)}(r, \theta)$  и  $T^{(1)}(r, \theta)$  берутся в виде рядов Фурье из решения задачи теории теплопроводности (1)–(2).

После определения  $F^{(0)}(r, \theta)$  по известным формулам [5] находим соответствующие напряжения  $\bar{\sigma}_r^{(0)}$ ,  $\bar{\sigma}_\theta^{(0)}$ ,  $\bar{\tau}_{r\theta}^{(0)}$  в нулевом приближении. Поскольку найденные напряжения не будут удовлетворять граничным условиям (5) термоупругого напряженного состояния, возникающего от действия неравномерного температурного поля в тормозном барабане, требуется найти второе напряженное состояние  $\bar{\bar{\sigma}}_r^{(0)}$ ,  $\bar{\bar{\sigma}}_\theta^{(0)}$ ,  $\bar{\bar{\tau}}_{r\theta}^{(0)}$ . Для отыскания второго напряженного состояния в нулевом приближении граничные условия задачи имеют вид

$$\begin{aligned} \bar{\bar{\sigma}}_r^{(0)} &= -\bar{\sigma}_r^{(0)}, \quad \bar{\bar{\tau}}_{r\theta}^{(0)} = -\bar{\tau}_{r\theta}^{(0)} \quad \text{при } r = R, \\ \bar{\bar{\sigma}}_r^{(0)} &= -\bar{\sigma}_r^{(0)}, \quad \bar{\bar{\tau}}_{r\theta}^{(0)} = -\bar{\tau}_{r\theta}^{(0)} \quad \text{при } r = R_0, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \bar{\bar{\sigma}}_{y_1}^{(0)} &= -\bar{\sigma}_{y_1}^{(0)}, \quad \bar{\bar{\tau}}_{x_1 y_1}^{(0)} = -\bar{\tau}_{x_1 y_1}^{(0)} \quad \text{при } y_1 = 0, \lambda_1 \leq x_1 \leq \lambda_2; \\ \bar{\bar{\sigma}}_{y_1}^{(0)} &= q_{y_1}^{(0)} - \bar{\sigma}_{y_1}^{(0)}, \quad \bar{\bar{\tau}}_{x_1 y_1}^{(0)} = q_{x_1 y_1}^{(0)} - \bar{\tau}_{x_1 y_1}^{(0)} \quad \text{при} \\ & y_1 = 0 \quad -l_1 \leq x_1 < \lambda_1 \text{ и } \lambda_2 < x_1 \leq l_1. \end{aligned} \quad (11)$$

Комплексные потенциалы, описывающие второе напряженное состояние, ищутся в виде [6, 7]

$$\begin{aligned} \Phi^{(0)}(z) &= \Phi_0^{(0)}(z) + \Phi_1^{(0)}(z) + \Phi_2^{(0)}(z), \\ \Psi^{(0)}(z) &= \Psi_0^{(0)}(z) + \Psi_1^{(0)}(z) + \Psi_2^{(0)}(z), \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} \Phi_0^{(0)}(z) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k z^k, \quad \Psi_0^{(0)}(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} b_k z^k, \\ \Phi_1^{(0)}(z) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-l_1}^{l_1} \frac{g_1^0(t)}{t-z_1} dt, \\ \Psi_1^{(0)}(z) &= \frac{1}{2\pi} e^{-2i\alpha_1} \int_{-l_1}^{l_1} \left[ \frac{g_1^0(t)}{t-z_1} - \frac{T_1 g_1^0(t) e^{i\alpha_1}}{(t-z_1)^2} \right] dt, \\ T_1 &= t e^{i\alpha_1} + z_1^0, \quad z_1 = e^{-i\alpha_1} (z - z_1^0). \end{aligned}$$

Искомая функция  $g_1^0(t)$  характеризует раскрытие берегов трещины с концевыми зонами:

$$g_1^{(0)}(x_1) = \frac{2G}{i(1+\kappa)} \frac{\partial}{\partial x_1} [u_1^+(x_1, 0) - u_1^-(x_1, 0) + i(v_1^+(x_1, 0) - v_1^-(x_1, 0))].$$

Комплексные потенциалы  $\Phi_2^{(0)}(z)$  и  $\Psi_2^{(0)}(z)$  ищем в виде

$$\begin{aligned} \Phi_2^{(0)}(z) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-l_1}^{l_1} \left\{ \left( \frac{1}{z\bar{T}_1-1} + \frac{1}{2} \right) \bar{T}_1 e^{i\alpha_1} g_1^0(t) + \left[ \frac{\bar{T}_1}{2} - \frac{z^2\bar{T}_1-2z+T_1}{(z\bar{T}_1-1)^2} \right] e^{-i\alpha_1} \overline{g_1^0(t)} \right\} dt, \\ \Psi_2^{(0)}(z) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-l_1}^{l_1} \left[ \frac{e^{i\alpha_1} \bar{T}_1^3}{(z\bar{T}_1-1)^2} g_1^0(t) + \right. \\ &\quad \left. \left( z^2\bar{T}_1^2 + 4 - 3z\bar{T}_1 + zT_1\bar{T}_1^2 - 3T_1\bar{T}_1 \right) \frac{\bar{T}_1 e^{-i\alpha_1}}{(z\bar{T}_1-1)^3} \overline{g_1^0(t)} \right] dt. \end{aligned}$$

Таким образом, сумма (12) комплексных потенциалов описывает второе напряженное состояние тормозного барабана с граничными условиями (10)-(11) и раскрытием смещений  $g_1^{(0)}(x_1)$  на отрезке  $|x_1| \leq l_1$ . Удовлетворяя функциями (12) условиям (11) на берегах трещины, получим комплексное сингулярное интегральное уравнение относительно неизвестной функции  $g_1^{(0)}(x_1)$ :

$$\int_{-l_1}^{l_1} \left[ R(t, x) g_1^{(0)}(t) + S(t, x) \overline{g_1^{(0)}(t)} \right] dt = \pi f^{(0)}(x_1) \quad |x| \leq l_1. \quad (13)$$

Здесь  $f^{(0)}(x_1) = \begin{cases} l f_1^{(0)}(x_1) & \text{на берегах трещины} \\ f_2^{(0)}(x_1) & \text{на берегах зон предразрушения} \end{cases}$

$$f_1^{(0)}(x) = - \left( \bar{\sigma}_{y_1}^{(0)} - i \bar{\tau}_{x_1 y_1}^{(0)} \right) - \left[ \Phi_0^{(0)}(x) + \overline{\Phi_0^{(0)}(x)} + x \overline{\Phi_0^{(0)'}}(x) + \overline{\Psi_0^{(0)}(x)} \right],$$

$$f_2^{(0)}(x) = - \left( q_{y_1}^0 - i q_{x_1 y_1}^0 \right) - \left( \bar{\sigma}_{y_1}^{(0)} - i \bar{\tau}_{x_1 y_1}^{(0)} \right) - \left[ \Phi_0^{(0)}(x) + \overline{\Phi_0^{(0)}(x)} + x \overline{\Phi_0^{(0)'}}(x) + \overline{\Psi_0^{(0)}(x)} \right].$$

В случае внутренней трещины с концевыми зонами предразрушения к сингулярному интегральному уравнению (13) следует добавить дополнительное условие, вытекающее из физического смысла задачи и выражающее однозначность смещений при обходе контура трещины

$$\int_{-l_1}^{l_1} g_1^{(0)}(t) dt = 0. \quad (14)$$

Удовлетворяя граничным условиям (10), записанным через комплексные потенциалы, функциями (12), получаем бесконечную линейную систему алгебраических уравнений относительно коэффициентов  $a_k$  и  $b_k$  потенциалов  $\Phi_0^{(0)}(z)$  и  $\Psi_0^{(0)}(z)$ . В правую часть этой системы входят интегралы от искомых функций  $g_1^{(0)}(x_1)$ .

Сингулярное интегральное уравнение (13) при дополнительном условии (14) с помощью процедуры алгебраизации [7, 8] (применяются квадратурные формулы Гаусса-Чебышева) сводится к системе  $M$  алгебраических уравнений для нахождения  $M$  неизвестных  $g_1^{(0)}(t_m)$  ( $m = 1, 2, \dots, M$ )

$$\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M l_1 \left[ R(l_1 t_m, l_1 x_r) g_1^{(0)}(t_m) + S(l_1 t_m, l_1 x_r) \overline{g_1^{(0)}(t_m)} \right] = f^{(0)}(x_r), \quad (15)$$

$$f^{(0)}(x_r) = \begin{cases} l f_1^{(0)}(x_r) & \text{на берегах трещины} \\ f_2^{(0)}(x_r) & \text{на берегах зон предразрушения} \end{cases}$$

$$\sum_{m=1}^M g_1^{(0)}(t_m) = 0 \quad r = 1, 2, \dots, M-1,$$

где  $t_m = \cos \frac{2m-1}{2M} \pi = 0$  ( $m = 1, 2, \dots, M$ ),  $x_r = \cos \frac{r}{M} \pi$  ( $r = 1, 2, \dots, M-1$ ).

Если в системе (15) перейти к комплексно-сопряженным величинам, получим еще  $M$  алгебраических уравнений.

В правые части системы (15) входят неизвестные значения нормальных  $q_{y_1}^{(0)}(x_1)$  и касательных  $q_{x_1 y_1}^{(0)}(x_1)$  напряжений в узловых точках разбиения концевых зон трещины. Условием, определяющим неизвестные напряжения в связях между берегами в концевых зонах трещины, служит дополнительное соотношение (5) в нулевом приближении. Используя полученное решение в нулевом приближении, можно записать

$$g_1^{(0)}(x_1) = \frac{2G}{1 + \kappa} \frac{d}{dx} \left[ \Pi_y \left( x_1, q_{y_1}^{(0)}(x_1) \right) q_{y_1}^{(0)}(x_1) - i \Pi_x \left( x_1, q_{x_1 y_1}^{(0)}(x_1) \right) q_{x_1 y_1}^{(0)}(x_1) \right]. \quad (16)$$

Это комплексное дифференциальное уравнение служит для нахождения напряжений  $q_{y_1}^{(0)}(x_1)$  и  $q_{x_1 y_1}^{(0)}(x_1)$  в связях между берегами в концевых зонах трещины.

Для построения недостающих алгебраических уравнений для нахождения напряжений  $q_{y_1}^{(0)}(t_{m_1})$  и  $q_{x_1 y_1}^{(0)}(t_{m_1})$  в узловых точках требуем выполнения условий (16) в узловых точках  $t_{m_1}$  ( $m_1 = 1, 2, \dots, M_1$ ), содержащихся в концевых зонах трещины. При этом использовали метод конечных разностей.

Для замкнутости полученных алгебраических уравнений не хватает двух уравнений, которые определяют размеры концевых зон предразрушения. Такими условиями служат условия конечности напряжений в вершинах трещины. Записывая условия конечности напряжений для каждой вершины трещины, получаем два недостающих уравнения:

$$\sum_{m=1}^M (-1)^m g_1^{(0)}(t_m) \operatorname{ctg} \frac{2m-1}{4M} \pi = 0,$$

$$\sum_{m=1}^M (-1)^{M+m} g_1^{(0)}(t_m) \operatorname{tg} \frac{2m-1}{4M} \pi = 0. \quad (17)$$

Перейдем к построению решения задачи в первом приближении. На основании полученного решения находим компоненты напряжений в тормозном барабане в нулевом приближении:

$$\sigma_r^{(0)} = \bar{\sigma}_r^{(0)} + \bar{\bar{\sigma}}_r^{(0)}, \quad \sigma_\theta^{(0)} = \bar{\sigma}_\theta^{(0)} + \bar{\bar{\sigma}}_\theta^{(0)}, \quad \tau_{r\theta}^{(0)} = \bar{\tau}_{r\theta}^{(0)} + \bar{\bar{\tau}}_{r\theta}^{(0)}. \quad (18)$$

При  $r = R$  находим функции  $N$  и  $T_t$ . С помощью термоупругого потенциала перемещений  $F^{(1)}(r, \theta)$  по известным формулам [5] находим соответствующие напряжения

$\bar{\sigma}_r^{(1)}$ ,  $\bar{\sigma}_\theta^{(1)}$ ,  $\bar{\tau}_{r\theta}^{(1)}$  в первом приближении. Так как найденные напряжения не удовлетворяют граничным условиям (7), необходимо найти второе напряженное состояние  $\bar{\bar{\sigma}}_r^{(1)}$ ,  $\bar{\bar{\sigma}}_\theta^{(1)}$ ,  $\bar{\bar{\tau}}_{r\theta}^{(1)}$ . Краевые условия задачи для отыскания второго напряженного состояния в первом приближении имеют вид:

$$\begin{aligned} \bar{\bar{\sigma}}_r^{(1)} &= N - \bar{\sigma}_r^{(1)}, & \bar{\bar{\tau}}_{r\theta}^{(1)} &= T_t - \bar{\tau}_{r\theta}^{(1)} \quad \text{при } r = R; \\ \bar{\bar{\sigma}}_r^{(1)} &= -\bar{\sigma}_r^{(1)}, & \bar{\bar{\tau}}_{r\theta}^{(1)} &= -\bar{\tau}_{r\theta}^{(1)} \quad \text{при } r = R_0; \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \bar{\bar{\sigma}}_{y_1}^{(1)} &= -\bar{\sigma}_{y_1}^{(1)}, & \bar{\bar{\tau}}_{x_1 y_1}^{(1)} &= -\bar{\tau}_{x_1 y_1}^{(1)} \quad \text{при } y_1 = 0 \quad \lambda_1 \leq x_1 \leq \lambda_2; \\ \bar{\bar{\sigma}}_{y_1}^{(1)} &= q_{y_1}^{(1)} - \bar{\sigma}_{y_1}^{(1)}, & \bar{\bar{\tau}}_{x_1 y_1}^{(1)} &= q_{x_1 y_1}^{(1)} - \bar{\tau}_{x_1 y_1}^{(1)} \quad \text{при} \\ & y_1 = 0 \quad -l_1 \leq x_1 < \lambda_1 \quad \text{и} \quad \lambda_2 < x_1 \leq l_1. \end{aligned} \quad (20)$$

Граничные условия (19)–(20) для отыскания второго напряженного состояния с помощью формул Колосова-Мусхелишвили можно записать в виде краевой задачи для отыскания комплексных потенциалов  $\Phi^{(1)}(z)$  и  $\Psi^{(1)}(z)$ . Комплексные потенциалы  $\Phi^{(1)}(z)$  и  $\Psi^{(1)}(z)$  ищутся в виде аналогичном (12), при этом дальнейший ход решения задачи такой же, как и в нулевом приближении.

После определения искомых величин для прогнозирования предельного напряженного состояния барабана тормозного механизма автомобиля, при котором возможен рост трещины, использовали критерий критического раскрытия берегов трещины у основания концевых зон предразрушения [9]

$$|(u_1^+ - u_1^-) - i(v_1^+ - v_1^-)| = \delta_c \quad \text{при } x_1 = \lambda_1 \quad \text{и} \quad x_1 = \lambda_2, \quad (21)$$

где  $\delta_c$  – характеристика трещиностойкости материала тормозного барабана, определяемая опытным путем [10].

**Выводы.** Найденные соотношения позволяют исследовать термоупругое напряженное состояние барабана тормозного механизма автомобиля, ослабленного трещиной с концевыми зонами предразрушения, прогнозировать предельный уровень напряженного состояния, при котором происходит развитие трещины со связями между берегами в барабане при торможении автомобиля.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Newcomb T. Energy dissipated during braking // *Wear*. 1980. Vol. 59. p. 401–407.
- [2] Чичинадзе А.В., Матвеевский Р.М., Браун Э.Д. Материалы в триботехнике нестационарных процессов. М.: Наука, 1986. 248 с.
- [3] Гейдаров Ш.Г. Предельно-равновесное состояние тормозного барабана при наличии малых трещин в момент торможения автомобиля // *Динамика и прочность механических систем*. Баку, 1997. с. 13–27.
- [4] Гейдаров Ш.Г. Исследование дефектов в тормозном барабане автомобиля // *Ученые записки АзГУ*. 1999. Т. VIII, № 2. с. 171–175.
- [5] Паркус Г. Неустановившиеся температурные напряжения. М.: Физматлит, 1963. 252 с.
- [6] Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1966. 707 с.
- [7] Панасюк В.В., Саврук М.П., Дацьшин А.П. Распределение напряжений около трещин в пластинах и оболочках. Киев: Наук. думка, 1976. 443 с.
- [8] Мирсалимов В.М. Неоднородные упругопластические задачи. М.: Наука, 1987. 256 с.
- [9] Мирсалимов В.М. К решению задачи механики контактного разрушения о зарождении и развитии трещины со связями между берегами во втулке фрикционной пары // *ПММ*. Т. 71, № 1. с. 132–151.

[10] Панасюк В.В. Механика квазихрупкого разрушения материалов. Киев: Наук. думка, 1991. 416 с.

S. A. Askerov

### LIMIT STATE OF A DRUM WEAKENED BY CRACK WITH INTERFACIAL BONDS IN END ZONES DURING VEHICLE BRAKING

*Azerbaijan Technical University, Baku, Azerbaijan*

**Abstract.** The problem of temperature stresses in a brake drum weakened by a crack during vehicle braking is considered. It is assumed that during repeated braking in area of actual contact of the elements of friction pair of the vehicle braking system as a result of uneven heating, material defects (burns, thermal spots and microcracks) are formed. A mathematical description of the limit state in a drum weakened by crack with interfacial bonds in end zones during vehicle braking has been carried out. According to the crack re-sistance criteria, relations for determining the limit value of intensity of the heat effect at which in the brake drum crack growth occurs are obtained.

**Keywords:** brake drum of a truck, crack with interfacial bonds in end zones, limit thermoelastic state.

### REFERENCES

- [1] Newcomb T. Energy dissipated during braking // *Wear*. 1980. Vol. 59. p. 401–407.
- [2] Chichinadze A., Matveyevskiy R., Braun E. Materials in the tribotechnology of non-stationary processes. M.: Nauka, 1986. 248 p. (in Russian).
- [3] Geydarov S. The maximum equilibrium state of the brake drum in the presence of small cracks at the time of braking the car // *Dinamika i prochnost' mekhanicheskikh sistem*. Baku, 1997. p. 13–27. (in Russian).
- [4] Geydarov S. Investigation of defects in the brake drum of a car // *Uchenyye zapiski AzTU*. 1999. Vol. VIII, no. 2. p. 171–175. (in Russian).
- [5] Parkus G. Unsteady temperature stresses. Fizmatlit, 1963. 252 p.
- [6] Muskhelishvili N. Some basic tasks of the mathematical theory of elasticity. M.: Nauka, 1966. 707 p. (in Russian).
- [7] Panasyuk V., Savruk M., Datsyshin A. Stress distribution near cracks in plates and shells. Kiyev: Nauk. dumka, 1976. 443 p. (in Russian).
- [8] Mirsalimov V. One-dimensional elastoplastic problems. M.: Nauka, 1987. 256 p. (in Russian).
- [9] Mirsalimov V. To the solution of the problem of contact fracture mechanics about the nucleation and development of a crack with bonds between the edges in the sleeve of a friction pair // *PMM*. Vol. 71, no. 1. p. 132–151. (in Russian).
- [10] Panasyuk V. Mechanics of quasi-brittle fracture of materials. Kiyev: Nauk. dumka, 1991. 416 p. (in Russian).

---

*Askerov Sahib Azer ogly*,

e-mail: : sahibesgerov77@gmail.com, Assistant, Azerbaijan Technical University, Baku, Azerbaijan.