Серия: Механика предельного состояния. 2019. № 3 (41). С. 95–103

В. Г. Ефремов, С. В. Матвеев, А. Н. Матвеева, С. В. Тихонов

## РАВНОМЕРНОЕ РАСТЯЖЕНИЕ ТОНКОЙ НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАСТИНЫ С КРУГОВЫМ ОТВЕРСТИЕМ, ПРИ УСЛОВИИ ПРЕДЕЛЬНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ОТРЫВУ

Чувашский государственный педагогический университет им. И.Я. Яковлева, г. Чебоксары, Россия

Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова, г. Чебоксары, Россия

**Аннотация.** В работе рассматривается упругопластическое состояние тонкой пластины с круговым отверстием при равномерном растяжении. Материал пластины предполагается анизотропным. Сопротивление материала отрыву предполагается линейной функцией, зависящей от координат. Решение ищется методом малого параметра. Решение определено в нулевом и первом приближениях в упругой и пластической областях.

**Ключевые слова**: пластичность, упругость, линеаризация, напряжение, отрыв, анизотропия, неоднородность

УДК: 539.374

DOI: 10.26293/chgpu.2019.41.3.007

Рассмотрим анизотропную бесконечную кольцевую пластину с круговым отверстием (рис.1). Сопротивление материала отрыву p(x,y) предполагается линейной функцией в первом приближении и являющейся постоянной величиной в нулевом приближении (1).

Согласно [1,2] условие пластичности примем в виде

Поступила 10.05.2019

<sup>©</sup> Ефремов В. Г. Матвеев С. В., Матвеева А. Н., С. В. Тихонов, 2019 Ефремов Вячеслав Геннадьевич

e-mail: fmf\_dekanat@mail.ru, кандидат физико-математических наук, доцент, Чувашский государственный педагогический университет им. И.Я. Яковлева, г. Чебоксары, Россия. Матвеев Сергей Владимирович

e-mail: sergio2100@mail.ru, кандидат физико-математических наук, доцент, Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова, г. Чебоксары, Россия.

Матвеева Алена Николаевна

e-mail: roshtova@mail.ru, кандидат физико-математических наук, доцент, Чувашский государственный педагогический университет им. И.Я. Яковлева, г. Чебоксары, Россия. Тихонов Сергей Владимирович

**e-mail:** strangcheb@mail.ru, кандидат физико-математических наук, доцент, Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова, г. Чебоксары, Россия.

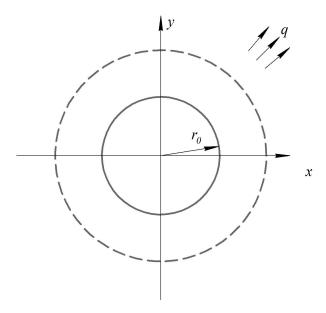


Рис. 1.

$$(A\sigma_x - p(x,y))(B\sigma_y - p(x,y)) - C\tau_{xy}^2 = 0,$$
(1)

где A, B, C – константы определяющие анизотропию материала p(x,y) – функция сопротивления отрыву.

Положим

$$p(x,y) = p_0 + \delta(mx + ny), \quad p_0, m, n - const.$$
 (2)

В полярной системе координат выражение (2) примет вид

$$p = p_0 + \delta \left( m\rho \cos \left( \theta \right) + n\rho \sin \left( \theta \right) \right). \tag{3}$$

Для записи выражения (1) в полярной системе координат  $\rho\theta$  воспользуемся соотношениями (4).

$$\sigma_{x} = \frac{\sigma_{\rho} + \sigma_{\theta}}{2} + \frac{\sigma_{\rho} - \sigma_{\theta}}{2} \cos 2\theta + \tau_{\rho\theta} \sin 2\theta, 
\sigma_{y} = \frac{\sigma_{\rho} + \sigma_{\theta}}{2} - \frac{\sigma_{\rho} - \sigma_{\theta}}{2} \cos 2\theta - \tau_{\rho\theta} \sin 2\theta, 
\tau_{xy} = \frac{\sigma_{\rho} - \sigma_{\theta}}{2} \sin 2\theta + \tau_{\rho\theta} \cos 2\theta.$$
(4)

Из (1) и (4) получим

$$AB \left(\sigma_{\rho} + \sigma_{\theta}\right)^{2} - \left(\sigma_{\rho} - \sigma_{\theta}\right)^{2} \left(\frac{AB + C}{2} + \frac{AB - C}{2}\cos 4\theta\right) - 2\tau_{\rho\theta}\left(AB + C + (C - AB)\cos 4\theta\right) - 2\tau_{\rho\theta}\left(\sigma_{\rho} - \sigma_{\theta}\right) \times \left(AB - C\right)\sin 4\theta - 2\left(\sigma_{\rho} - \sigma_{\theta}\right)\left(A - B\right)p\cos 2\theta - 4\tau_{\rho\theta}\left(A - B\right)p\sin 2\theta - 2\left(\sigma_{\rho} + \sigma_{\theta}\right)\left(A + B\right)p = -4p^{2}.$$

$$(5)$$

Решение будем искать с помощью метода возмущения по малому параметру  $\delta$ , характеризующего степень неоднородности пластины (2), (6), для этого перейдем к безразмерным величинам. Все компоненты напряжения отнесем к значению постоянной

отрыва в нулевом приближении  $p_0$ , величины определяющие геометрические размеры пластины отнесем некоторой линейной величине  $\rho_s^0$ .

$$A = 1 + \delta a, \ B = 1 + \delta b, \ C = 1 + \delta c, \ \alpha = \frac{r}{\rho_s^0},$$
 (6)

где a, b, c — постоянные, которые определяют анизотропию,  $\delta$  — параметр, который будем считать достаточно малым.

Для расчета в нулевом приближении, положим  $\delta=0,\ A=B=C=1,$  тогда выражение (5) примет вид

$$(\sigma_{\rho} - p)(\sigma_{\theta} - p) - \tau_{\rho\theta}^2 = 0. \tag{7}$$

Решение будем искать аналогично работам [3-8], пологая

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{(0)} + \delta \sigma_{ij}^{(I)} + \delta^2 \sigma_{ij}^{(II)} + \dots$$
 (8)

Примем

$$\tau_{\rho\theta i}^{(0)} = 0. \tag{9}$$

Для компонентов напряжения в пластической области будем указывать индекс — "p", а упругой – 'e".

В нулевом приближении из (7 – 9) получим

$$\sigma_{\theta i}^{(0)p} = p. \tag{10}$$

Уравнения равновесия запишем в виде

$$\frac{\partial \sigma_{\rho}^{(i)}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{\rho\theta}^{(i)}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_{\rho}^{(i)} - \sigma_{\theta}^{(i)}}{\rho} = 0, 
\frac{\partial \tau_{\rho\theta}^{(i)}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{\theta}^{(i)}}{\partial \theta} + \frac{2\tau_{\rho\theta}^{(i)}}{\rho} = 0.$$
(11)

В исходном нулевом приближении выражения (11) с учетом (8 – 10), примут вид

$$\frac{d\sigma_{\rho}^{(0)}}{d\rho} + \frac{\sigma_{\rho}^{(0)} - \sigma_{\theta}^{(0)}}{\rho} = 0.$$
 (12)

Из соотношений (10), (12) определим компоненты напряжения  $\sigma_{\rho}^{(0)p}$ 

$$\sigma_{\rho}^{(0)p} = p_0 - \frac{C_1}{\rho}.\tag{13}$$

Учитывая, что контур отверстия свободен от усилий,  $\sigma_{\rho}^0=0$  при  $\rho=\alpha,$  определим константу  $C_1.$ 

$$\sigma_{\rho 1}^{(0)p} = p_0 \left( 1 - \frac{\alpha}{\rho} \right). \tag{14}$$

Компоненты напряжения нулевом приближении имеют вид

$$\sigma_{\rho 1}^{(0)p} = p_0 \left( 1 - \frac{\alpha}{\rho} \right), \quad \sigma_{\theta 1}^{(0)p} = p_0, \quad \tau_{\rho \theta 1}^{(0)p} = 0.$$
 (15)

Из (5), (6) (8), в первом приближении, с учётом (9), (14) получим

$$\sigma_{\theta}^{(I)p} = -\frac{\alpha p_0}{8\rho} (a+b-c)\cos 4\theta + \frac{p_0}{2} (a-b)\cos 2\theta + \\ + m\rho\cos\theta + n\rho\sin\theta + \frac{\alpha p_0}{8\rho} (a+b-c) - \frac{p_0}{2} (a+b).$$
(16)

Соотноешения (11) будут удовлетворяться с помощью подстановки

$$\sigma_{\rho}^{(I)} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \Phi^{(I)}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \Phi^{(I)}}{\partial \theta^2}, \quad \sigma_{\theta}^{(I)} = \frac{\partial^2 \Phi^{(I)}}{\partial \rho^2}, \quad \tau_{\rho\theta}^{(I)} = -\frac{\partial}{\partial \rho} \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial \Phi^{(I)}}{\partial \theta} \right). \tag{17}$$

Используя соотношения (16), (17), получим выражение для функции Эри

$$\Phi^{(I)} = \left[ -\frac{\alpha p_0}{8} (a+b+c)\rho(\ln \rho - 1) + C_1 \rho + C_2 \right] \cos 4\theta + \\
+ \left[ \frac{p_0 \rho^2}{4} (a-b) + C_3 \rho + C_4 \right] \cos 2\theta + \\
+ \left( \frac{m \rho^3}{6} + C_5 \rho + C_6 \right) \cos \theta + \left( \frac{m \rho^3}{6} + C_7 \rho + C_8 \right) \sin \theta + \\
+ \frac{\alpha p_0}{8} (a+b-c)\rho(\ln \rho - 1) - \frac{p_0 \rho^2}{4} (a+b) + C_9 \rho + C_{10}.$$
(18)

Из (17), (18) следует

$$\sigma_{\rho}^{(I)p} = \left[ \frac{15\alpha p_{0}}{8} (a+b-c) \frac{\ln \rho}{\rho} - \frac{2\alpha p_{0}(a+b-c)+15C_{1}}{\rho} - \frac{16C_{2}}{\rho^{2}} \right] \cos 4\theta - \left[ \frac{p_{0}}{2} (a-b) + \frac{3C_{3}}{\rho} + \frac{4C_{4}}{\rho^{2}} \right] \cos 2\theta + \\
+ \left( \frac{m\rho}{3} - \frac{C_{6}}{\rho^{2}} \right) \sin \theta + \left( \frac{n\rho}{3} - \frac{C_{8}}{\rho^{2}} \right) \cos \theta + \\
+ \frac{\alpha p_{0}}{8} (a+b-c) \frac{\ln \rho}{\rho} - \frac{p_{0}}{2} (a+b) + \frac{C_{9}}{\rho}, \\
\sigma_{\theta}^{(I)p} = -\frac{\alpha p_{0}}{8\rho} (a+b-c) \cos 4\theta + \frac{p_{0}}{2} (a-b) \cos 2\theta + \\
+ \frac{\alpha p_{0}}{8\rho} (a+b-c) - \frac{p_{0}}{2} (a+b), \\
\tau_{\rho\theta}^{(I)p} = -\left[ \frac{\alpha p_{0}}{2\rho} (a+b-c) + \frac{4C_{2}}{\rho} \right] \sin 4\theta + \\
+ \left[ \frac{p_{0}}{2} (a-b) - \frac{2C_{4}}{\rho^{2}} \right] \sin 2\theta + \\
+ \left( \frac{m\rho}{3} - \frac{C_{6}}{\rho^{2}} \right) \sin \theta - \left( \frac{n\rho}{3} - \frac{C_{8}}{\rho^{2}} \right) \cos \theta. \tag{19}$$

Контур отверстия пластины свободен от усилий, следовательно, справедливы соотношения

$$\sigma_{\rho}^{(I)p}\Big|_{\rho=\alpha} = 0, \quad \tau_{\rho\theta}^{(I)p}\Big|_{\rho=\alpha} = 0. \tag{20}$$

Используя соотношения (19), (20) определим константы  $C_1, C_2, C_3, C_4, C_6, C_8, C_9$ 

$$C_{1} = \frac{p_{0}\alpha \ln \alpha}{8}(a+b-c), \quad C_{2} = -\frac{p_{0}\alpha^{2}}{8}(a+b-c),$$

$$C_{3} = -\frac{p_{0}\alpha}{2}(a-b), \quad C_{4} = \frac{p_{0}\alpha^{2}}{4}(a-b), \quad C_{6} = \frac{m\alpha^{3}}{3},$$

$$C_{8} = \frac{n\alpha^{3}}{3}, \quad C_{9} = \frac{p_{0}\alpha}{2}(a+b) - \frac{p_{0}\alpha \ln \alpha}{8}(a+b-c).$$

Соотношения (19), с учётом найденных значений констант, примут вид

$$\sigma_{\rho}^{(I)p} = \alpha p_0(a+b-c) \left[ \frac{15\ln\rho}{8\rho} - \frac{(16+15\ln\alpha)}{8\rho} + \frac{2\alpha}{\rho^2} \right] \cos 4\theta - p_0(a-b) \left[ \frac{1}{2} - \frac{3\alpha}{2\rho} + \frac{\alpha^2}{\rho^2} \right] \cos 2\theta + p_0(a-b) \left[ \frac{1}{3} - \frac{\alpha^3}{\rho^3} \right) \cos \theta + n\rho \left( \frac{1}{3} - \frac{\alpha^3}{\rho^3} \right) \sin \theta + \frac{p_0\alpha\ln\alpha}{8\rho} c - p_0(a+b) \left[ \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2\rho} \right] + \frac{\alpha p_0}{8\rho} (a+b-c) \ln \frac{\rho}{\alpha},$$

$$\sigma_{\theta}^{(I)p} = -\frac{\alpha p_0}{8\rho} (a+b-c) \cos 4\theta + \frac{p_0}{2} (a-b) \cos 2\theta + p_0\cos \theta + n\rho \sin \theta + \frac{\alpha p_0}{8\rho} (a+b-c) - \frac{p_0}{2} (a+b),$$

$$\tau_{\rho\theta}^{(I)p} = -\frac{\alpha p_0}{2\rho} (a+b-c) \left[ 1 - \alpha^2 \right] \sin 4\theta + p_0\cos \theta + p$$

На границе раздела двух областей справедливо

$$\sigma_{\rho}^{p}|_{\rho=1} = \sigma_{\rho}^{e}|_{\rho=1}; \ \sigma_{\theta}^{p}|_{\rho=1} = \sigma_{\theta}^{e}|_{\rho=1}.$$
 (22)

Для нулевонго приближения в упругой области воспользуемся соотношениями

$$\sigma_{\rho}^{(0)e} = E - \frac{F}{\rho^2}, \quad \sigma_{\rho}^{(0)e} = E + \frac{F}{\rho^2}, \quad E, F = const.$$
 (23)

Используя граничные условия  $\sigma_{\rho}^{e}=q$  при  $\rho=\infty,$  получим

$$\sigma_{\rho}^{(0)e}\Big|_{\rho=\infty} = E = q. \tag{24}$$

Из (15), (22) – (24) следует

$$F = \frac{p_0 \alpha}{2}.\tag{25}$$

Откуда получим решение в упругой области

$$\sigma_{\rho}^{(0)e} = q - \frac{p_0 \alpha}{2\rho^2}, \quad \sigma_{\theta}^{(0)e} = q + \frac{p_0 \alpha}{2\rho^2}, \quad \tau_{\rho\theta}^{(0)e} = 0.$$
 (26)

Из соотношений (15), (7), (11) следует

$$\alpha = \frac{2(p_0 - q)}{p_0},\tag{27}$$

тогда радиус пластической зоны определяется соотношением

$$\rho_s^0 = \frac{a}{\alpha} = \frac{ap_0}{2(p_0 - q)}. (28)$$

Компоненты напряжения в упругой зоне в первом приближении с учётом (22) примут вид

$$\sigma_{\rho}^{(I)e} = \alpha p_{0}(a+b-c) \left[ -\frac{1}{2} + 2\alpha \right] \cos 4\theta - \\
-p_{0}(a-b) \left[ \frac{1}{2} - 3\alpha + \alpha^{2} \right] \cos 2\theta + \\
+m \left( \frac{1}{3} - \alpha^{3} \right) \cos \theta + n \left( \frac{1}{3} - \alpha^{3} \right) \sin \theta - \\
-p_{0}(a+b) \left[ \frac{1}{2} - \frac{\alpha}{2} \right] - \frac{\alpha p_{0}}{8} (a+b-c) \ln \alpha, \\
\sigma_{\theta}^{(I)e} = -\frac{\alpha p_{0}}{8} (a+b-c) \cos 4\theta + \frac{p_{0}}{2} (a-b) \cos 2\theta + \\
+m \cos \theta + n \sin \theta + \frac{\alpha p_{0}}{8} (a+b-c) - \frac{p_{0}}{2} (a+b), \\
\tau_{\rho\theta}^{(I)e} = -\frac{\alpha p_{0}}{2} (a+b-c) \left[ 1 - \alpha^{2} \right] \sin 4\theta + \\
+\frac{p_{0}}{2} (a-b) \left[ 1 - \alpha^{2} \right] \sin 2\theta - \\
-m \left( \frac{1}{3} - \alpha^{3} \right) \sin \theta - n \left( \frac{1}{3} - \alpha^{3} \right) \cos \theta.$$
(29)

Применяя к соотношениям (29) формулы разделов (I), (III), (IV), (VI), (VIII), приведенные в [8, стр. 122], получим компоненты напряжения в первом приближении в упругой зоне

$$\begin{split} \sigma_{\rho}^{(I)e} &= \frac{p_0(a+b)}{2\rho^2} \left[ \alpha - 1 - \frac{\alpha \ln \alpha}{4} \right] + \frac{p_0\alpha \ln \alpha}{8\rho^2} c + \\ &\quad + \frac{1}{\rho^3} \left( \frac{1}{3} - \alpha^3 \right) \left( m \cos \theta + n \sin \theta \right) + \\ &\quad + \frac{p_0(a-b)}{2} \left( 1 - \alpha \right) \left[ \frac{3}{\rho^4} + \frac{2(\alpha - 2)}{\rho^2} \right] \cos 2\theta + \\ &\quad + \frac{\alpha p_0}{2} (a + b - c) \left[ (\alpha - 1) \left( \frac{3\alpha - 5}{\rho^6} - \frac{3(\alpha - 3)}{\rho^4} \right) + \\ &\quad + \frac{15}{4} \ln \alpha \left( \frac{2}{\rho^6} - \frac{3}{\rho^4} \right) \right] \cos 4\theta, \\ \sigma_{\theta}^{(I)e} &= -\frac{p_0(a+b)}{2\rho^2} \left[ \alpha - 1 - \frac{\alpha \ln \alpha}{4} \right] - \frac{p_0\alpha \ln \alpha}{8\rho^2} c - \\ &\quad - \frac{1}{\rho^3} \left( \frac{1}{3} - \alpha^3 \right) \left( m \cos \theta + n \sin \theta \right) - \\ &\quad - \frac{3p_0(a-b)}{2\rho^4} \left( 1 - \alpha \right) \cos 2\theta - \frac{\alpha p_0}{2} (a + b - c) \times \\ \times \left[ (\alpha - 1) \left( \frac{3\alpha - 5}{\rho^6} - \frac{\alpha - 3}{\rho^4} \right) + \frac{15}{4} \ln \alpha \left( \frac{2}{\rho^6} - \frac{1}{\rho^4} \right) \right] \cos 4\theta, \\ \tau_{\rho\theta}^{(I)e} &= \frac{1}{\rho^3} \left( \frac{1}{3} - \alpha^3 \right) \left( m \sin \theta + n \cos \theta \right) + \\ &\quad + \frac{p_0(a-b)}{2} \left( 1 - \alpha \right) \left[ \frac{3}{\rho^4} + \frac{\alpha - 2}{\rho^2} \right] \sin 2\theta + \\ \frac{\alpha p_0}{2} (a + b - c) \left[ (\alpha - 1) \left( \frac{3\alpha - 5}{\rho^6} - \frac{2(\alpha - 3)}{\rho^4} \right) + \\ &\quad + \frac{15}{2} \ln \alpha \left( \frac{1}{\rho^6} - \frac{1}{\rho^4} \right) \right] \sin 4\theta. \end{split}$$

Для границы раздела двух областей  $\rho_s$  в первом приближении справедливы соотношения

$$\rho_s^{(I)} = \frac{1}{4} \left( \sigma_\theta^{(I)e} - \sigma_\theta^{(I)p} \right)$$
при  $\rho = 1$ .

Таким образом, радиус пластической зоны в первом приближении примет вид

$$\begin{split} \rho_s^{(I)} &= \frac{1}{4} \left[ \frac{\alpha p_0 (\ln \alpha - 1)}{8} (a + b - c) + p_0 (a + b) \left( 1 - \frac{\alpha}{2} \right) \right] + \left( \frac{\alpha^3}{4} - \frac{1}{3} \right) m \cos \theta + \\ &\quad + \left( \frac{\alpha^3}{4} - \frac{1}{3} \right) n \sin \theta + \frac{p_0 (a - b)}{8} (3\alpha - 4) \cos 2\theta + \frac{\alpha p_0}{32} (a + b + c) \times \\ &\quad \times \left[ 1 - 8(\alpha - 1)^2 - 15 \ln \alpha \right] \cos 4\theta. \end{split}$$

В работе получены компоненты напряжения в первом приближении в упругой и пластической зоне, для бесконечной тонкой пластины при условии линейной зависимости функции отрыва. Полученное решение не противоречит результатам работ [4-12].

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Хилл Р. Математическая теория пластичности. М.: Гостехиздат, 1956, 408 с.
- [2] Matveeva A.N., Matveev S.V., Tikhonov S.V., Mishin P.V., Alatirev S.S., Akimov A.P. On limit statically determinated detachment conditions for compressible anisotropic material// Journal of Physics: Conference Series. 2018. 012037.
- [3] Роштова А.Н. О плоском напряженном состоянии анизотропного идеальнопластического материала // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. 2007. Т.1. № 3. С. 19–22.
- [4] Роштова А.Н. Об общих предельных условиях при отрыве для сжимаемых анизотропных сред // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2007. № 2. С. 131.
- [5] Матвеев С. В. Матвеева А. Н., Тихонов С. В. Деформированное состояние анизотропной плоскости, ослабленной отверстием, подкрепленной включением, ограниченной эксцентрической окружностью, при двуосном растяжении // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2016. №1(27). С. 105–114.
- [6] Матвеев С. В. Упругопластическое состояние анизотропной среды, ослабленной горизонтальной цилиндрической полостью, с учетом силы тяжести // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. 2007. № 3-1(55). С. 12–18.
- [7] Матвеев С. В., Митрофанова Т. В., Тихонов С. В. Введение в механику предельного и упруго-пластического состояния деформируемых тел // Чебоксары. : Чуваш. гос. пед. ун-т. 2012.
- [8] Ивлев Д. Д., Ершов Л. В. Метод возмущений в теории упругопластического тела М. : Наука, 1978. 208 с.
- [9] Роштова А. Н. Растяжение упругопластической анизотропной тонкой пластины, ослабленной круговым отверстием // Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева. 2007. № 3(55). С. 22–27.
- [10] Матвеев С. В., Матвеева А. Н., Рыбакова Т. И. Равномерное растяжение тонкой анизотропной пластины, ослабленной эллиптическим отверстием, при условии сопротивления отрыву // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2017. № 4 (34). С. 59–65.
- [11] Матвеев С. В., Матвеева А. Н., Тихонов С. В. Равномерное растяжение тонкой анизотропной пластины с круговым отверстием, подкрепленной включением, при условии сопротивления отрыву // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2017. № 4 (34). С. 95–103.
- [12] Матвеев С. В., Матвеева А. Н., Тихонов С. В. Равномерное растяжение многослойной тонкой анизотропной пластины с эллиптическим отверстием, при условии сопротивления отрыву // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2019. № 1 (39). С. 94-101.

V. G. Efremov, S. V. Matveev, A. N. Matveeva, S. V. Tikhonov

## UNIFORM STRETCHING OF A THIN INHOMOGENEOUS PLATE WITH A CIRCULAR HOLE, SUBJECT TO ULTIMATE TEARING RESISTANCE

I. Ulyanov Chuvash State University, Cheboksary, Russia

I. Yakovlev Chuvash State Pedagogical University, Cheboksary, Russia

**Abstract.** The paper considers the elastoplastic state thin plate with a circular hole with uniform tension. Material plates are assumed to be anisotropic. The peel resistance of the material is assumed to be a linear function, depending on the coordinates. The solution is sought by the small parameter method. The solution is determined in the zeroth and first approximations in the elastic and plastic regions.

Keywords: ductility, elasticity, linearization, stress, separation, anisotropy, heterogeneity

## REFERENCES

- [1] Hill R. Mathematical theory of plasticity. M.: Gostekhizdat, 1956, 408 p.
- [2] Matveeva A.N., Matveev S.V., Tikhonov S.V., Mishin P.V., Alatirev S.S., Akimov A.P. On limit statically determinated detachment conditions for compressible anisotropic material // Journal of Physics: Conference Series. 2018. pp. 012037.
- [3] Roshtova A. N. On the plane stress state of anisotropic idealoplastic material //Bulletin of the Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. 2007. V. 1. Number 3. P. 19–22.
- [4] Roshtova A. N. On general limiting conditions for separation for compressible anisotropic media // Bulletin of the Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Series: Mechanics of Limit State. 2007. No. 2. pp. 131.
- [5] Matveev S.V. Matveeva A.N., Tikhonov S.V. Deformed state an anisotropic plane weakened by a hole, supported by the inclusion, bounded by an eccentric circle, with biaxial stretching // Bulletin of the Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Series: Mechanics of Limit State. 2016. №1 (27). pp. 105–114.
- [6] Matveev S.V. Elastic-plastic state of an anisotropic medium weakened by a horizontal cylindrical cavity, taking into account gravity // Bulletin of the Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. 2007. No. 3-1 (55). S. 12-18.
- [7] Matveev S.V., Mitrofanova T.V., Tikhonov S.V. Introduction to the mechanics of the limiting and elastoplastic state of deformable bodies. Cheboksary: Chuvash. gosud. ped. un-t, 2012.
- [8] Ivlev D. D., Ershov L. V. The perturbation method in the theory of an elastoplastic body. M.: Science, 1978. 208 p.

Efremov Vyacheslav Genadevich

e-mail: roshtova@mail.ru, Candidate of Phys. & Math., Assoc. Professor, I. Yakovlev Chuvash State Pedagogical University, Cheboksary, Russia,

Matveev Sergey Vladimirovich

e-mail: sergio2100@mail.ru, Candidate of Phys. & Math., Assoc. Professor, I. Ulyanov Chuvash State University, Cheboksary, Russia,

Matveeva Alena Nikolaevna

e-mail: roshtova@mail.ru, Candidate of Phys. & Math., Assoc. Professor, I. Yakovlev Chuvash State Pedagogical University, Cheboksary, Russia,

Tikhonov Sergey Vladimirovich

e-mail: strangcheb@mail.ru, Candidate of Phys. & Math., Assoc. Professor, I. Ulyanov Chuvash State University, Cheboksary, Russia.

- [9] Roshtova A. N. Stretching of an elastoplastic anisotropic thin plate weakened by a circular hole // Bulletin of the Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. 2007. No 3 (55). pp. 22–27.
- [10] Matveev S.V., Matveeva A.N., Rybakova T.I. Uniform stretching of a thin anisotropic plate, weakened by an elliptical hole, under the condition of resistance to separation // Bulletin of the Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Series: Mechanics of Limit State. 2017. No 4 (34). pp. 59–65.
- [11] Matveev S.V., Matveeva A.N., Tikhonov S.V. Uniform stretching of a thin anisotropic plate with a circular hole, supported by the inclusion, provided resistance to tearing // Bulletin of the Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Series: Mechanics of Limit State. 2017. No 4 (34). pp. 95–103.
- [12] Matveev S.V., Matveeva A.N., Tikhonov S.V. Uniform stretching of a multilayer thin anisotropic plate with an elliptical hole, subject to tear resistance // Bulletin of the Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Series: Mechanics of Limit State. 2019. No 1(39). pp. 94–101.