

А. А. Абдурахманов, В. В. Глаголев, О. В. Инченко

УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ АДГЕЗИВА ПРИ СДВИГЕ

Тульский государственный университет, г. Тула, Россия

Аннотация. Исследуется напряженно-деформированное состояние тонкого адгезионного слоя в слоистом композите при сдвиговом характере нагружения с учетом возможного упругопластического деформирования. На основе упрощенной постановки в дифференциальном виде получены аналитические решения поставленной задачи. Найдена зависимость внешней критической нагрузки от длины зоны пластического деформирования материала слоя.

Ключевые слова: адгезионный слой, композит, упругопластическое деформирование

DOI: 10.26293/chgpu.2019.42.4.004

УДК: 539.375

Введение. В настоящее время основным подходом при моделировании прочности адгезионных соединений является представление адгезионного слоя слоем нулевой толщины и использование критериальной базы механики квазихрупкого разрушения [1-3]. В этом случае пренебрегают толщиной адгезива, а его механические свойства сводятся к адгезионным силам взаимодействия [4], сопряженных слоев материалов, которые могут иметь разные механические [5] или прочностные свойства [6,7]. Аналитические решения в этом случае получаются, как правило, в рамках упрощающих гипотез [8-10].

Наряду с данными моделями имеет место подход, учитывающий толщину адгезионного слоя (АС), в рамках модели контактного слоя [11,12] и модели слоя взаимодействия [13,14]. В модели контактного слоя пренебрегают напряжением, действующим

© Абдурахманов А. А., Глаголев В. В., Инченко О. В., 2019

Абдурахманов Амир Абдурауфович

e-mail: dragon.1993@inbox.ru, аспирант, Тульский государственный университет, г. Тула, Россия.

Глаголев Вадим Вадимович

e-mail: vadim@tsu.tula.ru, доктор физико-математических наук, профессор, Тульский государственный университет, г. Тула, Россия.

Инченко Оксана Владимировна

e-mail: inchenko_ov@mail.ru, кандидат физико-математических наук, Тульский государственный университет, г. Тула, Россия.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 19-41-710001 р_а.

Поступила 02.10.2019

ортогонально отрыву, которое может учитываться при формулировке условий возможного перехода слоя в состояние пластического деформирования. Отметим, что в настоящее время в состав адгезионных слоев могут входить пластификаторы. Данное обстоятельство дает возможность описывать поведение данных слоев в рамках упругопластической модели. В данной работе на основе концепции слоя взаимодействия предлагается постановка задачи нагружения адгезионного соединения с упругопластическими свойствами близкая к регламентной схеме испытания на адгезионную прочность ГОСТ 14759-69.

Постановка задачи. Рассмотрим композитную пластину, состоящую из двух консолей 1 и 2 длиной $\ell + a$, с одинаковыми толщинами h и механическими свойствами. Консоли сопряжены АС толщиной δ_0 по отрезку ℓ согласно Рис.1. На левом торце консоли 1 действует горизонтальная распределенная нагрузка постоянной интенсивности P . Правый торец пластины жестко закреплен от перемещений. Вся остальная поверхность пластины свободна от напряжений. Считаем материал пластин линейно упругим, а материал АС - идеально упругопластическим. Полагая, что пластические деформации в слое реализуются по длине $x_1 \in [0; \ell_p] \cup (\ell - \ell_p; \ell]$, при значении интенсивности внешней нагрузки, соответствующей началу пластического течения в вершине слоя, необходимо определить НДС в данном композите.

Для описания взаимодействия слоя 3 с телами 1 и 2 применим концепцию «слоя взаимодействия», развитую в работах [13-15]. В этом случае равновесие тел 1 и 2, согласно [13,15] запишем в вариационной форме для тела 1:

$$\int_{S_1} \sigma \cdot \delta \varepsilon ds + \int_{\ell} \bar{\sigma}_{22} \delta u_2^+ dx_1 + \int_{\ell} \bar{\sigma}_{12} \delta u_1^+ dx_1 + 0.5 \delta_0 \left(\int_{\ell} \bar{\sigma}_{11} \frac{\partial \delta u_1^+}{\partial x_1} dx_1 + \int_{\ell} \bar{\sigma}_{12} \frac{\partial \delta u_2^+}{\partial x_1} dx_1 \right) = \int_{L_1} \mathbf{P} \cdot \delta u dl \quad (1)$$

и тела 2:

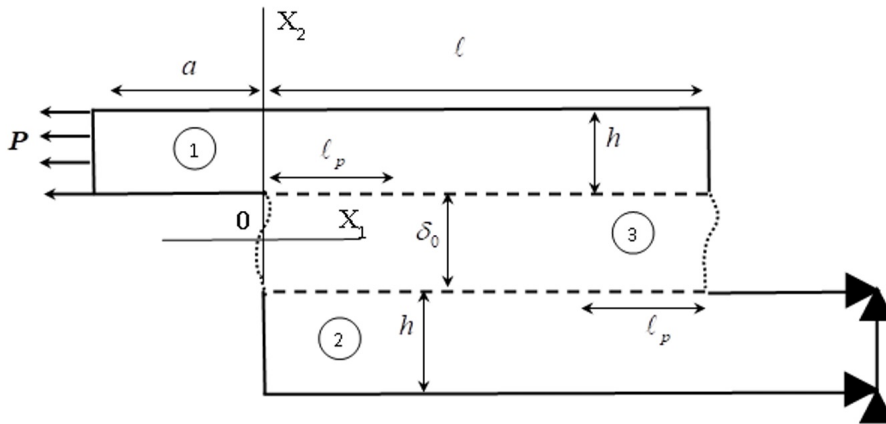


Рис. 1. Схема нагружения композитной пластины.

$$\int_{S_2} \sigma \cdot \delta \varepsilon ds - \int_{\ell} \bar{\sigma}_{22} \delta u_2^- dx_1 - \int_{\ell} \bar{\sigma}_{12} \delta u_1^- dx_1 +$$

$$+ 0.5 \delta_0 \left(\int_{\ell} \bar{\sigma}_{11} \frac{\partial \delta u_1^-}{\partial x_1} dx_1 + \int_{\ell} \bar{\sigma}_{12} \frac{\partial \delta u_2^-}{\partial x_1} dx_1 \right) = 0 \quad (2)$$

где S_1, S_2 – площади тел 1 и 2; L_1, L_2 – контуры левых торцов тел 1 и 2; σ, ϵ – тензоры напряжений и деформаций в телах 1 и 2; u – поле перемещений; $\bar{\sigma}_{11}, \bar{\sigma}_{22}, \bar{\sigma}_{12}, \bar{\epsilon}_{11}, \bar{\epsilon}_{22}, \bar{\epsilon}_{12}$ – компоненты тензоров средних напряжений и деформаций слоя 3 с соответствующими компонентами: $\bar{\sigma}_{21}(x_1) = \bar{\sigma}_{12}(x_1) = \frac{1}{\delta_0} \int_{-0.5\delta_0}^{0.5\delta_0} \sigma_{21}(x_1, x_2) dx_2$,

$$\bar{\sigma}_{22}(x_1) = \frac{1}{\delta_0} \int_{-0.5\delta_0}^{0.5\delta_0} \sigma_{22}(x_1, x_2) dx_2, \quad \bar{\sigma}_{11}(x_1) = \frac{1}{\delta_0} \int_{-0.5\delta_0}^{0.5\delta_0} \sigma_{11}(x_1, x_2) dx_2,$$

$$\bar{\epsilon}_{11}(x_1) = 0.5 \left(\frac{\partial u_1^+(x_1)}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1^-(x_1)}{\partial x_1} \right), \quad \bar{\epsilon}_{21}(x_1) = \bar{\epsilon}_{12}(x_1) =$$

$$0.5 \left(\frac{u_1^+(x_1) - u_1^-(x_1)}{\delta_0} + 0.5 \left(\frac{\partial u_2^+(x_1)}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2^-(x_1)}{\partial x_1} \right) \right).$$

где u_k^+, u_k^- – соответственно компоненты векторов перемещений верхней и нижней границ слоя; $k = 1, 2$ здесь и далее. Постулируется жесткое сцепление между границами АС и областями 1, 2, а также равенство модуля и противоположность направления векторов напряжений по границам слоя.

Уравнения (1) и (2) замкнем определяющими соотношениями в форме закона Гука:

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1 + \nu} \left(\varepsilon_{ij} + \frac{\nu}{1 - 2\nu} \varepsilon \delta_{ij} \right), \quad (3)$$

где E, ν – модуль упругости и коэффициент Пуассона тел 1 и 2; $\varepsilon = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}$ – объемное расширение; δ_{ij} – символ Кронекера; $i, j = 1, 2, 3$.

Для материала АС определяющие соотношения считаем справедливыми для средних компонент тензоров напряжений и деформаций. В области упругого деформирования определяющие соотношения примут вид:

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{E_3}{1 + \nu_3} \left(\bar{\varepsilon}_{ij} + \frac{\nu_3}{1 - 2\nu_3} \bar{\varepsilon} \delta_{ij} \right), \quad (4)$$

где E_3, ν_3 – модуль упругости и коэффициент Пуассона АС.

В области упругопластического деформирования АС определяющие соотношения для средних по толщине слоя напряжений принимаем в виде критерия Треска – Сен-Венана [16]:

$$\bar{\sigma}_{ij}^{\max} = \tau_0 \quad (5)$$

где σ_{ij}^{\max} – максимальное касательное напряжение; τ_0 – предел текучести.

Таким образом, решение системы (1) – (5) сводится к определению поля перемещений $u(x_1, x_2)$ в телах 1 и 2 (см. Рис. 2) при заданных граничных условиях.

Для упрощения задачи и получения аналитического решения принимаем, что поле перемещений согласно концепции «дифференциального сдвига» [17] определено следующим образом в теле 1:

$$u_1(x_1, x_2) = u_1^+(x_1), u_2(x_1, x_2) = 0, \quad (6)$$

и теле 2:

$$u_1(x_1, x_2) = u_1^-(x_1), u_2(x_1, x_2) = 0. \quad (7)$$

При данной схеме нагружения для средних напряжений в слое для плоской деформации реализуется напряженное состояние следующего вида:

$$\bar{\sigma}_{11} \neq 0; \bar{\sigma}_{22} \neq 0; \bar{\sigma}_{12} \neq 0; \bar{\sigma}_{33} \neq 0. \quad (8)$$

При решении задачи полагаем, что напряжение в области пластического деформирования имеет место упругая сжимаемость $\bar{\sigma} = 3K\bar{\epsilon}$, где $\bar{\sigma} = \bar{\sigma}_{11} + \bar{\sigma}_{22} + \bar{\sigma}_{33}$. Для материала слоя в состоянии плоской деформации, как в работе [18], предполагаем равенство нулю пластических $\epsilon_{33}^p = 0$ и упругих компонент деформаций $\epsilon_{33}^e = 0$ в направлении базисного вектора e_3 . В силу положений (6) и (7) полагаем равенство нулю пластических $\epsilon_{22}^p = 0$ и упругих компонент деформаций $\epsilon_{22}^e = 0$ в направлении базисного вектора e_2 . Считаем деформации малыми и для стадии упругопластического деформирования справедливом следующее разложение: $\epsilon_{ii} = \epsilon_{ii}^e + \epsilon_{ii}^p$, $i = 1, 2, 3$. В этом случае для рассматриваемой схемы нагружения слоя напряжения в области пластического деформирования получаем: $\bar{\epsilon} = \epsilon_{11} = \epsilon_{11}^e$, следовательно, диагональные напряжения в слое и на стадии упругопластического деформирования могут быть определены в виде (6). Таким образом $\bar{\sigma}_{22} = \bar{\sigma}_{33} = \frac{\nu_3}{(1-\nu_3)}\bar{\sigma}_{11}$. При этом касательные напряжения слоя в силу (7) связаны с пределом текучести соотношением:

$$\bar{\sigma}_{12} = -\frac{\sqrt{4\tau_0^2 - \beta\bar{\sigma}_{11}^2}}{2}, \quad (9)$$

где: $\beta = \left(\frac{1-4\nu_3+4\nu_3^2}{(1-\nu_3)^2}\right)$.

С учетом (6)-(9) преобразуем систему (1), (2) к следующим дифференциальным уравнениям для тела 1:

$$\frac{d\sigma_{11}^{(1)}}{dx_1} = 0 \quad \text{на участке} \quad x_1 \in [-a; 0); \quad (10)$$

$$h\frac{d\sigma_{11}^{(1)}}{dx_1} + 0.5\delta_0\frac{d\bar{\sigma}_{11}}{dx_1} = -\frac{\sqrt{4\tau_0^2 - \beta\bar{\sigma}_{11}^2}}{2} \quad \text{на участке} \quad x_1 \in (0; \ell_p); \quad (11)$$

$$h\frac{d\sigma_{11}^{(1)}}{dx_1} + 0.5\delta_0\frac{d\bar{\sigma}_{11}}{dx_1} = \bar{\sigma}_{21} \quad \text{на участке} \quad x_1 \in (\ell_p; \ell - \ell_p); \quad (12)$$

$$h\frac{d\sigma_{11}^{(1)}}{dx_1} + 0.5\delta_0\frac{d\bar{\sigma}_{11}}{dx_1} = -\frac{\sqrt{4\tau_0^2 - \beta\bar{\sigma}_{11}^2}}{2} \quad \text{на участке} \quad x_1 \in (\ell - \ell_p; \ell); \quad (13)$$

и тела 2:

$$h\frac{d\sigma_{11}^{(2)}}{dx_1} + 0.5\delta_0\frac{d\bar{\sigma}_{11}}{dx_1} = \frac{\sqrt{4\tau_0^2 - \beta\bar{\sigma}_{11}^2}}{2} \quad \text{на участке} \quad x_1 \in (0; \ell_p); \quad (14)$$

$$h\frac{d\sigma_{11}^{(2)}}{dx_1} + 0.5\delta_0\frac{d\bar{\sigma}_{11}}{dx_1} = -\bar{\sigma}_{21} \quad \text{на участке} \quad x_1 \in (\ell_p; \ell - \ell_p); \quad (15)$$

$$h\frac{d\sigma_{11}^{(2)}}{dx_1} + 0.5\delta_0\frac{d\bar{\sigma}_{11}}{dx_1} = \frac{\sqrt{4\tau_0^2 - \beta\bar{\sigma}_{11}^2}}{2} \quad \text{на участке} \quad x_1 \in (\ell - \ell_p; \ell); \quad (16)$$

$$\frac{d\sigma_{11}^{(2)}}{dx_1} = 0 \quad \text{на участке} \quad x_1 \in (\ell; a]. \quad (17)$$

Решения уравнений сопрягаются в точках $x_1 = 0$:

$$h\sigma_{11}^{(1)}\Big|_{x_1=0-0} = \left(h\sigma_{11}^{(1)} + 0.5\delta_0\bar{\sigma}_{11}\right)\Big|_{x_1=0+0}, \quad (18)$$

$$u_1^+\Big|_{x_1=0-0} = u_1^+\Big|_{x_1=0+0}, \quad (19)$$

$x_1 = \ell_p$:

$$\left(h\sigma_{11}^{(1)} + 0.5\delta_0\bar{\sigma}_{11}\right)\Big|_{x_1=\ell_p-0} = \left(h\sigma_{11}^{(1)} + 0.5\delta_0\bar{\sigma}_{11}\right)\Big|_{x_1=\ell_p+0}, \quad (20)$$

$$u_1^+\Big|_{x_1=\ell_p-0} = u_1^+\Big|_{x_1=\ell_p+0}, \quad (21)$$

$$\left(h\sigma_{11}^{(2)} + 0.5\delta_0\bar{\sigma}_{11}\right)\Big|_{x_1=\ell_p-0} = \left(h\sigma_{11}^{(2)} + 0.5\delta_0\bar{\sigma}_{11}\right)\Big|_{x_1=\ell_p+0}, \quad (22)$$

$$u_1^-\Big|_{x_1=\ell_p-0} = u_1^-\Big|_{x_1=\ell_p+0}, \quad (23)$$

$x_1 = \ell - \ell_p$:

$$\left(h\sigma_{11}^{(1)} + 0.5\delta_0\bar{\sigma}_{11}\right)\Big|_{x_1=\ell-\ell_p-0} = \left(h\sigma_{11}^{(1)} + 0.5\delta_0\bar{\sigma}_{11}\right)\Big|_{x_1=\ell-\ell_p+0}, \quad (24)$$

$$u_1^+\Big|_{x_1=\ell-\ell_p-0} = u_1^+\Big|_{x_1=\ell-\ell_p+0}, \quad (25)$$

$$\left(h\sigma_{11}^{(2)} + 0.5\delta_0\bar{\sigma}_{11}\right)\Big|_{x_1=\ell-\ell_p-0} = \left(h\sigma_{11}^{(2)} + 0.5\delta_0\bar{\sigma}_{11}\right)\Big|_{x_1=\ell-\ell_p+0}, \quad (26)$$

$$u_1^-\Big|_{x_1=\ell-\ell_p-0} = u_1^-\Big|_{x_1=\ell-\ell_p+0}, \quad (27)$$

$x_1 = \ell$:

$$\left(h\sigma_{11}^{(2)} + 0.5\delta_0\bar{\sigma}_{11}\right)\Big|_{x_1=\ell-0} = h\sigma_{11}^{(2)}\Big|_{x_1=\ell+0}, \quad (28)$$

$$u_1^-\Big|_{x_1=\ell-0} = u_1^-\Big|_{x_1=\ell+0}, \quad (29)$$

с граничными условиями:

$$\sigma_{11}^{(1)}\Big|_{x_1=-a} = P, \quad (30)$$

$$\left(h\sigma_{11}^{(2)} + 0.5\delta_0\bar{\sigma}_{11}\right)\Big|_{x_1=0} = 0, \quad (31)$$

$$\left(h\sigma_{11}^{(1)} + 0.5\delta_0\bar{\sigma}_{11}\right)\Big|_{x_1=\ell} = 0, \quad (32)$$

$$u_1^-\Big|_{x_1=\ell+a} = 0. \quad (33)$$

Определяющие соотношения (3), (4) в данном случае для состояния плоской деформации приобретают вид:

для консолей:

$$\sigma_{11}^{(1)} = D \frac{du_1^+}{dx_1}; \sigma_{11}^{(2)} = D \frac{du_1^-}{dx_1}; \quad (34)$$

для слоя на участке $x_1 \in [\ell_p, \ell - \ell_p]$:

$$\bar{\sigma}_{12} = L \frac{(u_1^+ - u_1^-)}{\delta_0}; \bar{\sigma}_{11} = D_1 \left(\frac{du_1^+}{dx_1} + \frac{du_1^-}{dx_1} \right), \quad (35)$$

где $D = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}$; $L = \frac{E_3}{2(1+\nu_3)}$; $D_1 = \frac{E_3(1-\nu_3)}{2(1+\nu_3)(1-2\nu_3)}$.

В этом случае на участках $x_1 \in [0; \ell_p) \cup (\ell - \ell_p; \ell]$ имеет место связь компонент средних напряжений и производных граничных перемещений:

$$\bar{\sigma}_{12} = -\frac{\sqrt{4\tau_0^2 - \beta\bar{\sigma}_{11}^2}}{2}; \quad \bar{\sigma}_{11} = D_1 \left(\frac{du_1^+}{dx_1} + \frac{du_1^-}{dx_1} \right). \quad (36)$$

Решение задачи. Запишем решение (10)-(36) для каждого из участков:

$$u_1^+ = \frac{C_1}{D}x_1 + C_2; \quad x_1 \in [-a; 0); \quad (37)$$

$$u_1^+ = -\frac{\sqrt{4\tau_0^2 - \beta D_1^2 C_3^2}}{4hD}x_1^2 + C_5x_1 + C_6; \quad x_1 \in (0, \ell_p); \quad (38)$$

$$u_1^- = C_3x_1 + C_4 + \frac{\sqrt{4\tau_0^2 - \beta D_1^2 C_3^2}}{4hD}x_1^2 - C_5x_1 - C_6; \quad x_1 \in (0, \ell_p); \quad (39)$$

$$u_1^+ = C_9e^{kx_1} + C_{10}e^{-kx_1} + \frac{C_7}{2}x_1 + \frac{C_8}{2}; \quad x_1 \in (\ell_p, l - \ell_p); \quad (40)$$

$$u_1^- = \frac{C_7}{2}x_1 + \frac{C_8}{2} - C_9e^{kx_1} - C_{10}e^{-kx_1}; \quad x_1 \in (\ell_p, l - \ell_p); \quad (41)$$

$$u_1^+ = -\frac{\sqrt{4\tau_0^2 - \beta D_1^2 C_3^2}}{4hD}x_1^2 + C_{13}x_1 + C_{14}; \quad x_1 \in (l - \ell_p, l); \quad (42)$$

$$u_1^- = C_{11}x_1 + C_{12} + \frac{\sqrt{4\tau_0^2 - \beta D_1^2 C_3^2}}{4hD}x_1^2 - C_{13}x_1 - C_{14}; \quad x_1 \in (l - \ell_p, l); \quad (43)$$

$$u_1^- = C_{15}x_1 + C_{16}; \quad x_1 \in (l, l + a]; \quad (44)$$

где: $C_1 = P$; $C_3 = C_7 = C_{11} = \frac{hP}{hD + \delta_0 D_1}$; $C_5 = \frac{P(hD + 0.5\delta_0 D_1)}{D(hD + \delta_0 D_1)}$;

$$C_2 = C_6 = \frac{\sqrt{4\tau_0^2 - \beta D_1^2 C_3^2}}{2hD}\ell_p^2 + \frac{2C_{10}(e^{2k\ell_p} + e^{k\ell})}{e^{k(\ell_p + \ell)}} - \frac{aP}{D} - 2C_5\ell_p - C_7\left(\frac{l}{2} - \ell_p\right);$$

$$C_4 = \frac{\sqrt{4\tau_0^2 - \beta D_1^2 C_3^2}}{2hD}\ell_p^2 + \frac{2C_{10}(e^{2k\ell_p} + e^{k\ell})}{e^{k(\ell_p + \ell)}} - \frac{2aP}{D} - 2C_5\ell_p - C_7(l - 2\ell_p) - C_3\ell_p;$$

$$C_8 = \frac{\sqrt{4\tau_0^2 - \beta D_1^2 C_3^2}}{2hD}\ell_p^2 + \frac{2C_{10}(e^{2k\ell_p} + e^{k\ell})}{e^{k(\ell_p + \ell)}} - \frac{2aP}{D} - 2C_5\ell_p - C_7(l - \ell_p);$$

$$C_{10} = \frac{1}{2kD} \left(P - \frac{\sqrt{4\tau_0^2 - \beta D_1^2 C_3^2}}{h}\ell_p \right) \frac{e^{k(\ell_p + \ell)}}{(e^{2k\ell_p} - e^{k\ell})}; \quad C_9 = \frac{C_{10}}{e^{k\ell}};$$

$$C_{12} = \frac{\sqrt{4\tau_0^2 - \beta D_1^2 C_3^2}}{2hD}\ell_p^2 + \frac{2C_{10}(e^{2k\ell_p} + e^{k\ell})}{e^{k(\ell_p + \ell)}} - \frac{2aP}{D} - 2C_5\ell_p - C_{11}(l - \ell_p);$$

$$C_{13} = \frac{\sqrt{4\tau_0^2 - \beta D_1^2 C_3^2}}{2hD}l - \frac{0.5\delta_0 D_1 P}{D(hD + \delta_0 D_1)};$$

$$C_{14} = C_{11}l + C_{12} - \frac{\sqrt{4\tau_0^2 - \beta D_1^2 C_3^2}}{4hD}l^2 + \frac{aP}{D} + \frac{0.5\delta_0 D_1 Pl}{D(hD + \delta_0 D_1)};$$

$$C_{15} = \frac{P}{D}; \quad C_{16} = -(l + a)\frac{P}{D}; \quad k = \sqrt{\frac{2L}{\delta_0 hD}}.$$

Связь между длиной пластической зоны и внешней нагрузкой определим из условия достижения в точке предела текучести:

$$\bar{\sigma}_{12}|_{x_1=\ell_p} = L \frac{(u_1^+ - u_1^-)}{\delta_0} \Big|_{x_1=\ell_p} = -\frac{\sqrt{4\tau_0^2 - \beta\bar{\sigma}_{11}^2}}{2} \quad (45)$$

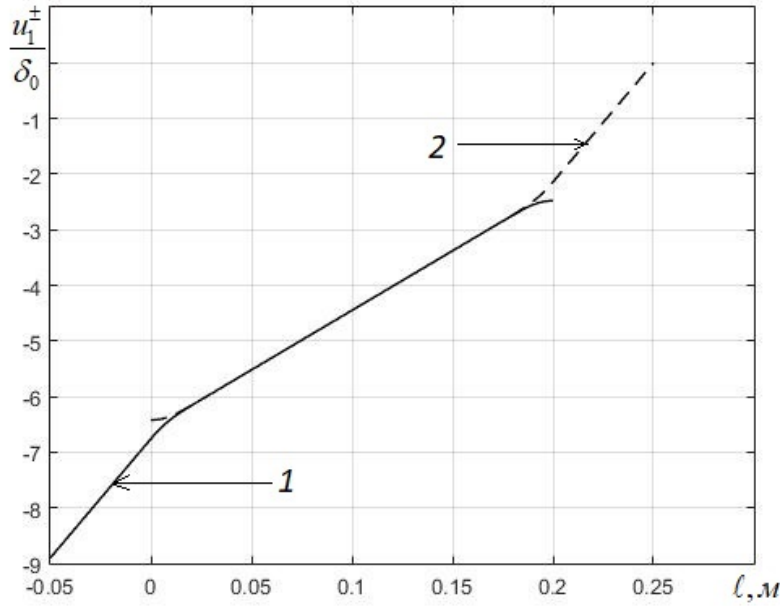


Рис. 2. Распределение поля перемещений.

Связь (45) с учетом выражения (35) и решения (40)-(41) приводит к следующему выражению внешней нагрузки:

$$P = \frac{2\tau_0 m (hD + \delta_0 D_1)}{h\sqrt{(\beta D_1^2 m^2 + 4L^2 m_1^2)}}, \quad (46)$$

где: $m = e^{2k\ell_p} (2L\ell_p - kD\delta_0 h) + e^{k\ell} (2L\ell_p + kD\delta_0 h)$, $m_1 = (e^{2k\ell_p} + e^{k\ell}) (hD + \delta_0 D_1)$.

В качестве материала для расчета рассмотрим композит со следующими характеристиками консолей: $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па, $\nu = 0.3$ и адгезионного слоя: $E_3 = 9 \cdot 10^9$ Па, $\nu_3 = 0.3$, $\tau_0 = 2 \cdot 10^8$ Па. Геометрические характеристики слоистого композита выбираем следующими: $\ell = 0.2$ м, $a = 0.05$ м, $h = 0.05$ м. На Рис. 2-4 построены распределения полей перемещений и напряжений при длине пластической зоны $\ell_p = 0.01$ м и толщине слоя $\delta_0 = 10^{-5}$ м.

График 1 на Рис. 2 определяет перемещение u_1^+ , а график 2 - перемещение u_1^- . Перемещения отнесены к толщине слоя.

График 1 на Рис. 3 определяет напряжение $\sigma_{11}^{(1)}$, а график 2 - напряжение $\sigma_{11}^{(2)}$. Напряжения отнесены к пределу текучести.

График 1 на Рис. 4 определяет напряжение $\bar{\sigma}_{11}$, а график 2 - напряжение $\bar{\sigma}_{12}$. Напряжения отнесены к пределу текучести.

На Рис. 5 и 6 построены зависимости внешней нагрузки от длины пластической зоны на основе соотношения (46). Графики 1, 2, 3 на Рис. 5 соответствуют толщинам слоя 10^{-6} м, 10^{-5} м, 10^{-4} м, а графики 1, 2, 3 на Рис. 6 - толщинам слоя 10^{-8} м, 10^{-7} м, 10^{-6} м.

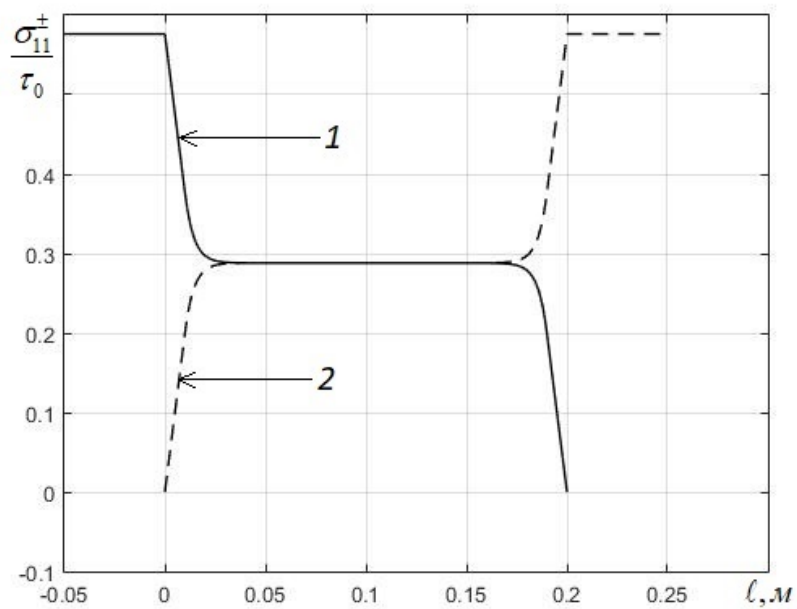


Рис. 3. Распределение поля напряжений в консолях.

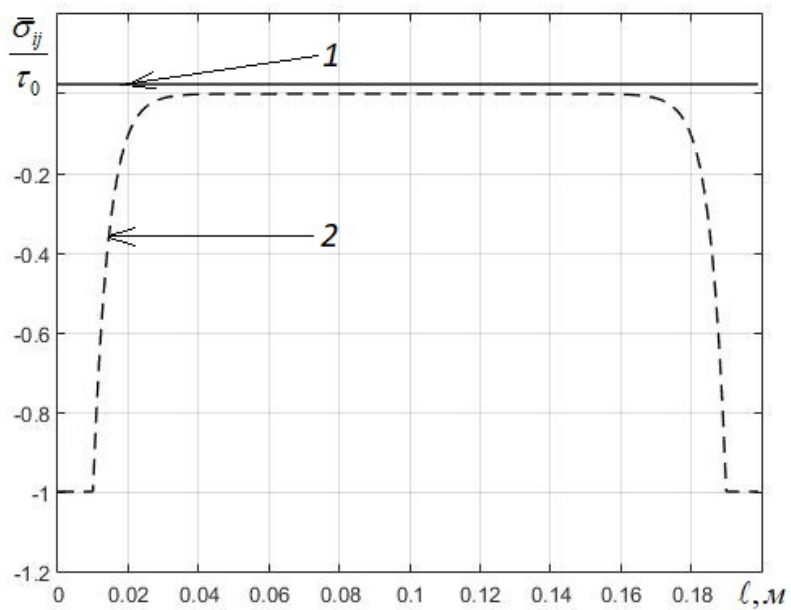


Рис. 4. Распределение поля напряжений в слое.

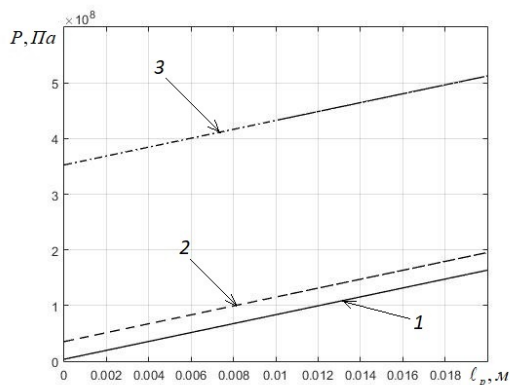


Рис. 5. Зависимость нагрузки от длины пластической зоны

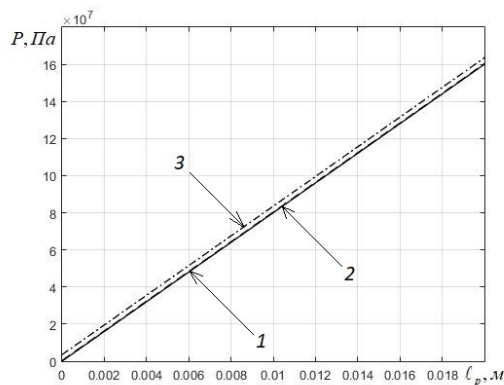


Рис. 6. Зависимость нагрузки от длины пластической зоны

Из сравнения Рис. 5 и 6 видно, что толщина адгезионного слоя имеет определяющее значение в формировании внешней нагрузки при конечности напряженного состояния в слое. Для малых толщин слоя, согласно Рис. 6, длина пластической зоны является основным фактором в формировании значения внешней нагрузки.

Заключение. Предложена модель упругопластического деформирования тонкого адгезионного слоя в слоистом композите. Показано, что учет толщины слоя существенен при расчете внешней нагрузки. Для малых толщин слоя внешняя нагрузка зависит только от длины зоны необратимых деформаций.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Болотин В.В., Новичков Ю.Н. Механика многослойных конструкций. М.: Машиностроение, 1980. 375 с.
- [2] Черепанов Г.П. Механика разрушения композиционных материалов. М.: Наука, 1974. 640 с.
- [3] Allen H.G., Feng Z. Classification of Structural Sandwich Panel Behaviour // Mechanics of Sandwich Structures. Springer, Dordrecht. 1998. pp. 1-12.
- [4] Фроленкова Л.Ю., Шоркин В.С. Поверхностная энергия и энергия адгезии упругих тел // Изв. РАН. МТТ. 2017. №1. С. 76–91.
- [5] Астапов И.С., Астапов Н.С., Корнев В.М. Модель расслоения композита при поперечном сдвиге // Механика композиционных материалов и конструкций. 2015. №2(21). С. 149–161.
- [6] Baldan A. Adhesively-bonded joints in metallic alloys, polymers and composite materials: Mechanical and environmental durability performance // Journal of Materials Science. 2004. V. 39. No 15. pp. 4729–4797.
- [7] Sun C.T., Jih C.J On strain energy release rates for interfacial cracks in bi-material media // Engineering Fracture Mechanics. 1987. № 1(28). pp. 13–20.
- [8] Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластины и оболочки. М.: Физматгиз, 1963. 636 с.
- [9] Fang X., Charalambides P. G. The fracture mechanics of cantilever beams with an embedded sharp crack under end force loading // Engineering Fracture Mechanics. 2015. V. 149. pp. 1-17.
- [10] Mattei O., Bardella L. A structural model for plane sandwich beams including transverse core deformability and arbitrary boundary conditions // Eur. J. Mech. A-Solid. 2016. V. 58. pp. 172-186.
- [11] Андреев В.И., Цыбин Н.Ю., Турусов Р.А. Анализ краевого эффекта касательных напряжений при сдвиге двухконсольной балки // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. № 3(14). С. 180-186.
- [12] Андреев В.И., Цыбин Н.Ю., Турусов Р.А. Определение напряженно-деформированного состояния трехслойной балки с применением контактного слоя // Вестник МГСУ. 2016. № 4. С. 17-26.

- [13] Глаголев В.В., Маркин А.А., Фурсаев А.А. Моделирование процесса разделения композита с адгезионным слоем // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2016. № 2. С. 34–44.
- [14] Глаголев В.В., Маркин А.А., Пашинов С.В. Биметаллическая пластина в однородном температурном поле // Механика композиционных материалов и конструкций. 2017. № 3(23). С. 331–343.
- [15] Glagolev V.V., Markin A.A. Fracture models for solid bodies, based on a linear scale parameter // International Journal of Solids and Structures. 2019. V. 158. P. 141–149.
- [16] Ишлинский А. Ю., Ивлев Д. Д. Математическая теория пластичности. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. 704 с.
- [17] Volkersen O. Die Nietkraftverteilung in zugbeanspruchten Nietverbindungen mit konstanten Laschenquerschnitten. Luftfahrtforschung. 1938. V. 15. P. 41–47.
- [18] Глаголев В.В., Маркин А.А. Об одной постановке задачи упругопластического разделения // Прикладная механика и техническая физика. 2009. №4(50). С. 187–195.

A. A. Abdurakhmanov, V. V. Glagolev, O. V. Inchenko

ELASTOPLASTIC SHEAR ADHESIVE DEFORMATION

Tula State University, Tula, Russia

Abstract. The stress-strain state of a thin adhesive layer in a layered composite under shear loading is studied taking into account possible elastoplastic deformation. On the basis of a simplified statement in a differential form, analytical solutions to the problem are obtained. The dependence of the external critical load on the length of the zone of plastic deformation of the layer material is found.

Keywords: adhesive layer, composite, elastoplastic deformation.

REFERENCES

- [1] Bolotin V.V., Novichkov Yu.N. Mechanics of multilayer structures. M.: Mashinostroyeniye. 1980. 375 p. (in Russian)
- [2] Cherepanov G.P. Fracture Mechanics of Composite Materials. M.: Nauka. 1974. 640 p. (in Russian)
- [3] Allen H.G., Feng Z. Classification of Structural Sandwich Panel Behaviour // Mechanics of Sandwich Structures. Springer, Dordrecht. 1998. pp. 1–12.
- [4] Frolenkova L.Y., Shorkin V.S. Surface energy and adhesion energy of elastic bodies // Mechanics of Solids. 2017. No 1(52). pp. 62–74.
- [5] Astapov I.S., Astapov N.S., Kornev V.M. Lamination model of composite affected by lateral shift // Механика композиционных материалов и конструкций. 2015. No 2(21). pp. 149–161. (in Russian)
- [6] Baldan A. Adhesively-bonded joints in metallic alloys, polymers and composite materials: Mechanical and environmental durability performance // Journal of Materials Science. 2004. V. 39. No 15. pp. 4729–4797.
- [7] Sun C.T., Jih C.J. On strain energy release rates for interfacial cracks in bi-material media // Engineering Fracture Mechanics. 1987. No 1(28). pp. 13–20.
- [8] Timoshenko S.P., Voynovskiy-Kriger S. Plates and shells. M.: Fizmatgiz. 1963. 636 p. (in Russian)

© Abdurakhmanov A. A., Glagolev V. V., Inchenko O. V., 2019
Abdurakhmanov Amir Abduraufovich
 e-mail: dragon.1993@inbox.ru, Postgraduate student, Tula State University, Tula, Russia
Glagolev Vadim Vadimovich
 e-mail: vadim@tsu.tula.ru, Dr. Sci. Phys. & Math., Tula State University, Tula, Russia
Inchenko Oksana Vladimirovna
 e-mail: inchenko_ov@mail.ru, Ph.D. Phys. & Math., Tula State University, Tula, Russia

-
- [9] Fang X., Charalambides P. G. The fracture mechanics of cantilever beams with an embedded sharp crack under end force loading // *Engineering Fracture Mechanics*. 2015. V. 149. pp. 1-17.
- [10] Mattei O., Bardella L. A structural model for plane sandwich beams including transverse core deformability and arbitrary boundary conditions // *Eur. J. Mech. A-Solid*. 2016. V. 58. pp. 172-186.
- [11] Andreyev V.I., Tsybin N.Yu., Turusov R.A. Analysis of the edge effect of shear stresses of a two-console beam affected by shift // *Stroitel'naya mekhanika inzhenernykh konstruksiy i sooruzheniy*. 2018. No 3(14). pp. 180-186. (in Russian)
- [12] Andreyev V.I., Tsybin N.Yu., Turusov R.A. Determination of the stress-strain state of a three-layer beam using a contact layer // *Vestnik MGSU*. 2016. No 4. pp. 17-26. (in Russian)
- [13] Glagolev V.V., Markin A.A., Fursaev A.A. Separation process modeling of composite with adhesive layer // *PNRPU Mechanics Bulletin*. 2016. No 2. pp. 34-44.
- [14] Glagolev V.V., Markin A.A., Pashinov S.V. Bimetal plate in a uniform temperature field // *Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksiy*. 2017. № 3(23). pp. 331-343. (in Russian)
- [15] Glagolev V.V., Markin A.A. Fracture models for solid bodies, based on a linear scale parameter // *International Journal of Solids and Structures*. 2019. V. 158. pp. 141-149.
- [16] Ishlinskiy A. Yu., Ivlev D. D. *Mathematical Theory of Plasticity*. M.: FIZMATLIT. 2001. 704 p. (in Russian)
- [17] Volkersen O. Die Nietkraftverteilung in zugbeanspruchten Nietverbindungen mit konstanten Laschenquerschnitten. *Luftfahrtforschung*. 1938. V. 15. pp. 41-47.
- [18] Glagolev V.V., Markin A.A. One formulation of the problem of elastoplastic separation // *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2009. № 4(50). pp. 701 - 707.