

Н. М. Осипенко

СТРУКТУРА РАЗРУШЕНИЯ ПРИ СОВМЕСТНОМ ДЕЙСТВИИ ДВУХ МЕХАНИЗМОВ ЛОКАЛЬНОГО РАЗРУШЕНИЯ

Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН, г. Москва, Россия

Аннотация. Рассмотрены примеры сценариев хрупкого разрушения, в которых участвуют два механизма локального разрушения – развитие трещин нормального разрыва и компактирование, либо торошение, при сжатии. Работа является продолжением исследований структур разрушения в условиях сжатия [1]. Показано, что в модельной ситуации с цепочкой отверстий в пластине выбор механизма формирования локальных очагов разрушения или их совместного действия зависит от ориентации системы отверстий относительно оси сжатия. Другой пример относится к процессу разрушения ледяного покрова при его сжатии под действием течений и ветровой нагрузки. Рассмотрен вариант разрушения, в котором происходит взаимодействие двух видов разрушения – локализованное в виде трещиноподобного дефекта разрушение при сжатии (торошении) и формирование сопутствующих поперечных разрывов, разбивающих нагружаемый участок ледяного покрова на ряд полос вдоль напряжений сжатия.

Ключевые слова: локальное разрушение, трещина нормального разрыва, сжатие, компактирование, структура разрушения.

DOI: 10.37972/chgpu.2020.44.2.005

УДК: 539.4/621

Введение

Традиционный подход к сценарию разрушения в механике разрушения базируется на отыскании условий, соответствующих иницированию и развитию некоторого фиксированного механизма локального разрушения. Вместе с тем существуют ситуации в которых появляется возможность одновременной или периодической готовности к реализации двух или большего количества локальных механизмов разрушения. К ним относится, например, развитие разрушения в окрестности отверстия или ряда отверстий в пористой среде при сжатии [2]. Показано, что к трещинам нормального разрыва, приуроченным к областям концентрации растяжения у отверстий, добавляются очаги разрушения (компактирования) в областях концентрации сжатия.

Коротко остановимся на специфике последних. В условиях интенсивных сжимающих нагрузок, в высокопористых материалах проявляются специфические формы

© Осипенко Н. М., 2020

Осипенко Николай Михайлович

e-mail: osipnm@mail.ru, кандидат технических наук, старший научный сотрудник, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН, г.Москва, Россия

Поступила 20.03.2020

разрушения, связанные с локализованным уплотнением за счет заполнения порового пространства, либо частичного удаления материала или изменения его фазового или структурного состояний [3]. Иницирование такого вида разрушения может реализоваться в окрестности концентратора напряжений (отверстия). Образующаяся при разрушении вытянутая полость, заполненная уплотненной, но сохраняющей подвижность, средой зарождается в диаметральной плоскости иницирующего отверстия поперек оси сжатия, а ее поперечный размер в развитой концевой части близок к постоянному, и не связан с размером отверстия. Образующиеся вытянутые дефекты геометрически подобны трещине (их продольный размер много больше характерной толщины), а процессы разрушения в их окрестностях сосредоточены в малых концевых областях. Узкие трещиноподобные зоны уплотненного материала, интерпретируемые как трещины сжатия (*anti-mode 1 crack*), наблюдаются и в тектонических структурах сжатия в окрестности вершин разлома (магистрального тектонического сдвига) [4]. Условия предельного равновесия таких дефектов (трещин сжатия) в упругой среде аналогичны условиям равновесия трещин, имеющих начальное раскрытие. Поэтому для анализа разрушения таких объектов (трещин сжатия) может быть привлечен аппарат механики разрушения. Недавние лабораторные исследования показали, что локализация уплотнений является важным механизмом разрушения в пористых горных породах (песчаниках с пористостью от 13 до 28%). Обзор этих работ можно найти, например в [3]. Образование зон уплотнения сопровождается всплесками акустической активности [5]. В рассматриваемом сценарии важно, что локальная реализация одного механизма разрушения создает условия активизации другого механизма у того же отверстия. В модельной ситуации с системой отверстий выбор механизма формирования локальных очагов разрушения зависит от ориентации линейной цепочки отверстий относительно оси сжатия. Форма разрушения в виде сливающихся продольных разрывов доминирует в ряде отверстий, ось которого близка к оси сжатия. Иницирование трещин в этом случае происходит в областях концентрации растяжения. Затем следует устойчивое подрастание и слияние трещин с образованием продольного магистрального разрыва. Картина разрушения совпадает со сценарием развитой ранее модели разрывов, ориентированных вдоль главных сжимающих напряжений в окрестности дефектов под действием напряжений, близких к одноосному сжатию [6]. Трещиноподобные зоны уплотнения становятся ведущими структурообразующими дефектами при увеличении угла наклона цепочки отверстий до $\alpha \geq 45^\circ$. Они распространяются между областями концентрации сжатия у соседних отверстий. Для промежуточных значений угла наклона $\alpha = 15^\circ - 45^\circ$ наблюдается вариант разрушения при совместном участии двух типов локальных механизмов разрушения - к трещинам нормального разрыва, образующим эшелон, приуроченный к областям концентрации растяжения соседних отверстий, добавляются очаги разрушения (компактирования) в областях концентрации сжатия. Такой механизм разрушения формирует специфические структуры разрушения. Их совместное действие при росте трещин разрывов и соединении их с очагами компактирования у соседних отверстий приводит к обособлению фрагментов, ограниченных этими нарушениями. Иницирование разрушения на линии отверстий в гипсовом образце при одноосном сжатии под углом $\alpha = 25^\circ$ показано на Рис.1, Рис.2 где изображены начальная и конечная стадии образования системы отделившихся по линии отверстий. Приведенная

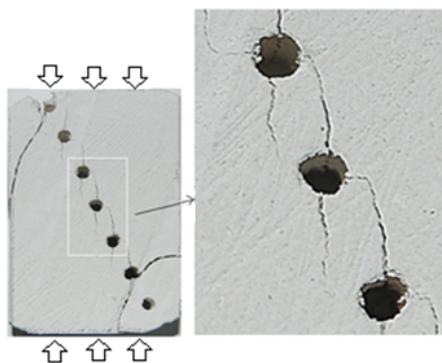


Рис. 1.

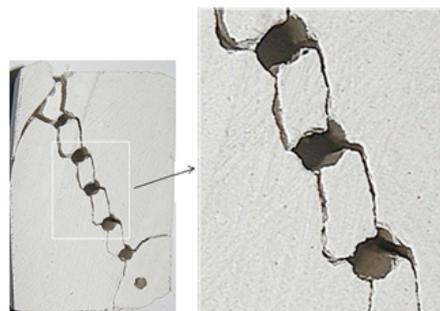


Рис. 2.

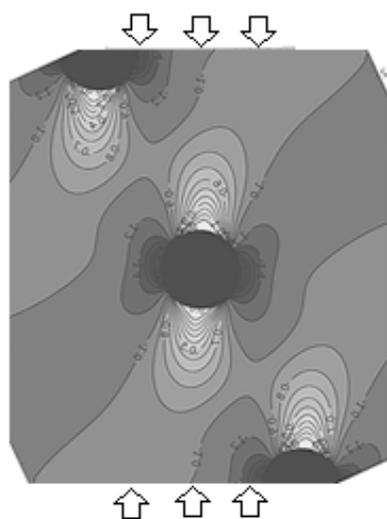


Рис. 3.

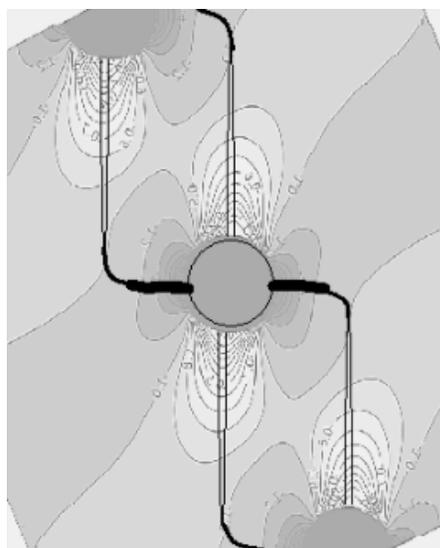


Рис. 4.

на Рис.3 схема изолиний главных напряжений σ_{min} и контур образующихся отдельностей в таком образце Рис.4 показывают связь очагов разрушения с концентрацией напряжений растяжения и сжатия в окрестностях соседних отверстий.

Система малых фрагментов, образующаяся по такому сценарию на линии отверстий, при продолжении деформировании образца формирует «третье тело» - структуру разрушения, активность которой (в данном случае способность к перекачиванию фрагментов) характерна для дальнейшего взаимодействия между оставшимися ненарушенными блоками образца - сдвига по этой линии. Представляется, что описанный сценарий представляет один из механизмов зарождения подвижной структуры области трения в пористой среде.

Другой пример относится к процессу разрушения крупномасштабного участка сплошного ледяного покрова при его сжатии под действием течений и ветровой нагрузки. Наблюдаемая картина частичного разбиения ледяных полей на полосы обычно интерпретируется как следствие разрушения под влиянием волнения. Представляется, что это не единственный возможный механизм развития структур разрушения в

таких условиях. Рассмотрим вариант разрушения, в котором происходит взаимодействие двух видов разрушения – торошения при сжатии и сопутствующих разрывов. Качественная картина разрушения представляется следующей. Исходное состояние системы определяется наличием нарушения, поперечного по отношению к направлению сжатия. Оно может быть связано с развитием «трещины сжатия». При доминировании сжатия в тонком ледяном покрове развиваются системы трещиноподобных структур сжатия – наслоений с перехлестом берегов или торошения, ориентированных по нормали к сжимающим нагрузкам [7]. Предельное равновесие таких элементов макроструктуры ледяного покрова определяется величиной критического коэффициента интенсивности напряжений в концевой области трещин сжатия K_h (условиями разрушения в малой по отношению к размеру дефекта концевой области). В зависимости от свойств льда и толщины ледяного покрова в ней могут реализоваться различные механизмы разрушения от локальной потери устойчивости, что характерно для тонких льдин (толщиной менее 30 см), до пластического локализованного сдвига или хрупкого разрушения при сжатии.

Очаги и полосы наслоений и торосов (трещин сжатия) во время своего развития сопровождаются вторичными разрывами в направлении сжатия (поперек траектории трещины сжатия), образуя сопряженную систему нарушений. Причиной появления вторичных разрывов служит изменение напряженного состояния в окрестности трещин сжатия. Такие вторичные разрывы фиксируются в окрестности структур сжатия - торосов и наслоений [8–10]. Оценки на модельных материалах [7]. показывают, что величина K_h – критического коэффициента интенсивности напряжений сжатия в вершине трещин сжатия – аналога трещиностойкости - на порядок больше трещиностойкости материала - K_{IC} . Поэтому маловероятна обратная картина – появление вторичных трещин сжатия в окрестности магистральных разрывов.

Упомянутая трещина сжатия в ледяном покрове толщиной более 0.3 м в своей концевой области демонстрирует начальную стадию торошения – локальное обламывание кромки льда при изгибе. При этом формируется некоторый характерный поперечный размер трещины сжатия – вытянутой поперек сжатия области разрушения. При малых скоростях движения он определяется радиусом статического изгиба кромки льда на гидравлическом основании.

$$r \simeq \left(\frac{Eh^3}{3\rho g} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (1)$$

Фактически этот размер играет роль поперечного размера условно открытой части трещины сжатия. Распространение разрушения – развитие трещиноподобного дефекта - при поперечном сжатии приводит к смыканию берегов трещины сжатия. Появляется второй характерный размер – полудлина открытой части трещины сжатия (l). Смещение ее берегов в режиме упругого деформирования

$$u \simeq \frac{\pi(1 - \mu^2)\sigma_\infty l}{E} \quad (2)$$

При смыкании берегов трещины с начальным раскрытием γ в упругой плоскости полудлина трещины

$$l \simeq \left(\frac{E^5 h^3}{3\rho g} \right)^{\frac{1}{4}} \frac{1}{\pi(1 - \mu^2)\sigma_\infty} \quad (3)$$

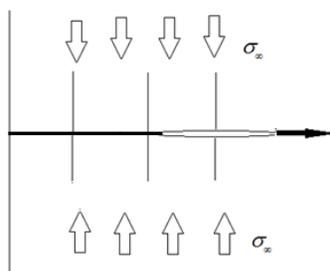


Рис. 5.

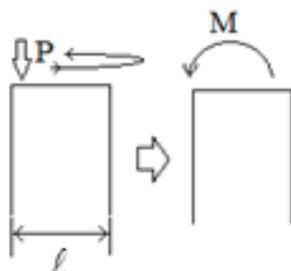


Рис. 6.

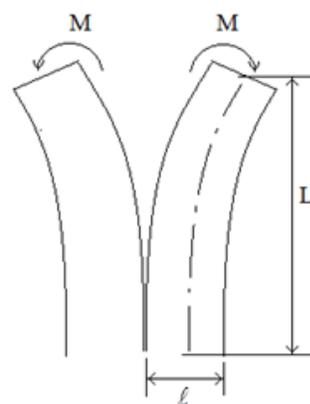


Рис. 7.

Для появления поперечных разрывов в этой области нужно, чтобы было выполнено условие $\sigma_{\infty} = \sigma_t$, где σ_t — прочность при растяжении.

В результате первоначально однородная плавающая пластина льда, пересекаемая трещиной сжатия, получает оперение в виде системы поперечных разрывов. Далее вступает в действие кинематический механизм торошения как реакции ледяного покрова на приложенную нагрузку. Приведем здесь вариант реализации такого механизма для случая нагружения полубесконечной ледяной пластины со свободной боковой поверхностью вдоль оси сжатия.

Последовательное развитие разрывов при продвижении трещины сжатия и разбивает нагружаемый объем льда на ряд полос вдоль направления сжатия (Рис.5). Каждая из полос на линии трещины сжатия контактирует с симметричной полосой по другую сторону трещины сжатия. Этот контакт представляет собой ослабленную зону по отношению к полю внешних напряжений сжатия и является потенциально областью торошения.

Заметим, что в области силового контакта полос сомкнутые берега трещины сжатия могут содержать различного рода неоднородности локального нагружения как вследствие следов локализованных процессов разрушения при прохождении концевой области, так и по причине наличия обломков льда. Это приводит к возможности распространения повторного локализованного разрушения в области контакта при возрастании контактной нагрузки и смыкании берегов трещины сжатия. Поскольку локализованное разрушение в области контакта, как и в концевой зоне трещины сжатия, происходит порциями, последовательно распространяющимися на все контактные неоднородности, процесс в целом идентичен сканированию очагом разрушения линии контакта сопряженных полос, в результате которого поддерживается торошение на торцах балок, сопровождаемое кинематическими смещениями полос под влиянием возникающего при локализованном разрушении изгибающего момента в плоскости ледяного покрова. Поэтому полоса получает импульсы кинематического движения (изгиба) в плоскости ледяного покрова, вынуждающие ее совершать колебания в горизонтальной плоскости с частотой, коррелирующей с частотой движения очага контактного разрушения по фронту контакта торцов балок, в свою очередь зависящей от интенсивности сжатия. Эти кинематические движения расталкивают соседние полосы, чем создают противодействие в поперечном относительно оси сжатия

направлении, что препятствует распространению описываемого сценария разрушения от свободной границы.

В модельном приближении можно представить на каждой из сторон трещины сжатия систему полос в виде ряда балок, нагружаемых этими блуждающими моментами, в результате чего между балками поддерживается развитие разрывов в направлении вдоль внешнего сжатия (Рис.6, Рис.7). Каждая из полос содержит также на своем торце область торошения, в которой продолжается сканирование очагом разрушения фронта контакта. В процессе сканирования нагрузки по фронтам контакта величина и знак момента в каждой эффективной балке меняется. Оценку эффекта с точки зрения влияния на развитие разрушения можно сделать, обращаясь к максимальному моменту, при котором возможно подрастание разрывов, оконтуривающих балки. Условия предельного равновесия разрыва между балками на краю ледяного поля близки к таковым для симметричной пары балок, нагруженных максимальным изгибающим моментом [9].

$$K_I = K_{IC} \quad (4)$$

$$K_I = \frac{2\sqrt{3}M}{l^{\frac{3}{2}}h}, \quad (5)$$

где M изгибающий момент на торце балки, $M_{max} \simeq Pl$. (P - усилие на контакте при обламывании порционного фрагмента кромки льда). Отсюда

$$K_{I_{max}} = \frac{2\sqrt{3}P}{\sqrt{lh}}, \quad (6)$$

Согласно (6), при достижении предельного равновесия разрыв распространяется неограниченно. Ограничение длины разрыва (и продольного размера полосы - балки) при симметричной относительно линии контакта схеме разрушения наступает, когда поворот торца балки вдали от очага контактного разрушения перекрывает открытую часть области контакта (размер $\sim r$). Угол поворота торца упругой балки, нагруженной моментом

$$\theta = \frac{ML}{EI}; \quad I = \frac{hl^3}{12} \quad (7)$$

Для условия смыкания при малых углах поворота

$$l = \frac{r}{\sin \theta} \simeq \frac{r}{\theta} \quad (8)$$

Получим оценку максимальной длины разрыва

$$L \simeq \frac{(Eh)^{2.5}}{12\pi(1 - \mu^2)(3\rho g)^{0.5} P\sigma_\infty} \quad (9)$$

Заметим, что приведенный вариант нагружения локальными усилиями, приводящий к развитию трещин между эффективными балками ледяного покрова, не исчерпывает возможные ситуации. Приведем в качестве альтернативы случай, когда силы P от локальных очагов контактного разрушения, перемещаясь по области контакта, симметрично сходятся к устью трещины между балками. Тогда возникает изгибающий момент противоположной ориентации, создающий при встречном изгибе балок в устье

разлома опоры и растяжение в его концевой части. Энергия изгиба соседних балок по этому сценарию

$$U_{\Sigma} = 2 \int_0^L \frac{M_{\Sigma}^2 dx}{2EI} = \frac{3P^2 L}{2Ehl^3} \quad (10)$$

Удельная энергия развития трещины

$$G = \frac{dU_{\Sigma}}{dA} = \frac{3P^2}{2Eh^2 l} \quad (11)$$

Следовательно

$$K_I = \frac{\sqrt{3}P}{\sqrt{2}lh} \quad (12)$$

Сравнивая (6) и (12), можно видеть, что первый вариант сценария разрушения более благоприятен для развития трещин - разрывов между балками.

Распространению области упорядоченного разрушения от свободной границы, как сказано выше, препятствует деформация эффективных балок между этой границей и рассматриваемыми балками. Учитывая пассивное сопротивление этих промежуточных балок изгибу, можно найти границу распространения процесса. Пренебрегая сопротивлением трения на контурах взаимодействующих балок, примем, что совокупный момент инерции системы балок равен сумме моментов инерции индивидуальных балок

$$I_{\Sigma} \simeq \Sigma I = nI \quad (13)$$

где n – количество балок между трещиной и свободным краем.

Отсюда и из (6) при сохранении условий предельного равновесия получим

$$K_I = \frac{2\sqrt{3}P}{\sqrt{nl}h}; \quad K_I \geq K_{IC} \quad (14)$$

Это соотношение определяет размер области, охваченной преобразованием структуры разрушения – количество балок между свободной границей и трещиной, в которой еще выполняется условие предельного равновесия

$$n = \left(\frac{2\sqrt{3}P}{K_{IC}\sqrt{l}h} \right)^2 \quad (15)$$

Приведем некоторые оценки. Найдем диапазон расстояний между разрывами на исходной трещине сжатия. В рассматриваемом сценарии разрушения эффективная податливость среды ледяного покрова (эффективный модуль упругости) можно оценить, например, по скорости сближения берегов канала, оставляемого ледоколом при движении в сжатых льдах. По данным, приведенным в [11] при сжатии в 2 балла (соответствует сжимающим напряжениям на уровне 20 кПа) сплоченного ледяного покрова $E_{ef} \sim 2 - 6$ МПа. В других источниках [12] даются более высокие значения эффективных характеристик льда. Оценка размера l для приведенных значений эффективного модуля упругости дана на Рис.8.

Для оценки области распространения рассматриваемого сценария разрушения величину P свяжем с усилием пролома ледяного покрова.

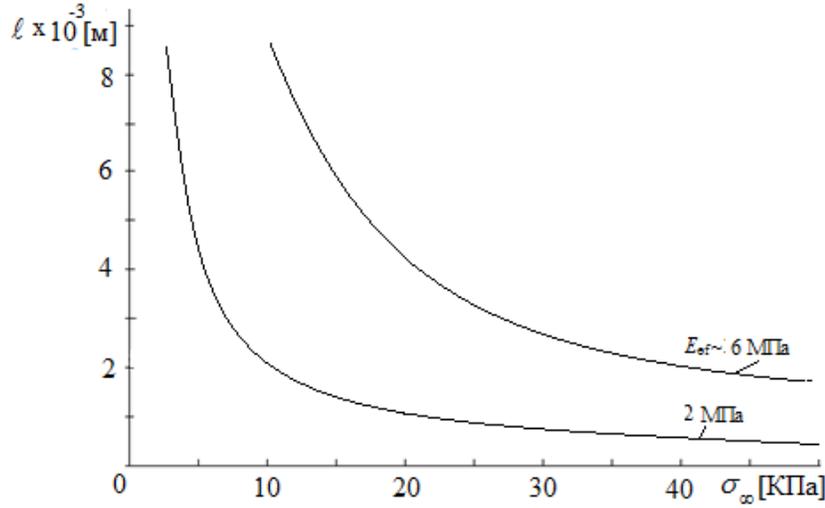


Рис. 8.

Будем придерживаться следующей картины развития локального разрушения на контакте: В области локального контакта образуются сколы меняющие геометрию области контакта и, в частности, меняющие направление локальных сил. [13] Аналогичный механизм, провоцирующий выход кромки плавающего льда из плоскости ледяного покрова, реализуется при локальном разрушении на силовом контакте соседних плавающих пластин льда при сжатии [14].

Это создает возможность взаимного проскальзывания блоков по вновь образованным наклонным поверхностям, чему способствует развитие подвижного слоя раздробленного материала. Тогда появляется механизм отклонения в вертикальной плоскости торцов соседних взаимодействующих льдин при проскальзывании по этим наклонным структурам в среде дробленого льда по мере его сжатия. Подъемная сила в такой системе определяется способностью среды мелкобитого льда передавать касательные нагрузки на торцы взаимодействующих льдин. Условие возможности инициирования наползания может быть представлено как условие достижения касательными силами на торцах плавающих льдин величин, достаточных для их необходимого отклонения по вертикали. Здесь для оценки уровня усилия пролома воспользуемся простым соотношением, полученным при анализе обламывания кромки льда ледоколом [15]

$$P \simeq k\sigma_f h^2; \quad k = 1.64 - 1.7 \quad (16)$$

где σ_f – изгибная прочность ледяного покрова, h – толщина льда. Сопоставляя (15) и (16), для оценки снизу (при активности максимального изгибающего момента на одной балке) получим:

$$n \simeq \frac{c}{l} \left(\frac{\sigma_f h}{K_{IC}} \right)^2; \quad c \simeq 35 \quad (17)$$

В ситуации с участием реально наблюдаемых уровней механических характеристик ледяного покрова при малых напряжениях ледового сжатия (1-2 балла) наиболее вероятно отделение одной или двух полос на краю ледяного покрова ($n \sim 1-2$), более частое деление на полосы требует высокого напряжения сжатия. Кроме того, совпадение по фазе изгибных колебаний балок под действием сканирующих нагрузок на их торцах увеличивает активность действующих в системе балок изгибающих моментов, расширяя тем самым диапазон действия механизма разрушения. Можно также отметить, что произведение (nl), характеризующее поперечный размер области, охваченной данным видом разрушения, в рамках масштабного постоянства механических характеристик зависит только от толщины ледяного покрова.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Гольдштейн Р. В., Осипенко Н. М. Некоторые вопросы механики прочности морского льда // Физ. мезомех. 2014. Т. 17, № 6. С. 59–69.
- [2] Осипенко Н. М., Мокряков В. В. Моделирование упорядоченного разрушения двухмасштабной пористой среды при сжатии // Изв. РАН МТТ. 2020. № 4. С. 115–125.
- [3] Haimson B., Klaetsch A. Compaction bands and the formation of slot-shaped breakouts in St. Peter sandstone // Geological Society London. 2007. Vol. 284, no. 1. P. 89–105.
- [4] Mollema P. N., Antonellini M. A. Compaction bands: A structural analog for anti-mode I cracks in Eolian sandstone // Tectonophysics. 1996. Vol. 267. P. 209–228.
- [5] Acoustic emission and velocities associated with the formation of compaction bands in sandstone / J. Fortn, S. Stanchits, G. Dresen et al. // J.Geophys. 2006. Vol. 111, no. 10. p. 16.
- [6] Гольдштейн Р. В., Осипенко Н. М. Структуры в процессах разрушения // Изв. РАН. МТТ. 1999. № 5. С. 49–71.
- [7] Гольдштейн Р. В., Осипенко Н. М. О локализованном хрупком разрушении тонких тел трещиноподобными дефектами при сжатии со стеснением // Изв. АН СССР. МТТ. 1987. № 5. С. 158–167.
- [8] Goldstein R., Osipenko N., Lepparanta M. Classification of large-scale sea ice structures based on remote sensing imagery // Geoph. 2000. Vol. 36, no. 1-2. P. 95–109.
- [9] Гольдштейн Р. В., Осипенко Н. М. Механика разрушения и проблемы освоения Арктики // Арктика: экология и экономика. 2015. Т. 20, № 4. С. 14–27.
- [10] Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения. Наука, 1974. 640 с.
- [11] Сазонов К. Е. Теоретические основы плавления судов во льдах. СПб: ЦНИИ им. А.Н.Крылова, 2010. 271 с.
- [12] Степанюк И. А., Смирнов В. Н. Методы измерений характеристик динамики ледяного покрова. СПб: Гидрометеоздат, 2001. 136 с.
- [13] Стефанов Ю. П. Прогнозирование нелинейного деформирования гибридных композитных материалов // Вестник Нижегородского ун-ва им.Н.И.Лобачевского. № 4. 2011. 1789–1791 с.
- [14] Гольдштейн Р. В., Осипенко Н. М. О модели разрушения льда при большой площади контакта // Изв. РАН. МТТ. 2011. № 1. С. 137–153.
- [15] Квитковский Р. С. О некоторых аспектах прогнозного ледокола СМП круглогодичного плавания // Морской флот. 2017. № 1. С. 32–36.

N.M.Osipenko

STRUCTURE OF FRACTURE UNDER THE JOINT OPERATION OF TWO MECHANISMS OF LOCAL DESTRUCTION

Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of the RAS, Moscow, Russian Federation

Abstract. Examples of brittle fracture scenarios are considered, in which two mechanisms of local fracture participate - the development of normal fracture cracks and compaction, or hummocking, under compression. The work is a continuation of studies of fracture structures under compression [1]. It is shown that in a model situation with a chain of holes in a plate, the choice of the mechanism of formation of local fracture centers or their joint action depends on the orientation of the system of holes relative to the compression axis. Another example relates to the process of destruction of the ice cover when it is compressed under the influence of currents and wind load. The fracture variant is considered, in which two types of fracture interact: the fracture localized in the form of a crack-like defect during compression (hummocking) and the formation of accompanying transverse ruptures dividing the loaded ice sheet section into a series of bands along the compression stresses.

Keywords: local fracture, normal fracture crack, compression, compaction, fracture structure.

REFERENCES

- [1] Goldshtein R. V., Osipenko N. M. Some questions of mechanics of the strength of sea ice // *Fiz. mesomech.* 2014. Vol. 17, no. 6. P. 59–69.
- [2] Osipenko N. M., Mokryakov V. V. Modeling of ordered fracture of a two-scale porous medium under compression // *Izv. RAS MTT.* 2020. no. 4. P. 115–125.
- [3] Haimson B., Klaetsch A. Compaction bands and the formation of slot-shaped breakouts in St. Peter sandstone // *Geological Society London.* 2007. Vol. 284, no. 1. P. 89–105.
- [4] Mollema P. N., Antonellini M. A. Compaction bands: A structural analog for anti-mode I cracks in Eolian sandstone // *Tectonophysics.* 1996. Vol. 267. P. 209–228.
- [5] Acoustic emission and velocities associated with the formation of compaction bands in sandstone // J. Fortn, S. Stanchits, G. Dresen et al. // *J.Geophys.* 2006. Vol. 111, no. 10. p. 16.
- [6] Goldshtein R. V., Osipenko N. M. Structures in fracture processes // *Izv. RAS. MTT.* 1999. no. 5. P. 49–71.
- [7] Goldshtein R. V., Osipenko N. M. On localized brittle fracture of thin bodies by crack-like defects under compression with constraint // *Izv. USSR Academy of Sciences. MTT.* 1987. no. 5. P. 158–167.
- [8] Goldshtein R. V., Osipenko N. M., Lepparanta M. Classification of large-scale sea ice structures based on remote sensing imagery // *Geoph.* 2000. Vol. 36, no. 1-2. P. 95–109.
- [9] Goldshtein R. V., Osipenko N. M. Mechanics of destruction and problems in the development of the Arctic // *Arctic: Ecology and Economics.* 2015. Vol. 20, no. 4. P. 14–27.
- [10] Cherepanov G. P. *Mechanics of brittle fracture.*
- [11] Sazonov K. E. *Theoretical Foundations of the Navigation of Ships in Ice.* St. Petersburg: Central Research Institute of the name A.N. Krylov, 2010. 271 p.
- [12] Stepanyuk I. A., Smirnov V. N. *Methods of measuring the characteristics of ice cover dynamics.* St. Petersburg: Hydrometeoizdat, 2001. 136 p.
- [13] Stefanov Y. P. The development of inelastic deformation in geomaterials under the conditions of dilatancy and compaction // *Bulletin of the Nizhny Novgorod University named after N.I. Lobachevsky.* No. 4. 2011. 1789–1791 p.
- [14] Goldshtein R. V., Osipenko N. M. On the model of ice destruction with a large contact area // *Izv. RAS. MTT.* 2011. no. 1. P. 137–153.
- [15] Kvitkovsky R. S. About some aspects of the forecasting icebreaker of the NSR year-round navigation // *Morskoy Flot.* 2017. no. 1. P. 32–36.

Osipenko Nikolai Michailovich, Ph.D. Sci. Tech., Senior Research Worker, Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of the RAS, Moscow, Russian Federation.