

М. Н. Перельмутер

ТРЕЩИНА С КОНЦЕВОЙ ОБЛАСТЬЮ – РАСКРЫТИЕ ВНЕ ЗОНЫ СВЯЗЕЙ И НАПРЯЖЕНИЯ НА ГРАНИЦЕ СОЕДИНЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, г. Москва, Россия

Аннотация. Для прямолинейной трещины со связями в концевой области на границе соединения материалов получены выражения для расчета раскрытия трещины вне зоны, занятой связями, и напряжений за вершиной трещины. Рассматривается действие однородных – нормальной и сдвиговой – внешних нагрузок. Размер концевой области трещины не полагается малым по сравнению с длиной трещины. Выполнено сопоставление с результатами, полученными методом граничных элементов.

Ключевые слова: концевая область трещины, соединение материалов, раскрытие трещины, напряжения за вершиной трещины.

DOI: 10.37972/chgpu.2020.44.2.007

УДК: 539.375

Введение. Модели трещины со связями в концевой области можно разделить на два типа по форме представления напряжений в вершине трещины в состоянии предельного равновесия: **1)** суммарный коэффициент интенсивности напряжений (КИН) от действия внешних нагрузок и связей в концевой области полагается равным нулю, следствием чего является ограниченность и непрерывность напряжений в вершине трещины; **2)** суммарный КИН в вершине трещины не равен нулю, т.е. предполагается сингулярное поле напряжений в вершине трещины.

Модели первого типа называют когезионными моделями концевой области трещины [1]. Эти модели применяются для однородных материалов, если процессы продвижения вершины трещины и формирования сил сцепления взаимосвязаны и определяются одним физическим механизмом. Модели второго типа – это модели трещины со связями в концевой области – bridged crack models, см. [2]. Эти модели используются, если процессы деформирования и разрушения в концевой области трещины включают в себя несколько физических механизмов, например, в адгезионных соединениях

© Перельмутер М. Н., 2020

Перельмутер Михаил Натанович

e-mail: perelm@ipmnet.ru, доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, г. Москва, Россия.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 19-00616).

Поступила 27.04.2020

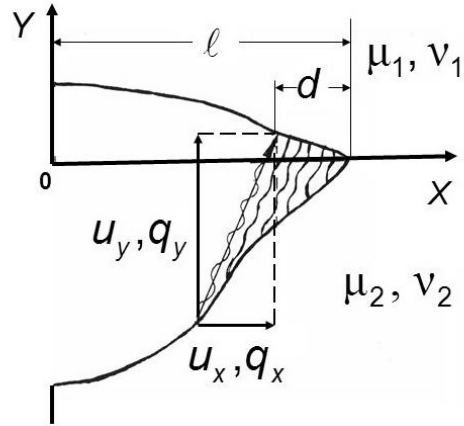


Рис. 1. Модель трещины со связями в концевой области, на границе соединения материалов

или композиционных материалах. Модель трещины со связями в концевой области применяется при оценке трещиностойкости различных видов композиционных материалов [3,4]. Новые направления в применении модели трещины со связями в концевой области возникают при анализе процесса самозалечивания трещин, который может рассматриваться как процесс восстановления связей между поверхностями трещины (формирования концевой области) [5].

Для трещины на границе соединения материалов выделим часть трещины длины d , примыкающую к её вершине (концевую область трещины), в которой поверхности трещины взаимодействуют так, что это взаимодействие сдерживает раскрытие трещины (см. рис. 1, $\mu_{1,2}$ и $\nu_{1,2}$ - модули сдвига и коэффициенты Пуассона материалов подобластей 1 и 2, $u_{x,y}$ и $q_{x,y}$ - компоненты раскрытия трещины и усилий в связях в концевой области трещины). Опишем взаимодействие берегов трещины в рамках механической модели трещины со связями в концевой области, не выделяя конкретных причин взаимодействия. Ввиду различия упругих свойств соединенных материалов в связях между берегами трещины, возникают, даже при одноосном растяжении, усилия $Q(x)$, имеющие нормальную $q_y(x)$ и касательную $q_x(x)$ составляющие:

$$Q(x) = q_y(x) - iq_x(x), \quad i^2 = -1 \quad (1)$$

К берегам трещины приложены нормальные и касательные напряжения, численно равные $q_y(x)$ и $q_x(x)$, соответственно.

Соотношение, связывающее компоненты раскрытия трещины и усилия в связях (закон деформирования связей), представим в форме квазилинейных зависимостей [6, 7]:

$$u_y(x) - iu_x(x) = c_y(x, \sigma)q_y(x) - ic_x(x, \sigma)q_x(x), \quad c_{y,x}(x, \sigma) = \gamma_{1,2}(x, \sigma) \frac{H}{E_b} \quad (2)$$

где $u_{y,x}(x)$ - проекции раскрытия трещины на оси координат OX и OY (рис. 1), функции $c_{y,x}(x, \sigma)$ - эффективные податливости связей, зависящие от положения связи вдоль концевой области и модуля вектора усилий в связях $\sigma(x) = \sqrt{q_x^2 + q_y^2}$,

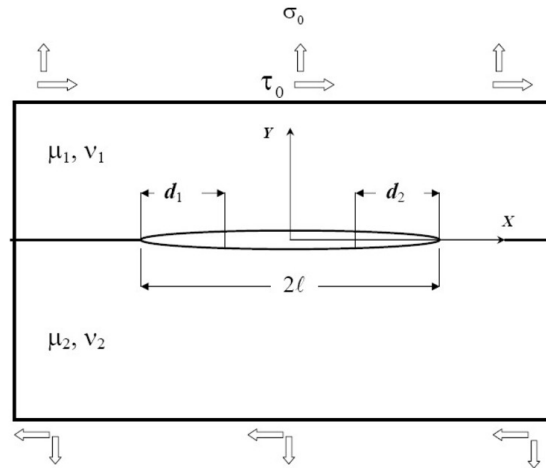


Рис. 2. Прямолинейная трещина со связями в концевой области при действии растягивающих σ_0 и сдвиговых τ_0 нагрузок

H – линейный размер, пропорциональный толщине зоны неоднородности на участке соединения материалов, E_b – эффективный модуль упругости связей, $\gamma_{1,2}(x, \sigma)$ – безразмерные функции.

Рассмотрим прямолинейную трещину длины 2ℓ с концевыми областями d_1 и d_2 (равными при одноосном растяжении), расположенную на границе соединения двух полуплоскостей из различных материалов, при действии внешних однородных нормальной σ_0 и сдвиговой τ_0 нагрузок (рис.2). Усилия в связях $q_{x,y}(x)$ в концевой области трещины подлежат определению из решения задачи при заданных внешних нагрузках и известном законе деформирования связей. Размеры концевых областей $d_{1,2}$ не предполагаются малыми по сравнению с длиной трещины, а усилия в связях зависят как от принятого закона деформирования связей, так и от размера концевой области. Раскрытие в концевой области трещины на границе между двумя разными материалами (см. (2)) $u(x) = u_y(x) - iu_x(x)$ можно, ввиду линейности задачи теории упругости, представить так:

$$u(x) = u_\infty(x) + u_Q(x), \quad u_\infty(x) = u_{\infty y}(x) - iu_{\infty x}(x), \quad u_Q(x) = u_{Qy}(x) - iu_{Qx}(x) \quad (3)$$

где $u_\infty(x)$ – раскрытие трещины от действия напряжений $-\sigma_0$ и $-\tau_0$ на берегах трещины без связей [8], $u_Q(x)$ – раскрытие трещины (сближение берегов трещины), обусловленное усилиями $-q_{y,x}(x)$, возникающими в связях при действии внешних нагрузок, и приложенными на берегах трещины в концевой области, компоненты с индексами x, y в (3) – проекции соответствующих слагаемых раскрытия трещины на оси координат OX и OY , (см. рис. 1).

Выражение (3) является исходным при получении системы сингулярных интегро-дифференциальных уравнений (СИДУ) для определения усилий в связях в концевой области трещины [6, 7]. Дифференцируя выражение (3), имеем

$$\frac{\partial u(x)}{\partial x} - \frac{\partial u_Q(x)}{\partial x} = \frac{\partial u_\infty(x)}{\partial x} \quad (4)$$

В этом уравнении производная раскрытия трещины в концевой области $\partial u(x)/\partial x$ определяется дифференцированием выражения (2), производная раскрытия трещины от действия усилий $q_{x,y}(x)$, приложенных на берегах трещины, $\partial u_Q(x)/\partial x$ может быть получена, исходя из выражения для производных перемещений берегов трещины при действии произвольных нормальных и касательных усилий на берегах трещины, расположенной на границе соединения материалов [6], а производная раскрытия трещины без связей при действии однородных внешних напряжений определяется, исходя из аналитического решения [8]. После подстановки представлений для производных, дифференцирования в уравнении (4) и алгебраических преобразований, можно получить на промежутке $\ell - d \leq x \leq \ell$ нелинейную систему СИДУ для определения усилий в концевой области трещины $q_{x,y}(x)$. Методика формирования и схема численного решения СИДУ приведены в [6, 7]. После решения СИДУ раскрытие трещины в концевой области определяется из выражения (2). Для полного решения задачи необходимо также определение раскрытия трещины вне концевой области трещины и напряжений за вершиной трещины на границе соединения материалов.

Определение раскрытия берегов трещины вне концевой области. Раскрытие берегов трещины вне концевой области ($0 \leq x_0 < \ell - d$)

$$\Delta u(x_0) = \Delta u_y(x_0) - i\Delta u_x(x_0) \quad (5)$$

может быть получено после определения усилий в связях и раскрытия трещины вдоль концевой области интегрированием выражения (4):

$$\Delta u(x_0) = u_\infty(x_0) + \int_{x_0}^{\ell} \frac{\partial u_Q(x)}{\partial x} dx \quad (6)$$

Здесь $u_\infty(x)$ – раскрытие трещины без связей под действием внешних однородных растягивающих (σ_0) и сдвиговых (τ_0) напряжений

$$u_{\infty y}(x) - iu_{\infty x}(x) = \frac{A}{4\text{ch}(\pi\beta)} \sqrt{\ell^2 - x^2} \left(\frac{\ell - x}{\ell + x} \right)^{-i\beta} (\sigma_0 - i\tau_0), \quad (7)$$

$$A = \frac{\kappa_1 + 1}{\mu_1} + \frac{\kappa_2 + 1}{\mu_2}, \quad \beta = \frac{1}{2\pi} \ln \left(\frac{\mu_2 \kappa_1 + \mu_1}{\mu_1 \kappa_2 + \mu_2} \right), \quad (8)$$

где β – биупругая постоянная, определяющая степень различия механических свойств материалов подобластей, $\kappa_{1,2} = 3 - 4\nu_{1,2}$ или $\kappa_{1,2} = (3 - \nu_{1,2})/(1 + \nu_{1,2})$ для плоской деформации или плоского напряженного состояния, соответственно.

Производная раскрытия трещины ($x > 0$) при наличии связей в концевой области трещины, определяется выражением [6, 7]

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_Q(x)}{\partial x} = & \frac{A(1 - \alpha)}{4(1 + \alpha)} (q_x(x) + iq_y(x)) - \\ & - \frac{A}{2\pi\sqrt{\ell^2 - x^2}} \left(\frac{\ell - x}{\ell + s} \right)^{-i\beta} \int_{\ell-d}^{\ell} \frac{\sqrt{\ell^2 - \xi^2}}{\xi^2 - x^2} (R_1(x, \xi) - iR_2(x, \xi)) d\xi \quad (9) \end{aligned}$$

Здесь $R_1(s, t) = xp_y(t)$; $R_2(s, t) = \xi p_x(t)$ – при растяжении, $R_1(s, t) = \xi p_y(t)$; $R_2(s, t) = xp_x(t)$ – при сдвиге, а амплитуды усилий в связях $p_{y,x}$ определяются как

$$p_y(x) - ip_x(x) = (q_y(x) - iq_x(x)) \left(\frac{\ell - x}{\ell + x} \right)^{i\beta} \quad (10)$$

Запишем выражения (6) для компонент раскрытия трещины вне зоны связей для случая растягивающей нагрузки σ_0 с учетом соотношений (9) и (10). После разделения действительный и мнимых частей выражений, получаем

$$\Delta u_y(x_0) = u_{y\infty}(x_0) + \frac{A(1-\alpha)}{4(1+\alpha)} \int_{d-\ell}^{\ell} q_x(x) dx - \frac{A}{2\pi} \int_{x_0}^{\ell} \frac{F_1(x)}{\sqrt{\ell^2 - x^2}} dx \quad (11)$$

$$\Delta u_x(x_0) = u_{x\infty}(x_0) - \frac{A(1-\alpha)}{4(1+\alpha)} \int_{d-\ell}^{\ell} q_y(x) dx - \frac{A}{2\pi} \int_{x_0}^{\ell} \frac{F_2(x)}{\sqrt{\ell^2 - x^2}} dx \quad (12)$$

Здесь $u_{y\infty}, u_{x\infty}$ – компоненты раскрытия трещины без связей при действии растягивающей нагрузки σ_0 (см. (7))

$$u_{\infty y}(x) - iu_{\infty x}(x) = \frac{A\sigma_0}{4\text{ch}(\pi\beta)} \sqrt{\ell^2 - x_0^2} (\cos \phi(x_0) - i \sin \phi(x_0)), \quad \phi(x_0) = \beta \ln \frac{\ell - x_0}{\ell + x_0} \quad (13)$$

Функции $F_{1,2}(x)$ имеют вид

$$F_1(x) = x \cos \phi(x) I_1(x) - \sin \phi(x) I_2(x), \quad F_2(x) = x \sin \phi(x) I_1(x) + \cos \phi(x) I_2(x), \quad (14)$$

где $I_{1,2}(x)$ определяется так

$$I_1(x) = \int_{\ell-d}^{\ell} \frac{\sqrt{\ell^2 - \xi^2}}{\xi^2 - x^2} p_y(\xi) d\xi, \quad I_2(x) = \int_{\ell-d}^{\ell} \frac{\xi \sqrt{\ell^2 - \xi^2}}{\xi^2 - x^2} p_x(\xi) d\xi \quad (15)$$

При действии сдвиговых нагрузок τ_0 структура формул (11)-(12) не изменяется. Компоненты раскрытия трещины без связей при действии сдвиговой нагрузки (см. (7)) имеют вид

$$u_{\infty y}(x) - iu_{\infty x}(x) = -\frac{A\tau_0}{4\text{ch}(\pi\beta)} \sqrt{\ell^2 - x_0^2} (\sin \phi(x_0) + i \cos \phi(x_0)) \quad (16)$$

Функции $F_{1,2}(x)$ и $I_{1,2}(x)$ для случая сдвиговой нагрузки, с учетом выражений (9) и (10), принимают вид

$$F_1(x) = \cos \phi(x) I_1(x) - x \sin \phi(x) I_2(x), \quad F_2(x) = \sin \phi(x) I_1(x) + x \cos \phi(x) I_2(x) \quad (17)$$

$$I_1(x) = \int_{\ell-d}^{\ell} \frac{\xi \sqrt{\ell^2 - \xi^2}}{\xi^2 - x^2} p_y(\xi) d\xi, \quad I_2(x) = \int_{\ell-d}^{\ell} \frac{\sqrt{\ell^2 - \xi^2}}{\xi^2 - x^2} p_x(\xi) d\xi \quad (18)$$

При совместном действии растягивающей и сдвиговой внешних нагрузок итоговые перемещения определяются суммированием.

Вычисление напряжений на границе соединения материалов. В модели трещины со связями в концевой области напряжения на границе соединения материалов σ_{yy}, σ_{xy} на продолжении трещины ($|x| > \ell$) при действии внешних нагрузок σ_0, τ_0 определяются выражением [6, 7]

$$\sigma_{yy}(x) + i\sigma_{xy}(x) = (\sigma_{yy}^{ext}(x) + \sigma_{yy}^{int}(x)) + i(\sigma_{xy}^{ext}(x) + \sigma_{xy}^{int}(x)) \quad (19)$$

Здесь $\sigma_{yy}^{ext}(x)$, $\sigma_{xy}^{ext}(x)$ - напряжения на продолжении трещины от действия внешних нагрузок σ_0 , τ_0 , приложенных на удаленной границе [9]

$$\sigma_{yy}^{ext}(x) + i\sigma_{xy}^{ext}(x) = (\sigma_0 + i\tau_0) \frac{(x + 2\ell\beta i)}{\sqrt{x^2 - \ell^2}} \left(\frac{x - \ell}{x + \ell}\right)^{i\beta}, \quad x > \ell, \quad (20)$$

$\sigma_{yy}^{int}(x)$, $\sigma_{xy}^{int}(x)$ - напряжения на продолжении трещины от действия нагрузок $q_{y,x}(x)$ на берегах трещины (усилий в связях), которые определяются выражением (см. [9], формула (6.24)), $x > \ell$

$$\sigma_{yy}^{int}(x) + i\sigma_{xy}^{int}(x) = \frac{ch(\pi\beta)}{\pi\sqrt{x^2 - \ell^2}} \left(\frac{x - \ell}{x + \ell}\right)^{i\beta} \int_{-\ell}^{\ell} \frac{\sqrt{\ell^2 - \xi^2}}{\xi - x} \left(\frac{\ell + \xi}{\ell - \xi}\right)^{i\beta} (q_y(\xi) + iq_x(\xi)) d\xi \quad (21)$$

Преобразуем выражение (21) с учетом соотношения (10) и свойств функций $q_{x,y}(x)$ и $p_{x,y}(x)$. Выражение (10) с заменой $i \rightarrow -i$ подставим в (21)

$$\sigma_{yy}^{int}(x) + i\sigma_{xy}^{int}(x) = \frac{ch(\pi\beta)}{\pi\sqrt{x^2 - \ell^2}} \left(\frac{x - \ell}{x + \ell}\right)^{i\beta} \int_{-\ell}^{\ell} \frac{\sqrt{\ell^2 - \xi^2}}{\xi - x} (p_y(\xi) + ip_x(\xi)) d\xi \quad (22)$$

Рассмотрим растягивающие нагрузки. Преобразуем интеграл в (22) с учетом того, что $q_x = q_y = 0$ при $|x| < \ell - d$

$$H(x) = \int_{-\ell}^{+\ell} \frac{\sqrt{\ell^2 - \xi^2}}{\xi - x} (p_y(\xi) + ip_x(\xi)) d\xi = H_1(x) + H_2(x) \quad (23)$$

где

$$H_1(x) = \int_{-\ell}^{-\ell+d} \frac{\sqrt{\ell^2 - \xi^2}}{\xi - x} (p_y(\xi) + ip_x(\xi)) d\xi; \quad H_2(x) = \int_{\ell-d}^{\ell} \frac{\sqrt{\ell^2 - \xi^2}}{\xi - x} (p_y(\xi) + ip_x(\xi)) d\xi$$

Интеграл $H_1(x)$ преобразуем, меняя местами пределы интегрирования, выполнив замену переменной $\xi \rightarrow -\xi$, а также учитывая, что при растяжении $p_x(-\xi) = -p_x(\xi)$ [7]

$$H_1(x) = - \int_{-\ell+d}^{-\ell} \frac{\sqrt{\ell^2 - \xi^2}}{\xi - x} (p_y(\xi) + ip_x(\xi)) d\xi = - \int_{\ell-d}^{\ell} \frac{\sqrt{\ell^2 - \xi^2}}{\xi - x} (p_y(\xi) - ip_x(\xi)) d\xi \quad (24)$$

Получаем

$$H(x) = \int_{\ell-d}^{\ell} \left(\frac{\sqrt{\ell^2 - \xi^2}}{\xi - x} - \frac{\sqrt{\ell^2 - \xi^2}}{\xi + x} \right) p_y(\xi) d\xi + i \int_{\ell-d}^{\ell} \left(\frac{\sqrt{\ell^2 - \xi^2}}{\xi - x} + \frac{\sqrt{\ell^2 - \xi^2}}{\xi + x} \right) p_x(\xi) d\xi \quad (25)$$

В итоге имеем

$$H(x) = H_y^{\sigma_0}(x) + iH_x^{\sigma_0}(x) = \int_{\ell-d}^{\ell} \frac{2x\sqrt{\ell^2 - \xi^2}}{\xi^2 - x^2} p_y(\xi) d\xi + i \int_{\ell-d}^{\ell} \frac{2\xi\sqrt{\ell^2 - \xi^2}}{\xi^2 - x^2} p_x(\xi) d\xi \quad (26)$$

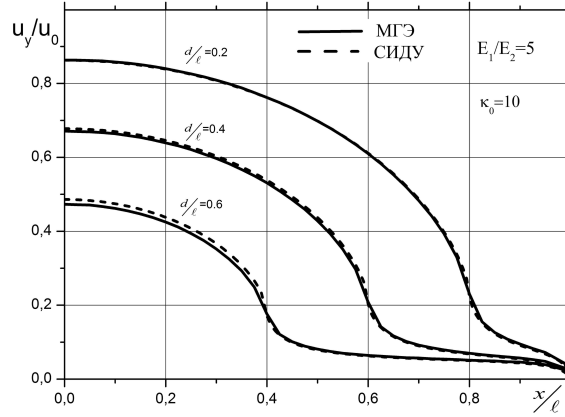


Рис. 3. Нормальная составляющая раскрытия трещины, κ_0 -относительная жесткость связей

В случае сдвиговых нагрузок τ_0 аналогичные преобразования дают

$$H(x) = H_y^{\tau_0}(x) + iH_x^{\tau_0}(x) = \int_{\ell-d}^{\ell} \frac{2\xi\sqrt{\ell^2 - \xi^2}}{\xi^2 - x^2} p_y(\xi) d\xi + i \int_{\ell-d}^{\ell} \frac{2x\sqrt{\ell^2 - \xi^2}}{\xi^2 - x^2} p_x(\xi) d\xi \quad (27)$$

Интегралы в соотношениях (26)-(27) не являются сингулярными, т.к. $x > \ell$.

Запишем итоговые выражения для напряжений на продолжении трещины (см.(19)) при наличии связей в концевой области трещины, $x > \ell$

А) Растяжение: ($\phi(x) = \beta \ln \frac{x-\ell}{x+\ell}$)

$$\sigma_{xy}(x) = \frac{\sigma_0}{\sqrt{x^2 - \ell^2}} \left\{ x \sin \phi(x) + 2\beta\ell \cos \phi(x) + \frac{ch(\pi\beta)}{\pi\sigma_0} [\sin \phi(x) H_y^{\sigma_0}(x) + \cos \phi(x) H_x^{\sigma_0}(x)] \right\} \quad (28)$$

$$\sigma_{yy}(x) = \frac{\sigma_0}{\sqrt{x^2 - \ell^2}} \left\{ x \cos \phi(x) - 2\beta\ell \sin \phi(x) + \frac{ch(\pi\beta)}{\pi\sigma_0} [\cos \phi(x) H_y^{\sigma_0}(x) - \sin \phi(x) H_x^{\sigma_0}(x)] \right\} \quad (29)$$

В) Сдвиг: ($\phi(x) = \beta \ln \frac{x-\ell}{x+\ell}$)

$$\sigma_{xy}(x) = \frac{\tau_0}{\sqrt{x^2 - \ell^2}} \left\{ x \cos \phi(x) - 2\beta\ell \sin \phi(x) + \frac{ch(\pi\beta)}{\pi\tau_0} [\sin \phi(x) H_y^{\tau_0}(x) + \cos \phi(x) H_x^{\tau_0}(x)] \right\} \quad (30)$$

$$\sigma_{yy}(x) = \frac{\tau_0}{\sqrt{x^2 - \ell^2}} \left\{ -x \sin \phi(x) - 2\beta\ell \cos \phi(x) + \frac{ch(\pi\beta)}{\pi\tau_0} [\cos \phi(x) H_y^{\tau_0}(x) - \sin \phi(x) H_x^{\tau_0}(x)] \right\} \quad (31)$$

Приведенные выше выражения для напряжений за вершиной трещины на границе соединения материалов справедливы при $x > \ell$. Выражения для вычисления напряжений при $x < -\ell$ могут быть получены при изменении знака биупругой постоянной ($\beta \rightarrow -\beta$) в выражениях (28)-(31).

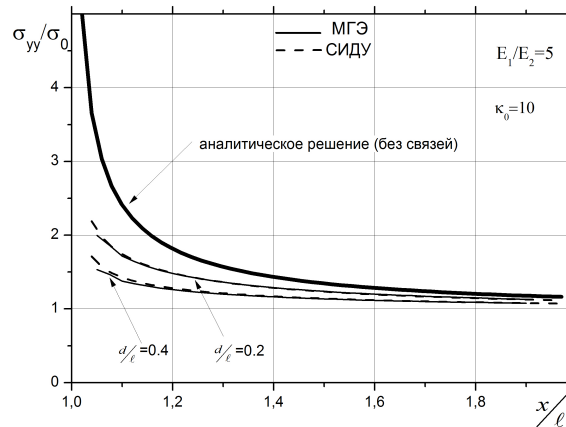


Рис. 4. Нормальные напряжения на границе соединения материалов за вершиной трещины

На рис. 3 и рис. 4 показаны нормальная составляющая раскрытия трещины и нормальные напряжения на границе соединения материалов (отношение модулей упругости материалов $E_1/E_2 = 5$) за вершиной трещины, полученные на основе соотношений, приведённых в данной работе, а также численно (методом граничных элементов [10]) для различных размеров концевой области трещины. Раскрытие трещины нормировано величиной раскрытия в центре аналогичной трещины без связей u_0 . Результаты расчетов обоими методами практически совпадают.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Баренблатт Г. И. О равновесных трещинах, образующихся при хрупком разрушении. Общие представления и гипотезы. Осесимметричные трещины // Прикладная математика и механика. 1959. Т. 23, № 3. С. 434–444.
- [2] Cox В. N., Marshall D. B. Concepts for bridged cracks in fracture and fatigue // Acta Metallurgica et Materialia. 1994. Vol. 42, no. 2. P. 341 – 363.
- [3] Гольдштейн Р. В., Перельмутер М. Н. Моделирование трещиностойкости композиционных материалов // Вычислительная механика сплошных сред. 2009. Т. 2, № 2. С. 22–39.
- [4] Shao Y., Zhao H. P., Gao H. Discontinuous crack-bridging model for fracture toughness analysis of nacre // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 2012. Vol. 60, no. 8. P. 1400–1419.
- [5] Перельмутер М. Н. Моделирование кинетики самозалечивания трещин // Физическая мезомеханика. 2019. Т. 22, № 4. С. 47–55.
- [6] Goldstein R., Perelmuter M. Modeling of Bonding at an Interface Crack // International Journal of Fracture. 1999. Vol. 99, no. 1-2. P. 53–79.
- [7] Гольдштейн Р. В., Перельмутер М. Н. Трещина на границе соединения материалов со связями между берегами // Изв. РАН. МГТ. 2001. № 1. С. 94–112.
- [8] Rice J. R., Sih G. C. Plane Problems of Cracks in Dissimilar Media // Journal of Applied Mechanics. 1965. Vol. 32, no. 2. P. 418–423.
- [9] Слепян Л. И. Механика трещин. Л.: Судостроение, 1981. с. 295.
- [10] Perelmuter M. Boundary element analysis of structures with bridged interfacial cracks // Computational Mechanics. 2013. Vol. 51, no. 4. P. 523–534.

M. N. Perelmuter

BRIDGED CRACK – OPENING OUTSIDE OF THE BRIDGED ZONE AND STRESSES AT THE MATERIAL INTERFACE

Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, Russia

Abstract. For a straight interfacial crack with bridged zone the expressions for calculating the opening of the crack outside of the bridged zone and stresses ahead of the crack tip are obtained. The action of uniform normal and shear external loads is considered. The size of the crack bridged zone is not considered small compared with the length of the whole crack. A comparison with the results obtained by the boundary element method is presented.

Keywords: crack bridged zone, interface crack opening, stresses ahead of the crack tips.

REFERENCES

- [1] Barenblatt G. The formation of equilibrium cracks during brittle fracture. General ideas and hypotheses. Axially-symmetric cracks // *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 1959. Vol. 23, no. 3. P. 622 – 636.
- [2] Cox B. N., Marshall D. B. Concepts for bridged cracks in fracture and fatigue // *Acta Metallurgica et Materialia*. 1994. Vol. 42, no. 2. P. 341 – 363.
- [3] Goldstein R. V., Perelmuter M. N. Modeling of fracture toughness of composite materials // *Computational Continuum Mechanics (in Russian)*. 2009. Vol. 2(2). P. 22–39.
- [4] Shao Y., Zhao H. P., Gao H. Discontinuous crack-bridging model for fracture toughness analysis of nacre // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2012. Vol. 60, no. 8. P. 1400–1419.
- [5] Perelmuter M. N. Modelling of self-healing kinetics of cracks // *Physical mesomechanics*. 2019. Vol. 22, no. 4. P. 47–55.
- [6] Goldstein R., Perelmuter M. Modeling of bonding at an interface crack // *International Journal of Fracture*. 1999. Vol. 99, no. 1-2. P. 53–79.
- [7] Goldstein R. V., Perelmuter M. N. An interface crack with bonds between the surfaces // *Mechanics of solids*. 2001. no. 1. P. 94–112.
- [8] Rice J. R., Sih G. C. Plane Problems of Cracks in Dissimilar Media // *Journal of Applied Mechanics*. 1965. Vol. 32, no. 2. P. 418–423.
- [9] Slepyan L. I. *Mechanics of cracks*. L.: Sudostroenie, 1981.
- [10] Perelmuter M. Boundary element analysis of structures with bridged interfacial cracks // *Computational Mechanics*. 2013. Vol. 51, no. 4. P. 523–534.

Perelmuter Mikhail Natanovich, Dr. Sci. Phys. & Math., Leading Researcher, Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, Russia.