И. Г. Горячева, Е. В. Торская

## МОДЕЛИРОВАНИЕ НАКОПЛЕНИЯ КОНТАКТНО-УСТАЛОСТНЫХ ПОВРЕЖДЕНИЙ ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ ИЗНАШИВАЕМЫХ ДЕФОРМИРУЕМЫХ ТЕЛ С ОСТАТОЧНЫМИ НАПРЯЖЕНИЯМИ

Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН, г. Москва, Россия

**Аннотация.** Рассматривается влияние остаточных напряжений, формирующихся при различных видах поверхностной обработки элементов пар трения, на скорость накопления контактно-усталостных повреждений, возникающих при циклическом нагружении поверхностей взаимодействующих тел в условиях трения качения при наличии поверхностного изнашивания. Исследовано влияние относительного проскальзывания, коэффициента трения скольжения, величины остаточных напряжений на распределение амплитудных значений максимальных касательных напряжений. Полученные результаты использованы для анализа влияния поля остаточных напряжений и скорости поверхностного изнашивания на процесс накопления контактно-усталостных повреждений.

**Ключевые слова**: контактная задача, качение, износ, напряженное состояние, контактноусталостные повреждения.

DOI: 10.37972/chgpu.2020.44.2.008

УДК: 539.3

Одним из распространенных видов разрушения в условиях циклического контактного взаимодействия является контактно-усталостное, проявлениями которого являются образование выщербин (например, в системе колесо-рельс), отслаивание покрытий, усталостное изнашивание, возникающее при фрикционном контакте шероховатых поверхностей.

Поступила 01.04.2020

<sup>©</sup> Горячева И.Г., Торская Е.В., 2020

Горячева Ирина Георгиевна

e-mail: goryache@ipmnet.ru, академик РАН, зав. лабораторией трибологии, Институт проблем механики им. А.Ю.Ишлинского РАН, г. Москва, Россия.

Торская Елена Владимировна

e-mail: torskaya@mail.ru, д.ф.-м.н., профессор РАН, ведущий научный сотрудник, Институт проблем механики им. А.Ю.Ишлинского РАН, г. Москва, Россия.

Работа выполнена по теме государственного задания (№ госрегистрации AAAA-A20-120011690132-4), а также при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 20-01-00400).

Общий подход к моделированию контактно-усталостного разрушения шероховатых тел изложен в [1]. Этот подход основан на построении функции поврежденности поверхностных слоев материалов, зависящей от значений напряжений в каждой точке. Процесс накопления контактно-усталостной поврежденности на макроуровне может заканчиваться удалением материала в количествах, не позволяющих в дальнейшем полноценно использовать деталь с дефектной поверхностью. На микроуровне накопление контактно-усталостной поврежденности приводит к усталостному изнашиванию — массовому отделению частиц малого размера. Характерной особенностью усталостного разрушения поверхностей является то обстоятельство, что после единичного акта разрушения, произошедшего в некоторый момент времени, оставшаяся часть материала, характеризующаяся известной функцией распределения повреждений, вновь вступает в контакт, т.е. материал несет в себе следы истории процесса.

Процесс изнашивания может иметь различную природу: помимо усталостной, это абразивный, адгезионный износ и т.п. Сочетание двух типов разрушения — поверхностного изнашивания, имеющего природу, отличную от усталостной, и выкрашивание материала по контактно-усталостному механизму имеет место, например, в системе колесо-рельс. Было показано [2,3], что равномерное изнашивание приводит к замедлению процесса накопления поврежденности в подповерхностных слоях. Современные исследования затрагивают проблемы сочетания адгезионного и усталостного механизмов изнашивания [4], а также влияния твердости на скорость износа и накопления поврежденности [5].

Последняя работа является экспериментальной и затрагивает вопрос об упрочнении поверхностных слоев материала для повышения их сопротивления абразивному изнашиванию. Во многих случаях при такой обработке формируется поле остаточных напряжений, на которое наклалывается напряжённое состояние, возникающее при их циклическом деформировании в условиях фрикционного взаимодействия. Влияние остаточных напряжений на появление усталостных трещин при одноосном циклическом нагружении достаточно хорошо изучено. В частности, в монографии [6] и ряде других исследований показано, что наличие сжимающих остаточных напряжений препятствует распространению усталостных трещин, а растягивающие напряжения ускоряют разрушение. Работ, посвящённых изучению образования контактно-усталостных повреждений при наличии остаточных напряжений, немного, и они содержат, в основном, экспериментальный материал. Так, исследования, проведённые в [7], показывают, что остаточные напряжения в поверхностных слоях материала железнодорожного колеса существенно меняются при значительном фрикционном разогреве в условиях торможения. В результате провелённых испытаний полшипниковой стали на контактную усталость, сопровождающихся пластической деформацией, установлено [8], что вблизи поверхности изначально сжимающие остаточные напряжения переходят в растягивающие. Изучение влияния свойств материалов железнодорожных рельсов и особенностей их поверхностной обработки на возникающие распределения остаточных напряжений проведено в [9].

Вопрос о влиянии остаточных напряжений на время работы трибосопряжения в условиях многоциклового упругого нагружения до момента зарождения усталостной трещины исследован в работе [10]. Возможность варьирования поля остаточных напряжений за счёт выбора соответствующих технологий обработки поверхностных слоёв материалов является инструментом для увеличения долговечности узлов трения, разрушающихся по контактно-усталостному механизму, а также в результате абразивного изнашивания.

В данной работе исследуется совместное влияние поля остаточных напряжений и абразивного поверхностного изнашивания на процесс накопления контактно-усталостных повреждений при циклическом фрикционном взаимодействии.

Метод моделирования контактной усталости при циклическом фрикционном нагружении. Для моделирования процесса накопления контактно-усталостных повреждений в материале, подвергнутом циклическому нагружению, необходимо провести выбор функции, связывающей скорость накопления поврежденности с напряженным состоянием поверхностных слоев материала.

Существуют разные физические подходы к моделированию поврежденности, в которых скорость накопления поврежденности рассматривается как функция напряжений в данной точке, температуры и других параметров в зависимости от механизма разрушения, вида материала и других факторов. При построении модели контактноусталостного разрушения поверхности используется макроскопический подход, который состоит в построении положительной неубывающей во времени функции Q(M,t), характеризующей меру повреждения материала в точке M(x, y, z) и зависящей от значений напряжений в данной точке. Для исследования накопления контактно-усталостных повреждений часто используется модель линейного суммирования повреждений (в каждый момент времени приращение поврежденности не зависит от величины накопленной поврежденности). Разрушение наступает в момент времени  $t^*$ , когда функция поврежденности достигнет заданного порогового значения.

В данном исследовании считалось, что скорость  $\partial Q(x, y, z, t)/\partial t$  накопления усталостных повреждений связана со значением напряжений, соответствующих выбранному критерию разрушения для изучаемого материала, степенной зависимостью вида

$$q(x, y, z, t) = \frac{\partial Q(x, y, z, t)}{\partial t} = c(\sigma(x, y, z, t))^m, \tag{1}$$

где c и m — некоторые постоянные, определяемые экспериментально. В качестве критериальных напряжений для упругих материалов рассматривалась разница  $\Delta \tau_1(x, y, z, t)$  между максимальным и минимальным значениями максимальных касательных напряжений в точке (x, y, z) за один цикл нагружения; в случае эластомерных материалов — амплитудные значения приведенных напряжений. Разрушение наступает тогда, когда поврежденность в некоторой точке достигает критической величины. В нормированной системе отсчета это условие можно записать в виде

$$Q(x, y, z, L) = 1, (2)$$

где *L* — количество циклов до разрушения.

Таким образом, для расчета функции поврежденности необходимо определить поле внутренних напряжений, которое зависит от характера взаимодействия контактирующих тел.

Постановка задачи и метод расчёта контактных и внутренних напряжений. Рассмотрим задачу о качении с постоянной линейной скоростью V, направленной по оси x, и угловой скоростью  $\omega$  бесконечного упругого цилиндра по упругому основанию из того же материала под действием нормальной к поверхности силы Pи тягового момента M (рис. 1). Контактирующая поверхность цилиндра описывается



Рис. 1. Схема контакта

функцией  $f(x) = -x^2/(2R)$ , где R — радиус цилиндра. Эта задача может исследоваться в плоской квазистатической постановке (в сечении xOz плоскостью, перпендикулярной оси цилиндра). В основании действуют растягивающие или сжимающие остаточные напряжения  $\sigma_x^{res}(x, z)$ , не зависящие от времени. Влияние преднапряжённого состояния на решение контактной задачи будем считать пренебрежимо малым (для некоторых частных случаев это доказано в [11]).

Для рассматриваемой задачи граничные условия имеют вид

$$w_1(x) + w_2(x) + f(x) = d, (3)$$

где  $w_1(x)$ ,  $w_2(x)$  — нормальные упругие перемещения поверхностей основания и цилиндра; d — сближение рассматриваемых упругих тел.

В условиях качения с проскальзыванием область контакта (-a, a) разбивается на подобласти скольжения  $\Omega_1$ , в которой трение скольжения моделируется законом Амонтона–Кулона, и сцепления  $\Omega_2$ , в которой равна нулю скорость *s* относительного проскальзывания поверхностей контактирующих тел, а касательные напряжения не превосходят предельные сдвиговые напряжения [12]:

$$|s(x)| > 0, \quad q(x) = \mu p(x) s / |s|, \quad (x) \in \Omega_1, |s(x)| = 0, \quad |q(x)| \leq \mu p(x), \quad (x) \in \Omega_2,$$
(4)

где q(x) и p(x) — соответственно касательные и нормальные напряжения на площадке контакта;  $\mu$  — коэффициент трения.

Для одинаковых материалов цилиндра и основания распределение касательных напряжений не влияет на распределение контактных давлений, для определения которых можно воспользоваться решением задачи Герца о контакте двух упругих цилиндров [12]:

$$p(x) = \frac{E^* \sqrt{a^2 - x^2}}{4\pi R}, \quad -a < x < a, \quad a = \sqrt{\frac{4RP}{\pi E^*}}, \tag{5}$$

где  $E^*$  — приведённый модуль упругости.

Распределение касательных напряжений при качении с проскальзыванием упругого цилиндра по основанию из того же материала, удовлетворяющее граничным условиям (4), имеет вид [13]

$$q(x) = \begin{cases} \mu p(x) = \frac{\mu E^*}{4\pi R} \sqrt{a^2 - x^2}, & -a < x < c, \\ q_1(x) = \frac{\mu E^*}{4\pi R} \left[ \sqrt{a^2 - x^2} - \sqrt{(a - x)(x - c)} \right], & c < x < a, \\ c = a \left[ \frac{2\delta R}{\mu a} - 1 \right], & \delta = \frac{\omega R - V}{V}. \end{cases}$$
(6)

Используя выражения (5) и (6) для контактных напряжений и принцип суперпозиции, определим распределение внутренних напряжений с учётом поля остаточных растягивающих (сжимающих) напряжений  $\sigma_x^{res}(x,z)$  по известным соотношениям [12]:

$$\sigma_x(x,z) = \sigma_x^0(x,z) + \sigma_x^{res}(x,z), \quad \sigma_z(x,z) = \sigma_z^0(x,z), \quad \tau_{xz}(x,z) = \tau_{xz}^0(x,z), \quad (7)$$

где

$$\sigma_x^0(x,z) = -\frac{2z}{\pi} \int_{-a}^{a} \frac{p(\alpha)(x-\alpha)^2 d\alpha}{((x-\alpha)^2 + z^2)^2} - \frac{2}{\pi} \int_{-a}^{c} \frac{\mu p(\alpha)(x-\alpha)^3 d\alpha}{((x-\alpha)^2 + z^2)^2} - \frac{2}{\pi} \int_{c}^{a} \frac{q_1(\alpha)(x-\alpha)^3 d\alpha}{((x-\alpha)^2 + z^2)^2},$$

$$\sigma_z^0(x,z) = -\frac{2z^3}{\pi} \int_{-a}^{a} \frac{p(\alpha) d\alpha}{((x-\alpha)^2 + z^2)^2} - \frac{2z^2}{\pi} \int_{-a}^{c} \frac{\mu p(\alpha)(x-\alpha) d\alpha}{((x-\alpha)^2 + z^2)^2} - \frac{2z^2}{\pi} \int_{c}^{a} \frac{q_1(\alpha)(x-\alpha) d\alpha}{((x-\alpha)^2 + z^2)^2},$$

$$\tau_{xz}^0(x,z) = -\frac{2z^2}{\pi} \int_{-a}^{a} \frac{p(\alpha)(x-\alpha) d\alpha}{((x-\alpha)^2 + z^2)^2} - \frac{2z}{\pi} \int_{-a}^{c} \frac{\mu p(\alpha)(x-\alpha)^2 d\alpha}{((x-\alpha)^2 + z^2)^2} - \frac{2z}{\pi} \int_{c}^{a} \frac{q_1(\alpha)(x-\alpha) d\alpha}{((x-\alpha)^2 + z^2)^2}.$$

Метод расчёта контактно-усталостных повреждений с учетом поверхностного изнашивания. Для расчёта контактно-усталостных повреждений в поверхностных слоях материала при циклически изменяющемся поле напряжений воспользуемся макроскопическим подходом, описанным выше, при этом в качестве критерия накопления усталостных повреждений рассмотрим величину амплитудных значений  $\Delta \tau_{\max}(z,t)$  максимальных касательных напряжений. Таким образом, скорость накопления повреждений определяется согласно следующему выражению [1]:

$$\frac{\partial Q(z,t)}{\partial t} = c \left(\frac{\Delta \tau_{\max}(z,t)}{p_0}\right)^m.$$
(8)

Здесь Q(z,t) — распределение поврежденности вдоль оси Oz в момент времени  $t; p_0$  — максимальные контактные давления ( $p_0 = \sqrt{PE^*/(\pi R)}$ ), параметры m и c связаны с прочностными свойствами материала и определяются экспериментально [14].

Распределение максимальных касательных напряжений в случае плоской деформации можно рассчитать по формуле [12]:

$$\tau_{\max}(x,z) = \frac{1}{2}\sqrt{\left(\sigma_x^0(x,z) + \sigma_x^{res}(x,z) - \sigma_z^0(x,z)\right)^2 + 4\left(\tau_{xz}^0(x,z)\right)^2},\tag{9}$$

где компоненты тензора напряжений  $\sigma_x^0(x,z)$ ,  $\sigma_z^0(x,z)$  и  $\tau_{xz}^0(x,z)$  определяются из соотношений (7). Тогда амплитудные значения  $\Delta \tau_{\max}(z)$  максимальных касательных напряжений на фиксированном расстоянии z от поверхности можно определить как

$$\Delta \tau_{\max}(z) = \max_{x} \Delta \tau_{\max}(x, z) = \max_{x} \left[ \tau_{\max}(x, z) - \frac{1}{2} |\sigma_x^{res}(x, z)| \right].$$
(10)

Здесь сделано предположение, что в условиях качения по упругому основанию периодической системы цилиндров под его поверхностью чередуются нагруженные и ненагруженные области.

Заметим, что при каждом фиксированном значении координат (x, z) функция  $\Delta \tau_{\max}(x, z)$  (10) имеет при малых положительных значениях  $\sigma_x^{res}(x, z)$  следующее асимптотическое разложение:

$$\Delta \tau_{\max}(x,z) = \tau_{\max}^{0}(x,z) - \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\sigma_{x}^{0}(x,z) - \sigma_{z}^{0}(x,z)}{2\tau_{\max}^{0}(x,z)} \right) \sigma_{x}^{res}(x,z) + O\left( (\sigma_{x}^{res}(x,z))^{2} \right),$$
(11)  
$$\tau_{\max}^{0}(x,z) = \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_{x}^{0}(x,z) - \sigma_{z}^{0}(x,z))^{2} + 4(\tau_{xz}^{0}(x,z))^{2}}.$$

Таким образом, из (11) получаем, что при малых значениях  $\sigma_x^{res}(x,z)$  амплитудные значения максимальных касательных напряжений меньше, чем в случае нулевых остаточных напряжений.

Скорость изнашивания, имеющего природу, отличную от усталостной, зависит от ряда параметров: контактного давления, величины области проскальзывания  $\Omega_1$ , величины коэффициента трения скольжения, износостойкости материала и т.п. [15]. В задаче о качении, рассматриваемой в данной работе, условия изнашивания одинаковы для всех точек полуплоскости. Будем рассматривать установившийся режим изнашивания, характеризующийся постоянной линейной скоростью K. В предположении линейного суммирования повреждений [1] и независимости напряженного состояния в упругом теле от накопленных в нем повреждений из (8) получим следующее соотношение для функции поврежденности, справедливое при отсутствии изнашивания:

$$Q(z,t) = tc \left(\frac{\Delta \tau_{\max}(z)}{p_0}\right)^m, \quad t = NT,$$
(12)

где *T* — время одного цикла; *N* — количество циклов.

При наличии изнашивания скорость (8) накопления контактно-усталостных повреждений в фиксированной точке материала непрерывно меняется в связи со смещением поверхности. В этом случае поврежденность в точке Z, связанной с неизношенной поверхностью материала, рассчитывается согласно следующему соотношению:

$$Q(Z,t) = c \int_{0}^{t} \theta \left(\frac{\Delta \tau_{\max}(Z - K\theta)}{p_0}\right)^m d\theta, \quad Z \ge Kt.$$
(13)

Условие зарождения контактно-усталостной трещины определим как

$$Q(z, N^*T) = Q^*, \tag{14}$$

где  $N^*$  — количество циклов до начала разрушения;  $Q^*$  — критическое значение поврежденности, соответствующее началу зарождения усталостной трещины.



Рис. 2. Распределение максимальных касательных напряжений  $\tau_{\max}(x, z)/p_0$  в основании под цилиндром: а) при  $\sigma^{res}(z) = 0$ ; б) при  $\sigma^{res}(z) = 0,1p_0$ .  $\mu = 0,4, \, \delta' = 0,14$ 

Анализ результатов расчётов. Разработанный алгоритм был применен для расчёта распределения максимальных касательных напряжений и их амплитуды в присутствии полей остаточных напряжений, а также функции поврежденности материала в условиях трения качения с учетом изнашивания поверхности основания. Входными параметрами модели являются коэффициент трения скольжения  $\mu$ , величина  $\delta' = \delta R/a$ , характеризующая проскальзывание, остаточные напряжения  $\sigma^{res}(z)$ , которые для определённости полагались зависящими только от расстояния от поверхности.

На рис. 2 приведены изолинии распределения максимальных касательных напряжений  $\tau_{\max}(x, z)$ , полученные без учёта остаточных напряжений и при действии постоянных растягивающих остаточных напряжений. Помимо увеличения максимальных значений функции  $\tau_{\max}(x, z)$  растягивающие остаточные напряжения частично нивелируют асимметрию относительно оси Oz этой функции, обусловленную наличием сил трения.

С целью исследования накопления контактно-усталостных повреждений проведён анализ амплитудных значений максимальных касательных напряжений  $\Delta \tau_{\max}(z)/p_0$ , являющихся функцией расстояния от поверхности (см. (10)).

Результаты расчётов, представленные на рис. 3, позволяют провести анализ влияния величины коэффициента трения скольжения и значений постоянных по глубине растягивающих остаточных напряжений на амплитуду максимальных касательных напряжений. Остаточные напряжения уменьшают перепады максимальных касательных напряжений в основании. Заметим, что этот эффект является нелинейным увеличение остаточных напряжений с 0 до  $0,1p_0$  приводит к уменьшению значения максимума функции  $\Delta \tau_1(z)$  с 0,323 до 0,315 (кривые 1 и 2 на рис. 3, *a*), в то время как изменение  $\sigma_x^{res}$  с  $0,2p_0$  до  $0,5p_0$  почти не влияет на вид этой функции (кривые 3 и 4). Полученные результаты согласуются с асимптотическим анализом соотношения (9), проведённым в п. 2.

Результаты расчёта показывают (рис. 3,  $\delta$ ), что увеличение коэффициента трения увеличивает амплитудные значения максимальных касательных напряжений. Интересно отметить, что при выбранных параметрах расчёта наличие остаточных напряжений приводит к приближению к поверхности максимального значения перепада



Рис. 3. Зависимость амплитудных значений максимальных касательных напряжений от расстояния от поверхности: а) при разных значениях растягивающих напряжений:  $\mu = 0, 4, \delta' = 0,14, \sigma_x^{res}/p_0 = 0; 0,1; 0,2; 0,5$  (кривые 1–4 соответственно); б) при разных значениях коэффициента трения:  $\sigma_x^{res}/p_0 = 0,1$  (сплошные линии),  $\sigma_x^{res}/p_0 = 0$  (штриховые линии),  $\delta' = 0,14, \mu = 0,1; 0,35; 0,6$  (кривые 1–3 и 1'–3' соответственно)

напряжений, что может быть причиной уменьшения глубины образования контактно-усталостных дефектов.

При анализе напряжённого состояния были использованы безразмерные величины, позволяющие обобщать полученные результаты на разные пары трения качения.

Для расчёта процесса накопления поврежденности на основании соотношений (12)– (14) необходимо использовать параметры m и c, определяемые экспериментально для конкретного материала. В качестве примера для расчётов были использованы результаты экспериментов на контактную усталость для рельсовой стали [16], позволившие получить путём перерасчёта, предложенного в [14], значения m = 1,684,  $c = 9,344825999 \cdot 10^{-23}$ .

Функция накопления контактно-усталостных повреждений определялась для подповерхностных слоев материала при наличии остаточных напряжений и без них, варьировалась также скорость износа (рис. 4). Поверхностное изнашивание увеличивает время до достижения критических значений поврежденности, одновременно с этим приводит к тому, что поврежденность более равномерно распределяется по глубине. Во всех случаях точка максимального значения поврежденности постепенно смещается к поверхности, при этом для материала с остаточными напряжениями при относительно высокой скорости изнашивания (штриховые кривые на рис. 4, $\delta$ ) в итоге локализуется на поверхности, а значение поврежденности не достигает критического. Таким образом, износ препятствует накоплению поврежденности. Разница в результатах, полученная для материалов с нулевыми и ненулевыми остаточными напряжениями, обусловлена только разницей в амплитудах максимальных касательных напряжений. Однако следует отметить, что в общем случае обработка поверхностных слоев, приводящая к появлению остаточных напряжений, изменяет и их прочностные свойства (параметры *m* и *c*), а также износостойкость.

**Выводы.** В данном исследовании предложен численно-аналитический метод расчёта контактно-усталостных повреждений в подповерхностных слоях взаимодействующих тел в условиях трения качения при наличии поверхностного изнашивания.



Рис. 4. Зависимости поврежденности Q от расстояния от поверхности материала при  $\sigma_x^{res}/p_0 = 0$  (кривые 1–4) и  $\sigma_x^{res}/p_0 = 0,1$  (кривые 1'–7'). Скорость износа: а) 1 мм за  $2,4 \cdot 10^7$  циклов; б) 3 мм за  $2,4 \cdot 10^7$  циклов.  $N = 2,4 \cdot 10^6$ ;  $4,8 \cdot 10^6$ ;  $7,2 \cdot 10^6$ ;  $9,6 \cdot 10^6$ ;  $12,0 \cdot 10^6$ ;  $14,4 \cdot 10^6$ ;  $16,8 \cdot 10^6$  (кривые 1–7 соответственно), радиус пятна контакта 7,5 мм, максимальное контактное давление 1010 МПа,  $\mu = 0,4, \delta' = 0,02$ 

Проведён анализ влияния распределений остаточных растягивающих напряжений на амплитудные значения максимальных касательных напряжений при разных значениях коэффициента трения в области контактного взаимодействия; в частности, показано, что растягивающие остаточные напряжения увеличивают максимальные значения максимальных касательных напряжений, но уменьшают их амплитудные значения.

На примере расчёта процесса накопления контактно-усталостных повреждений в рельсовой стали показано, что поверхностное изнашивание увеличивает время до достижения критических значений поврежденности, одновременно с этим приводит к тому, что поврежденность более равномерно распределяется по глубине. При относительно высокой скорости изнашивания в связи с удалением поврежденных слоев материала критические значения поврежденности не достигаются.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Горячева И. Г. Механика фрикционного взаимодействия. Москва: Наука, 2001. 478 с.
- [2] Торская Е. В., Сошенков С. Н. Влияние износа на процесс накопления контактно-усталостной поврежденности в системе колесо-рельс // Трение и износ. 2006. Т. 27, № 4. С. 378–387.
- [3] Goryacheva I. G., Soshenkov S. N., Torskaya E. V. Modelling of wear and fatigue defect formation in wheel-rail contact // Vehicle System Dynamics. 2013. Vol. 51, no. 6. P. 767–783.
- [4] Adhesion-fatigue dual mode wear model for fractal surfaces in AISI 1045 cylinder-plane contact pairs / G. Wenjun, C. Yunxia, L. Mengwei et al. // Wear. 2019. Vol. 430–431. P. 327–339.
- [5] Investigation on wear and rolling contact fatigue of wheel-rail materials under various wheel/rail hardness ratio and creepage conditions / Y. Hu, L. Zhou, H. H. Ding et al. // Tribology International. 2020. Vol. 143, 106091.
- [6] Павлов В. Ф., Кирпичёв В. А., Вакулюк В. С. Прогнозирование сопротивления усталости поверхностно упрочнённых деталей по остаточным напряжениям. Самара: Самарский научный центр РАН, 2012.

- [7] Effects of Metal Removal and Residual Stress on the Contact Fatigue Life of Railway Wheels / J. Won, S. Byeong, C. Goo et al. // International Journal of Fatigue. 2008. Vol. 30, no. 10–11. P. 2021–2029.
- [8] Paladugu M., Scott H. R. Influence of Microstructure on Retained Austenite and Residual Stress Changes under Rolling Contact Fatigue in Mixed Lubrication Conditions // Wear. 2018. Vol. 406– 407. P. 84–91.
- [9] Фимкин А. И., Долотказин Д. Б. Расчётно-экспериментальный метод определения продольных остаточных напряжений в железнодорожных рельсах // Вестник Московского института инженеров ж.-д. транспорта (МИИТ). 2001. № 6. С. 28–39.
- [10] Горячева И. Г., Торская Е. В. Моделирование накопления контактно-усталостных повреждений в условиях трения качения при наличии остаточных напряжений // Трение и износ. 2019. Т. 40, № 1. С. 44–51.
- [11] Александров В. М., Воротынцева И. В. Осесимметричные контактные задачи для преднапряженных деформируемых тел // Прикладная механика и техническая физика. 1990. № 3. С. 146–153.
- [12] Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. Москва: Мир, 1989.
- [13] Carter F. W. On the Action of a Locomotive Driving Wheel // Proc. Roy. Soc. London A. 1926. Vol. 112. P. 151–157.
- [14] Горячева И. Г., Добычин М. Н., Торская Е. В. Моделирование условий образования контактноусталостных повреждений поверхности катания // Контактно-усталостные повреждения колес грузовых вагонов / под ред. С. М. Захарова. Москва: Интекст, 2004. С. 58–97.
- [15] Крагельский И. В., Добычин М. Н., Комбалов В. С. Основы расчетов на трение и износ. Москва: Машиностроение, 1977. 526 с.
- [16] Борц А. И., Долгих Л. В., Заграничек К. Л. Испытания рельсов на выносливость // Путь и путевое хозяйство. 2013. № 2. С. 16–22.

Irina G. Goryacheva, Elena V. Torskaya

## MODELING OF FATIGUE DAMAGE ACCUMULATION IN MULTIPLE CONTACT OF PRE-STRESSED BODIES IN THE PRESENCE OF WEAR

Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, Russia

**Abstract.** Residual stresses are formed during various types of surface treatment of elements of friction pairs. The effect of the residual stresses on the rate of fatigue damage accumulation is considered for the case of cyclic rolling contact in the presence of surface wear. The effect of relative slippage, friction coefficient, and residual stresses on the distribution of the amplitude values of the principal shear stress is studied. The results are used to analyze the effect of the residual stresses and the surface wear rate on the fatigue damage accumulation.

## Keywords: contact problem, rolling friction, wear, internal stresses, fatigue damage accumulation. REFERENCES

- [1] Goryacheva I. Contact Mechanics in Tribology. Dordrecht: Kluwer, 1998.
- [2] Torskaya E. V., Soshenkov S. N. Influence of Wear on the Process of Contact-Fatigue Damage Accumulation in a Wheel-Rail System // Journal of Friction and Wear. 2006. Vol. 27, no. 4. P. 378–387.
- [3] Goryacheva I. G., Soshenkov S. N., Torskaya E. V. Modelling of wear and fatigue defect formation in wheel-rail contact // Vehicle System Dynamics. 2013. Vol. 51, no. 6. P. 767–783.
- [4] Adhesion-fatigue dual mode wear model for fractal surfaces in AISI 1045 cylinder-plane contact pairs / G. Wenjun, C. Yunxia, L. Mengwei et al. // Wear. 2019. Vol. 430–431. P. 327–339.
- [5] Investigation on wear and rolling contact fatigue of wheel-rail materials under various wheel/rail hardness ratio and creepage conditions / Y. Hu, L. Zhou, H. H. Ding et al. // Tribology International. 2020. Vol. 143, 106091.
- [6] Pavlov V. F., Kirpichjov V. A., Vakuljuk V. S. Prediction of the fatigue resistance of surface-hardened parts by residual stresses. Samara: Samarskij nauchnyj centr RAN, 2012.
- [7] Effects of Metal Removal and Residual Stress on the Contact Fatigue Life of Railway Wheels / J. Won, S. Byeong, C. Goo et al. // International Journal of Fatigue. 2008. Vol. 30, no. 10–11. P. 2021–2029.
- [8] Paladugu M., Scott H. R. Influence of Microstructure on Retained Austenite and Residual Stress Changes under Rolling Contact Fatigue in Mixed Lubrication Conditions // Wear. 2018. Vol. 406– 407. P. 84–91.
- [9] Fimkin A. I., Dolotkazin D. B. Calculated and experimental method for determining longitudinal residual stresses in railway rails // VNIIZHT Scientific Journal. 2001. no. 6. P. 28–39.
- [10] Goryacheva I. G., Torskaya E. V. Modeling the accumulation of contact fatigue damage in materials with residual stresses under rolling friction // Journal of Friction and Wear. 2019. Vol. 40, no. 1. P. 44–51.
- [11] Aleksandrov V. M., Vorotyntseva I. V. Axisymmetrical contact problems for prestressed deformable bodies // J. Appl. Mech. Tech. Phys. 1990. no. 3. P. 146–153.
- [12] Johnson K. L. Contact Mechanics. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1987.
- [13] Carter F. W. On the Action of a Locomotive Driving Wheel // Proc. Roy. Soc. London A. 1926. Vol. 112. P. 151–157.
- [14] Gorjacheva I. G., Dobychin M. N., Torskaya E. V. Modeling the conditions for the formation of contactfatigue damage to the rolling surface // Contact fatigue damage to the wheels of freight cars / Ed. by S. M. Zaharova. Moscow: Intekst, 2004. P. 58–97.
- [15] Kragelsky I. V., Dobychin M. N., Kombalov V. S. Fundamentals of Friction and Wear Calculations. Moscow: Mashinostroenie, 1977. 526 p.
- [16] Borc A. I., Dolgih L. V., Zagranichek K. L. Endurance tests of rails // Railway Track and Facilities. 2013. no. 2. P. 16–22.

Goryacheva Irina Georgievna, Academician of RAS, Head of Laboratory of Tribology, Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, Russia.

Torskaya Elena Vladimirovna, D.Sc., Professor of RAS, Leading Researcher, Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, Russia.