

А. А. Буренин¹, Л. В. Ковтанюк², Г. Л. Панченко²

ПОЛЗУЧЕСТЬ И ПЛАСТИЧЕСКОЕ ТЕЧЕНИЕ МАТЕРИАЛА ТОЛСТОСТЕННОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ТРУБЫ ВСЛЕДСТВИЕ ДЕЙСТВИЯ РАВНОМЕРНОГО ВНУТРЕННЕГО ДАВЛЕНИЯ

¹Институт машиноведения и металлургии Дальневосточного отделения РАН,
г. Комсомольск-на-Амуре, Россия

²Институт автоматики и процессов управления Дальневосточного отделения РАН,
г. Владивосток, Россия

Аннотация. В данной работе представлено решение краевой задачи о ползучести и пластическом течении материала толстостенной цилиндрической трубы в условиях приложения возрастающего со временем равномерного внутреннего давления. При определении механизма накопления необратимых деформаций используется критерий Ивлева – Ишлинского. Рассчитаны все параметры напряженно-деформированного состояния.

Ключевые слова: упругость, ползучесть, пластичность, необратимые деформации, критерий Ивлева – Ишлинского.

DOI: 10.37972/chgpu.2020.91.51.007

УДК: 539.37

Толстостенные трубы нашли широкое применение в технологических трубопроводах нефтехимической и нефтегазоперерабатывающей промышленности. Таким образом, задачи о деформировании и разрушении труб являются актуальными как для

© Буренин А. А., Ковтанюк Л. В., Панченко Г. Л., 2020

Буренин Анатолий Александрович

e-mail: burenin@iacp.dvo.ru, главный научный сотрудник, член-корреспондент РАН, Институт машиноведения и металлургии Дальневосточного отделения РАН, г. Комсомольск-на-Амуре, Россия,

Ковтанюк Лариса Валентиновна

e-mail: lk@iacp.dvo.ru, главный научный сотрудник, член-корреспондент РАН, Институт автоматики и процессов управления Дальневосточного отделения РАН, г. Владивосток, Россия,

Панченко Галина Леонидовна

e-mail: ranchenko.21@yandex.ru, кандидат физико-математических наук, и.о. старшего научного сотрудника, Институт автоматики и процессов управления Дальневосточного отделения РАН, г. Владивосток, Россия

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 18-01-00038).

Поступила 26.06.2020

технологической практики, так и для фундаментальной механики деформируемого твердого тела.

На трубах, подверженных внутреннему давлению, тестировались различные теории ползучести [1]. Задача о деформировании трубы интересна тем, что напряженное состояние в ней является трехосным и все главные значения тензора напряжений отличны от нуля. При этом задача является простейшей одномерной задачей.

Здесь в рамках теории малых деформаций рассматривается краевая задача о деформировании толстостенной цилиндрической трубы вследствие действия равномерного внутреннего давления, когда накапливаемые материалом необратимые деформации могут быть как деформациями ползучести, так и пластичности.

1. Основные соотношения модели. Полные деформации d_{ij} в рамках модели малых деформаций представляют собой сумму обратимой e_{ij} и необратимой p_{ij} складываемых

$$d_{ij} = e_{ij} + p_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}), \quad u_{i,j} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j}. \quad (1)$$

В зависимостях (1) u_i — компоненты вектора перемещений, x_i — пространственные координаты точек деформируемого тела.

Для тензора напряжений в теории малых деформаций справедлив закон Гука

$$\sigma_{ij} = \lambda e_{kk} \delta_{ij} + 2\mu e_{ij}. \quad (2)$$

Здесь λ, μ — параметры Ламе.

Предполагается, что необратимые деформации p_{ij} нарастают в деформируемом материале с самого начала процесса деформирования. При этом необратимые деформации могут быть двух видов: необратимыми деформациями ползучести и пластическими деформациями. Моделирование поведения материала при накоплении им сначала необратимых деформаций ползучести, а затем пластических деформаций будем проводить, используя подход, впервые предложенный в [2, 3]. Этот подход заключается в том, что первоначальное накопление необратимых деформаций материала связано с его вязкими свойствами. Затем с ростом напряжений и при выходе их на поверхность текучести механизм производства необратимых деформаций меняется с медленного вязкого на быстрый пластический. На продвигающихся по деформируемому телу упругопластических границах изменяются механизмы накопления необратимых деформаций с ползучести на пластичность и наоборот. Условие непрерывности необратимых деформаций на упругопластических границах приводит к необходимости согласования законов ползучести и пластичности.

На примере рассматриваемой здесь краевой задачи покажем согласование в законе ползучести Нортон [4] и в условии пластичности максимального приведенного напряжения (критерий Ивлева – Ишлинского) [5] в условиях активного нагружения. Условие Ивлева – Ишлинского является кусочно-линейным. Использование кусочно-линейных потенциалов при построении моделей необратимого деформирования стало классическим в теории идеальной пластичности. Помимо условия Ивлева – Ишлинского можно отметить условие пластичности максимального касательного напряжения (условие Треска) и некоторые другие. Благодаря такому подходу при исследовании необратимого деформирования удалось получить ряд фундаментальных результатов теории идеальной пластичности.

Диссипативный механизм деформирования свяжем только с вязкими и пластическими свойствами материалов. Если напряженное состояние деформируемого материала еще не достигло поверхности текучести, диссипативный механизм деформирования определяется степенным законом ползучести Нортон [4]

$$V(\sigma_{ij}) = B \Sigma^n(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3), \quad \Sigma = \frac{3}{2} \max |\sigma_i - \sigma|, \quad \gamma_{ij} = \varepsilon_{ij}^v = \frac{\partial V}{\partial \sigma_{ij}}. \quad (3)$$

В зависимостях (3) $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ — главные значения тензора напряжений, $\sigma = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$, ε_{ij}^v — тензор скоростей деформаций ползучести, B, n — заданные параметры ползучести материала.

Когда возрастающие с ростом нагрузки напряжения достигают поверхности нагружения, диссипативный механизм деформирования изменяется с вязкого на пластический и инициируется процесс пластического течения. Выберем условие пластичности максимального приведенного напряжения (критерий Ивлева – Ишлинского) [5] в качестве поверхности текучести.

$$\max |\sigma_i - \sigma| = \frac{4}{3}k. \quad (4)$$

Здесь k — предел текучести.

Для скоростей пластических деформаций ε_{ij}^p выполняется ассоциированный закон пластического течения

$$\gamma_{ij} = \varepsilon_{ij}^p = \xi \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}, \quad \gamma_{ij} = \varepsilon_{ij}^p = \xi_k \frac{\partial f^{(k)}}{\partial \sigma_{ij}}, \quad \xi > 0, \quad \xi_k > 0. \quad (5)$$

Первая форма ассоциированного закона соответствует грани условия пластичности (4), а вторая — ребру этого же условия.

К моменту времени, когда начинается процесс пластического течения, в деформируемом материале уже имеются накопленные необратимые деформации ползучести. Они становятся начальными для последующего роста пластических деформаций.

2. Постановка краевой задачи и ее решение до пластического течения.

Рассмотрим цилиндрический слой вязкоупругопластического материала, расположенный между двумя соосными цилиндрами с радиусами $r = r_0$ и $r = R$ ($R > r_0$). Этот слой находится под воздействием возрастающего со временем давления, равномерно приложенного к его внутренней поверхности. Таким образом, краевые условия задачи в цилиндрической системе координат r, φ, z можно представить в виде

$$\sigma_{rr}|_{r=r_0} = -p(t), \quad \sigma_{rr}|_{r=R} = 0, \quad (6)$$

где $p(t)$ — задаваемая функция давления.

Для отличных от нуля компонент тензора деформаций в рассматриваемом случае из формул (1) получим

$$d_{rr} = e_{rr} + p_{rr} = \frac{\partial u}{\partial r}, \quad d_{\varphi\varphi} = e_{\varphi\varphi} + p_{\varphi\varphi} = \frac{u}{r}, \quad d_{zz} = e_{zz} + p_{zz} = 0. \quad (7)$$

В зависимостях (7) через u обозначена единственная отличная от нуля компонента u_r вектора перемещений.

Согласно закону Гука (2) получим соотношения для диагональных компонент тензора напряжений, все остальные компоненты которого равны нулю,

$$\begin{aligned}\sigma_{rr} &= (\lambda + 2\mu)e_{rr} + \lambda(e_{\varphi\varphi} + e_{zz}), & \sigma_{\varphi\varphi} &= (\lambda + 2\mu)e_{\varphi\varphi} + \lambda(e_{rr} + e_{zz}), \\ \sigma_{zz} &= (\lambda + 2\mu)e_{zz} + \lambda(e_{rr} + e_{\varphi\varphi}).\end{aligned}\quad (8)$$

Решение поставленной краевой задачи будем искать в рамках квазистатического подхода. Для этого запишем единственное для рассматриваемого случая уравнение равновесия

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}}{r} = 0. \quad (9)$$

Из соотношений (3) имеем

$$\begin{aligned}V &= B \left(\sigma_{\varphi\varphi} - \frac{1}{2}\sigma_{rr} - \frac{1}{2}\sigma_{zz} \right)^n, & \varepsilon_{rr}^v &= \frac{\partial p_{rr}}{\partial t} = -\frac{1}{2}\varepsilon_{\varphi\varphi} = -\frac{1}{2}\frac{\partial p_{\varphi\varphi}}{\partial t} = \varepsilon_{zz}^v = \\ &= \frac{\partial p_{zz}}{\partial t} = -\frac{1}{2}Bn \left(\sigma_{\varphi\varphi} - \frac{1}{2}\sigma_{rr} - \frac{1}{2}\sigma_{zz} \right)^{n-1}, \\ \varepsilon_{rr}^v + \varepsilon_{\varphi\varphi}^v + \varepsilon_{zz}^v &= 0, & p_{rr} + p_{\varphi\varphi} + p_{zz} &= 0.\end{aligned}\quad (10)$$

Используя зависимости (7) и (10) получим:

$$e_{rr} = \frac{\partial u}{\partial r} - p_{rr}, \quad e_{\varphi\varphi} = \frac{u}{r} + 2p_{rr}, \quad e_{zz} = -p_{rr}. \quad (11)$$

Подставляя соотношения (11) в зависимости (8), найдем

$$\begin{aligned}\sigma_{rr} &= (\lambda + 2\mu)\frac{\partial u}{\partial r} + \lambda\frac{u}{r} - 2\mu p_{rr}, & \sigma_{\varphi\varphi} &= \lambda\frac{\partial u}{\partial r} + (\lambda + 2\mu)\frac{u}{r} + 4\mu p_{rr}, \\ \sigma_{zz} &= \lambda\frac{\partial u}{\partial r} + \lambda\frac{u}{r} - 2\mu p_{rr}.\end{aligned}\quad (12)$$

Перепишем уравнение равновесия (9) с учетом зависимостей (12)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} = \frac{2\mu}{\lambda + 2\mu} \left(\frac{\partial p_{rr}}{\partial r} + 3\frac{p_{rr}}{r} \right). \quad (13)$$

Компонента тензора необратимых деформаций $p_{rr}(r, t) = -p_{\varphi\varphi}$ удовлетворяет дифференциальному уравнению, следующему из второй формулы (10) и зависимостей (12),

$$\frac{\partial p_{rr}}{\partial t} = -\frac{1}{2}Bn\mu^{n-1} \left(-\frac{\partial u}{\partial r} + 2\frac{u}{r} + 6p_{rr} \right)^{n-1}. \quad (14)$$

К системе уравнений (13) и (14) с краевыми условиями (6) добавим начальное условие $p_{rr}(r, 0) = 0$. Для решения полученной системы дифференциальных уравнений была разработана конечно-разностная схема.

3. Пластическое течение. Увеличение давления со временем приводит к тому, что в момент времени $t = t_0$ выполняется условие пластичности (4) на внутренней границе $r = r_0$ цилиндрического слоя. В дальнейшем от внутренней границы $r = r_0$ цилиндрического слоя происходит разрастание области $r_0 \leq r \leq m(t)$, в которой накапливаются необратимые деформации за счет пластического течения. В вязкоупругой области $m(t) \leq r \leq R$ материал продолжает накапливать необратимые деформации

ползучести. Упругопластическая граница $r = m(t)$ движется от внутренней границы слоя к внешней и отделяет растущую пластическую область от уменьшающейся вязкоупругой области.

Перепишем условие пластичности Ивлева – Ишлинского (4) в следующей форме

$$\sigma_{\varphi\varphi} - 1/2\sigma_{rr} - 1/2\sigma_{zz} = 2k. \quad (15)$$

Отметим, что соотношения (11) и (12) остаются верными в обеих областях деформирования $r_0 \leq r \leq m(t)$ и $m(t) \leq r \leq R$.

Сделав несложные арифметические вычисления над зависимостями (12) и (15) найдем компоненту p_{rr} тензора необратимых деформаций в области пластического течения $r_0 \leq r \leq m(t)$

$$p_{rr} = \frac{1}{6} \left(\frac{\partial u}{\partial r} - 2\frac{u}{r} + 2\frac{k}{\mu} \right). \quad (16)$$

Учитывая соотношения (12) и (16) уравнение равновесия в области пластического течения $r_0 \leq r \leq m(t)$ примет вид

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - a^2 \frac{u}{r^2} = \frac{6k}{3\lambda + 5\mu} \frac{1}{r}, \quad a = \sqrt{\frac{3\lambda + 2\mu}{3\lambda + 5\mu}}. \quad (17)$$

Решив дифференциальное уравнение (17), получим перемещение в области $r_0 \leq r \leq m(t)$

$$u = C_1(t)r^a + C_2(t)r^{-a} + 2kr/\mu, \quad (18)$$

где $C_1(t)$, $C_2(t)$ – неизвестные функции интегрирования.

В области $m(t) \leq r \leq R$ остаются верными уравнения (13) и (14). К данным уравнениям добавим краевые условия (6) и условия непрерывности перемещений и компоненты p_{rr} тензора необратимых деформаций на упругопластической границе $r = m(t)$. Таким образом получается система уравнений, из которой методом конечных разностей находятся следующие величины: перемещение u и компонента необратимых деформаций p_{rr} в вязкоупругой области $m(t) \leq r \leq R$; функции интегрирования $C_1(t)$, $C_2(t)$; упругопластическая граница $m(t)$.

В некоторый последующий момент времени $t = t_1$ напряженное состояние деформируемого материала в окрестности внутреннего цилиндра $r = r_0$ достигает ребра призмы Ивлева – Ишлинского (4):

$$\sigma_{\varphi\varphi} - 1/2\sigma_{rr} - 1/2\sigma_{zz} = -\sigma_{rr} + 1/2\sigma_{\varphi\varphi} + 1/2\sigma_{zz} = 2k. \quad (19)$$

Начиная с момента времени $t = t_1$ от внутренней границы цилиндрического слоя $r = r_0$ разрастается еще одна область пластического течения $r_0 \leq r \leq m_1(t)$, в которой напряжения удовлетворяют условию (19). В области $m_1(t) \leq r \leq m(t)$ пластическое течение осуществляется при выполнении условия (15). В уменьшающейся вязкоупругой области $m(t) \leq r \leq R$ продолжают накапливаться необратимые деформации ползучести. Теперь в материале цилиндрического слоя движутся две упругопластические границы $r = m(t)$ и $r = m_1(t)$. Упругопластическая граница $r = m(t)$ отделяет область вязкоупругого деформирования $m(t) \leq r \leq R$ от области течения $m_1(t) \leq r \leq m(t)$. А упругопластическая граница $r = m_1(t)$ отделяет пластические области $r_0 \leq r \leq m_1(t)$ и $m_1(t) \leq r \leq m(t)$ друг от друга.

В вязкоупругой области $m(t) \leq r \leq R$ продолжают выполняться зависимости (13) и (14). Выражения (16) и (18) справедливы в области пластического течения $m_1(t) \leq r \leq m(t)$.

Из второй формы ассоциированного закона (5) и условия пластичности (19) для области пластического течения $r_0 \leq r \leq m_1(t)$ найдем

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr}^p &= -1/2\xi_1 - \xi_2, & \varepsilon_{\varphi\varphi}^p &= \xi_1 + 1/2\xi_2, & \varepsilon_{zz}^p &= -1/2\xi_1 + \xi_2, \\ \varepsilon_{rr}^p + \varepsilon_{\varphi\varphi}^p + \varepsilon_{zz}^p &= 0, & p_{rr} + p_{\varphi\varphi} + p_{zz} &= 0. \end{aligned} \quad (20)$$

Из условия (19) и соотношений (8) следует, что

$$e_{rr} + e_{\varphi\varphi} - 2e_{zz} = 0. \quad (21)$$

С учетом зависимостей (20) и (21) из соотношений (7) в области течения $r_0 \leq r \leq m_1(t)$ получим

$$e_{rr} = \frac{\partial u}{\partial r} - p_{rr}, \quad e_{\varphi\varphi} = \frac{1}{3} \left(2\frac{u}{r} - \frac{\partial u}{\partial r} \right) + p_{rr}, \quad e_{zz} = \frac{1}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \right). \quad (22)$$

Подставив соотношения (22) в (8), найдем

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u}{\partial r} + \lambda \frac{u}{r} - 2\mu p_{rr}, & \sigma_{zz} &= \left(\lambda + \frac{2\mu}{3} \right) \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \right), \\ \sigma_{\varphi\varphi} &= \left(\lambda - \frac{2\mu}{3} \right) \frac{\partial u}{\partial r} + \left(\lambda + \frac{4\mu}{3} \right) \frac{u}{r} + 2\mu p_{rr}. \end{aligned} \quad (23)$$

В пластической области $r_0 \leq r \leq m_1(t)$ из (19) и (23) найдем компоненту p_{rr} тензора необратимых деформаций

$$p_{rr} = \frac{1}{3} \left(2\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r} + 2\frac{k}{\mu} \right). \quad (24)$$

Из уравнения равновесия (9) в области течения $r_0 \leq r \leq m_1(t)$ с учетом (23) и (24) следует дифференциальное уравнение для перемещения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} = \frac{8k}{3\lambda + 2\mu} \frac{1}{r}. \quad (25)$$

Учитывая первое краевое условие из (6), получим решение уравнения (25) в виде

$$u = \frac{4k}{3\lambda + 2\mu} r \ln \frac{r}{r_0} + \frac{C_3(t)}{r} - \frac{3}{2} \frac{p(t)}{3\lambda + 2\mu} r. \quad (26)$$

Уравнения (13) и (14), выполняющиеся в вязкоупругой области $m(t) \leq r \leq R$, вместе со вторым условием из (6) и условиями непрерывности перемещений и компоненты p_{rr} тензора необратимых деформаций на упругопластических границах $r = m(t)$ и $r = m_1(t)$ являются системой уравнений для следующих величин: u , p_{rr} в области $m(t) \leq r \leq R$, $C_1(t)$, $C_2(t)$, $C_3(t)$, $m(t)$ и $m_1(t)$.

При расчетах использовалась линейная функция $p(t) = \alpha t$ и значения постоянных: $n = 3$, $Bn\mu^3/\alpha = 82.12$, $\lambda/\mu = 3.9$, $r_0/R = 0.1$, $k/\mu = 0.003$. Распределение ненулевых компонент p_{rr} , $p_{\varphi\varphi}$ и p_{zz} тензора необратимых деформаций в зависимости от безразмерного радиуса r/R в момент времени $\tau = \alpha t/\mu = 0.015$ показано на рис. 1. На рис. 2 представлены графики напряжений σ_{rr} , $\sigma_{\varphi\varphi}$ и σ_{zz} и обратимых деформаций e_{rr} , $e_{\varphi\varphi}$ и e_{zz} в этот же момент времени.

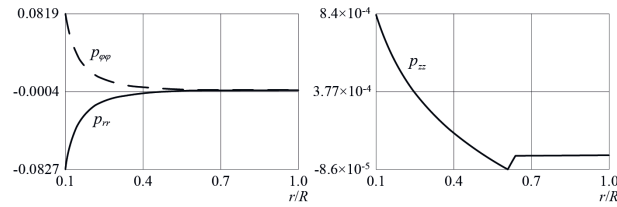


Рис. 1. Распределение компонент тензора необратимых деформаций по слою

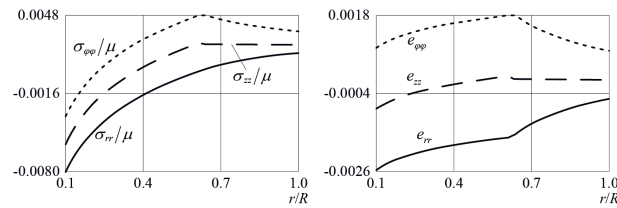


Рис. 2. Распределение компонент тензоров напряжений и обратимых деформаций по слою

Здесь решена одномерная краевая задача о необратимом деформировании материала толстостенной цилиндрической трубы. Предварительно материал накапливает необратимые деформации ползучести. Затем они становятся начальными для последующего накопления пластических деформаций. Сначала напряженное состояние в процессе пластического течения удовлетворяет грани условия пластичности Ивлева – Ишлинского, а потом выходит на ребро указанного условия. В прошлом году авторами решена подобная задача, в которой вместо условия пластичности Ивлева – Ишлинского рассматривалось условие пластичности Треска [6]. В полученном здесь решении область пластического течения, соответствующая грани условия Ивлева – Ишлинского, оказалась очень узкой в отличие от области течения, соответствующей грани условия Треска. Также имеются отличия во внешнем виде компонент e_{zz} , p_{zz} и σ_{zz} . Это связано с тем, что при условии Ивлева – Ишлинского все эти компоненты присутствуют изначально, а при условии Треска они сначала равны нулю и начинают изменяться только при выходе напряженного состояния на ребро призмы.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. 1966.
- [2] Бегун А. С., Буренин А. А., Ковтанюк Л. В. Большие необратимые деформации в условиях изменяющихся механизмов их производства и проблема задания пластических потенциалов // Доклады академии наук. 2016. Т. 470, № 3. с. 275–278.
- [3] Бегун А. С., Ковтанюк Л. В., Лемза А. О. Смена механизмов накопления необратимых деформаций материалов на примере их вискозиметрического деформирования // Известия РАН. Механика твердого тела. 2018. № 1. с. 103–112.
- [4] Norton F. H. The creep steel of high temperature. Y.: Mc Graw Hill, 1929. 110 p.
- [5] Быковцев Г. И., Ивлев Д. Д. Теория пластичности. 1998.
- [6] Ковтанюк Л. В., Панченко Г. Л. Всестороннее гидростатическое сжатие цилиндрического слоя в условиях ползучести и пластического течения // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2019. № 3 (41). с. 76–84.

A. A. Burenin, L. V. Kovtanyuk, G. L. Panchenko

CREEP AND PLASTIC FLOW OF A MATERIAL OF A THICK-WALLED CYLINDRICAL PIPE UNDER THE ACTION OF UNIFORM INTERNAL PRESSURE

*Institute of Metallurgy and Mechanical Engineering Far-Eastern Branch of RAS,
Konsomolsk-on-Amur, Russia*

Institute of Automation and Control Processes Far-Eastern Branch of RAS, Vladivostok, Russia

Abstract. This paper presents a solution to the boundary value problem of creep and plastic flow of a material of a thick-walled cylindrical pipe under conditions of application of uniform internal pressure increasing with time. In determining the mechanism of accumulation of irreversible deformations, the Ivlev-Ishlinsky criterion is used. All parameters of the stress-strain are calculated.

Keywords: elasticity, creep, plasticity, irreversible deformations, Ivlev – Ishlinsky criterion.

REFERENCES

- [1] Rabotnov Y. N. Creep of structural elements. 1966.
- [2] Begun A. S., Burenin A. A., Kovtanyuk L. V. Large irreversible deformations under conditions of changing mechanisms of their formation and the problem of definition of plastic potentials // *Doklady Physics*. 2016. Vol. 61, no. 9. P. 463–466.
- [3] Begun A. S., Kovtanyuk L. V., Lemza A. O. Change of accumulation mechanisms of irreversible deformations of materials in an example of viscometric deformation // *Mechanics of Solids*. 2018. Vol. 53, no. 1. P. 85–92.
- [4] Norton F. H. The creep steel of high temperature. Y.: Mc Graw Hill, 1929. 110 p.
- [5] Bykovtsev G. I., Ivlev D. D. Theory of Plasticity. 1998.
- [6] Kovtanyuk L. V., Panchenko G. L. Comprehensive hydrostatic compression of cylindrical layer in conditions of creep and plastic flow // *Bulletin of the Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Series: Mechanics of Limit State*. 2019. № 3 (41). c. 76–84.

Burenin Anatoly Alexandrovich, Chief Scientific Employee, Corresponding Member of RAS, Institute of Metallurgy and Mechanical Engineering Far-Eastern Branch of RAS, Konsomolsk-on-Amur, Russia,

Kovtanyuk Larisa Valentinovna, Chief Scientific Employee, Corresponding Member of RAS, Institute of Automation and Control Processes Far-Eastern Branch of RAS, Vladivostok, Russia,
Panchenko Galina Leonidovna, Acting Senior Researcher, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Institute of Automation and Control Processes Far-Eastern Branch of RAS, Vladivostok, Russia.