

Ю. В. Немировский

ПРЕДЕЛЬНЫЕ СОСТОЯНИЯ СЛОИСТЫХ ПОЛИГОНАЛЬНЫХ ВЫПУКЛЫХ ПЛАСТИН С ПРЯМЫМ УГЛОМ КОНТУРА

*Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН,
г. Новосибирск, Россия*

Новосибирский государственный технический университет, г. Новосибирск, Россия

Аннотация. Для класса гибридных полигональных пластин с контурами, имеющими прямой угол при различных условиях нагружения и закрепления, разработан инженерный метод определения первых (предельно упругих) и вторых (предразрушение) предельных нагрузок. Определены критерии их достижения, получены необходимые системы разрешающих уравнений и описан метод их решения.

Ключевые слова: гибридные, слоистые, полигональные пластинки, прямой угол, шарнирное закрепление, защемление контура, концепция слабейшего звена, первая и вторая предельные нагрузки, подклассы рациональных и не вполне рациональных гибридных структур.

DOI: 10.37972/chgpu.2020.81.60.012

УДК: 539.374

Введение. Полигональные пластинки различных видов широко используются во многих отраслях современного машиностроения, судостроения, в авиационной и космической технике и на предприятиях стройиндустрии. Расчеты напряженно-деформированного состояния и несущей способности (за редким исключением) касаются прямоугольных и трапециевидных пластин на основе моделей упругих сред [1, 2] или модели идеальных жестко-пластических материалов по схеме А. А. Гвоздева [3–5]. Эти модели давно демонстрируют невозможность выполнения всё возрастающих экономических и эксплуатационных требований к изделиям при использовании конструкций из однородных материалов.

© Немировский Ю. В., 2020

Немировский Юрий Владимирович

e-mail: nemiyu@mail.ru, доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник, Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, г. Новосибирск; профессор, Новосибирский государственный технический университет, г. Новосибирск, Россия.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №19-01-00038.

Поступила 03.06.2020

К настоящему времени разработано множество эффективных и надежных технологических приемов (склейка, различные типы сварок, плазменного и холодного газодинамического напыления, электронной наплавки и др.), позволяющих создавать различные гибридные конструкции из практически любых наборов материалов. Разрабатываемые в настоящее время методы исследования напряженного состояния и оценки несущей способности таких композитных конструкций основываются, как правило, на моделях упругих сред и не позволяют надежно и адекватно оценивать их реальное поведение. Проблема здесь состоит в том, что от вновь разрабатываемых материалов требуют, обычно, как можно большего увеличения прочностных и пластических характеристик, что приводит к иным перераспределениям напряжений и деформаций в гибридных конструкциях, чем предсказываемые в рамках упругих расчетов. Кроме того, возникающие нелинейные начально-краевые задачи приводят к серьезным аналитическим и численным проблемам при реализации процедур их решения [6–13].

В представленной работе разработан новый подход к расчету и анализу предельных состояний определенного класса полигональных гибридных и однородных пластин, позволяющий с единых позиций анализировать два принципиально разных состояния: первое (предельно-упругое), когда во всех составляющих материалах не будет превышен предел упругости, и второе предельное состояние (состояние предразрушения), когда все материалы или некоторые из них деформируются пластически, но ни один из них не разрушается.

Формулировка проблемы и основные разрешающие уравнения. Будем рассматривать упругое и неупругое деформирование слоистых пластин симметричной структуры из несжимаемых материалов, подчиняющихся деформационной теории пластичности в рамках постановки, изложенной в [14]. Выделим подкласс полигональных пластин с выпуклым контуром, имеющим прямой угол (треугольных, четырехугольных, пятиугольных). Некоторые из них изображены на рис. 1–4.

Будем использовать декартову систему координат с началом в вершине прямого угла и осями x и y , направленными вдоль его сторон. Относительно закрепления контуров рассматриваемых пластин будем считать, что стороны, образующие прямой угол, могут быть закреплены шарнирно или жестко, а остальные стороны — жестко защемлены.

В рамках гипотез, сформулированных в [14], основные соотношения для задач поперечного изгиба пластин определяются следующим набором выражений. Деформации ε_x , ε_y , ε_{xy} связаны с прогибом $w(x, y)$ пластины выражениями

$$\varepsilon_x = -z\kappa_x, \quad \varepsilon_y = -z\kappa_y, \quad \varepsilon_{xy} = -z\kappa_{xy}, \quad (1)$$

$$\kappa_x = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \kappa_y = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \quad \kappa_{xy} = \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}, \quad (2)$$

где z — координата, отсчитываемая от срединной поверхности вдоль нормали к ней. Напряжения в слоях в соответствии с законом Генки–Ильюшина

$$\sigma_{xj} = \frac{\Phi_j(\varepsilon_u)}{\varepsilon_u} \left(\varepsilon_x + \frac{1}{2}\varepsilon_y \right), \quad \sigma_{yj} = \frac{\Phi_j(\varepsilon_u)}{\varepsilon_u} \left(\varepsilon_y + \frac{1}{2}\varepsilon_x \right),$$

$$\tau_j = \frac{\Phi(\varepsilon_u)}{\varepsilon_u} \varepsilon_{xy}, \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (3)$$

$$\varepsilon_u = |z|\kappa_u = |z|(\kappa_x^2 + \kappa_x\kappa_y + \kappa_y^2 + \kappa_{xy}^2)^{1/2}. \quad (4)$$

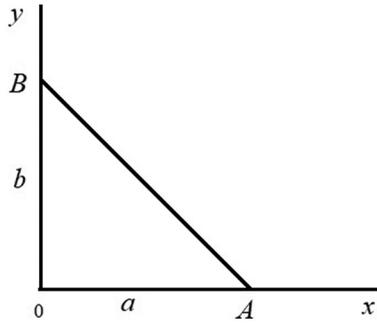


Рис. 1

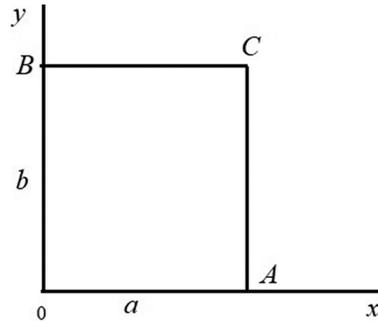


Рис. 2

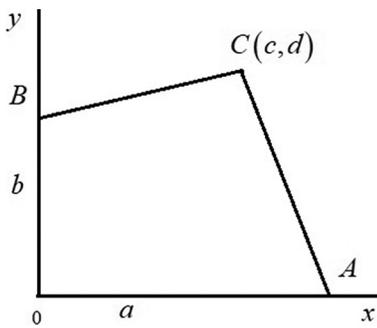


Рис. 3

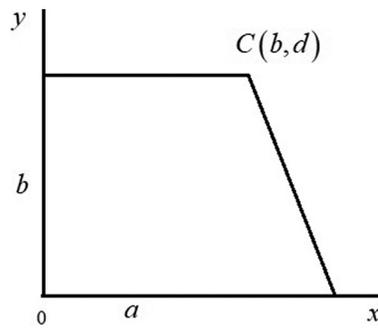


Рис. 4

Изгибающие M_x , M_y и крутящий M_{xy} моменты определяются выражениями

$$M_x = 2 \sum_{j=1}^n \int_{h_{j-1}}^{h_j} \sigma_{xj} z dz, \quad M_y = 2 \sum_{j=1}^n \int_{h_{j-1}}^{h_j} \sigma_{yj} z dz,$$

$$M_{xy} = 2 \sum_{j=1}^n \int_{h_{j-1}}^{h_j} \tau_j z dz, \quad h_0 = 0, \quad (5)$$

h_j — координаты границ раздела слоев. Уравнение равновесия при поперечном изгибе имеет вид

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + q_0 \phi_1(x, y) = 0, \quad (6)$$

q_0 — амплитуда нагрузки, $\phi_1(x, y)$ — функция ее распределения по поверхности пластинки. Для материалов, равносопротивляющихся растяжению и сжатию, диаграммы деформирования достаточно надежно могут быть аппроксимированы кубическими параболой [6, 7] и, таким образом, можно принять зависимости

$$\Phi_j(\varepsilon_u) = A_j \varepsilon_u + B_j \varepsilon_u^3, \quad (0 \leq \varepsilon_u \leq \varepsilon_j^*), \quad B_j = -\frac{A_j}{3(\varepsilon_j^*)^2}, \quad \varepsilon_j^* = \frac{3\sigma_j^*}{2A_j}, \quad (7)$$

A_j , σ_j^* , ε_j^* — модуль Юнга, предел прочности и предельная деформация предразрушения материала j -го слоя. Зависимости (7) позволяют рассматривать как упругое ($B_j = 0$), так и неупругое при $B_j \neq 0$ состояние материала j -го слоя. Для слоистых

конструкций по требованиям эксплуатации важно рассматривать два предельных состояния [15]: первое — предельно упругое (когда для всех составляющих материалов $B_j = 0$ и $\varepsilon_u \leq \varepsilon_0 \leq \min(\varepsilon_1^0, \varepsilon_2^0, \dots, \varepsilon_n^0)$, где $\varepsilon_j^0 = \sigma_{0j}/A_j$ и σ_{0j} — предел упругости материала j -го слоя), и второе состояние — состояние предразрушения (когда $B_j \neq 0$, $\varepsilon_u \leq \varepsilon_* = \min(\varepsilon_1^*, \varepsilon_2^*, \dots, \varepsilon_n^*)$, σ_j^* — предельная деформация предразрушения j -го слоя материала слоистой пластинки). Эти предельные состояния, разумеется, не характеризуют мгновенного опасного состояния эксплуатации, но указывают на определенные надёжные эксплуатационные состояния несущей способности и жесткости рассматриваемых слоистых пластин, после превышения которых может достаточно быстро наступить опасность их реальной эксплуатации вследствие случайных отклонений от режимов эксплуатации или ускоренной деградации свойств материалов.

Цель работы заключается в разработке относительно простой инженерной методики установления первого и второго предельных состояний для рассматриваемых конструкций, а также возможно большего их расширения за счет подбора структуры и расстановки материала слоев в конструкциях. Для реализации указанной цели, наряду со слоистыми конструкциями, будут одновременно рассматриваться эталонные однослойные пластинки тех же геометрических форм и условий нагружения с толщиной $2H_0$ и характеристиками материала $A_0, B_0, \sigma_0^0, \sigma_0^*, \varepsilon_0^0, \varepsilon_0^*$.

Методика расчета. Для всех рассматриваемых пластин решение будем искать в единообразной форме

$$w_k(x, y) = W_k \Psi_k(x, y), \quad w^0(x, y) = W_0 \Psi_k(x, y), \quad k = 1, 2, \dots, n, \quad (8)$$

где для слоистых и однородных (эталонных) пластин W_k, W_0 — константы, а функции $\Psi_k(x, y)$ для k -й пластинки подбираются так, чтобы были выполнены соответствующие граничные условия закрепления на контуре. Например, если все три стороны треугольной пластинки на рис. 1 будут защемлены, то можно принять

$$\Psi_1(x, y) = x^2 y^2 \left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b} - 1 \right)^2. \quad (9)$$

Если стороны OA и OB на рис. 1 шарнирно-оперты, а сторона AB защемлена, то

$$\Psi_2(x, y) = x^3 y^3 \left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b} - 1 \right)^2. \quad (10)$$

Если стороны OA и AB на рис. 1 защемлены, а сторона OB шарнирно-оперта, то

$$\Psi_3(x, y) = x^3 y^2 \left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b} - 1 \right)^2, \quad (11)$$

и если стороны OB и AB защемлены, а сторона OA шарнирно-оперта, то

$$\Psi_4(x, y) = x^2 y^3 \left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b} - 1 \right)^2. \quad (12)$$

Если все стороны прямоугольника $OACB$ на рис. 2 защемлены, то

$$\Psi_5(x, y) = x^2 y^2 \left(\frac{x}{a} - 1 \right)^2 \left(\frac{y}{b} - 1 \right)^2. \quad (13)$$

Если же все они шарнирно-оперты, то

$$\Psi_6(x, y) = x^3 y^3 \left(\frac{x}{a} - 1 \right)^3 \left(\frac{y}{b} - 1 \right)^3. \quad (14)$$

Если стороны AC и BC на рис. 2 защемлены, а стороны OA и OB шарнирно-оперты, то

$$\Psi_7(x, y) = x^3 y^3 \left(\frac{x}{a} - 1 \right)^2 \left(\frac{y}{b} - 1 \right)^2. \quad (15)$$

Если три стороны OA , OB и AC на рис. 2 шарнирно-оперты, а сторона BC защемлена, то

$$\Psi_8(x, y) = x^3 y^3 \left(\frac{x}{a} - 1 \right)^3 \left(\frac{y}{b} - 1 \right)^2. \quad (16)$$

Если параллельные стороны OB и AC на рис. 2 шарнирно оперты, а две других OA и BC защемлены, то

$$\Psi_9(x, y) = x^3 y^2 \left(\frac{x}{a} - 1 \right)^3 \left(\frac{y}{b} - 1 \right)^2. \quad (17)$$

Если все стороны четырехугольника $OACB$ на рис. 3 защемлены, то

$$\Psi_{10}(x, y) = x^2 y^2 [(b-d)x - cy - bc]^2 [dx - (a-c)y - ad]^2. \quad (18)$$

Если стороны OB и OA на рис. 3 шарнирно закреплены, а остальные защемлены, то

$$\Psi_{11}(x, y) = x^3 y^3 [(b-d)x - cy - bc]^2 [dx - (a-c)y - d]^2. \quad (19)$$

Если лишь одна сторона OA на рис. 3 шарнирно-оперта, а остальные защемлены, то будем иметь

$$\Psi_{12}(x, y) = x^3 y^2 [(b-d)x - cy - bc]^2 [dx - (a-c)y - ad]^2. \quad (20)$$

Аналогичные выражения получим для трапеции $OACB$ на рис. 4, если в выражениях (18)–(20) принять $d = b$.

Используя аппроксимацию (7) и выражения для прогибов (8), получим для изгибающих и крутящих моментов эталонных и слоистых пластин выражения

$$\begin{aligned} M_x &= D_1 R_1(w) + D_2 R_2(w), \\ M_y &= D_1 R_3(w) + D_2 R_4(w), \\ M_{xy} &= D_1 R_5(w) + D_2 R_6(w), \end{aligned} \quad (21)$$

где

$$\begin{aligned} R_1(w) &= 2\kappa_x + \kappa_y, & R_2(w) &= (2\kappa_x + \kappa_y)\kappa_u^2, \\ R_3(w) &= 2\kappa_y + \kappa_x, & R_4(w) &= (2\kappa_y + \kappa_x)\kappa_u^2, \\ R_5(w) &= \kappa_{xy}, & R_6(w) &= \kappa_{xy}\kappa_u^2, \\ \kappa_u^2 &= \kappa_x^2 + \kappa_y^2 + \kappa_x\kappa_y + \kappa_{xy}^2, \end{aligned} \quad (22)$$

$$D_1 = \frac{1}{3} \sum_{j=1}^n A_j (h_j^3 - h_{j-1}^3), \quad D_2 = \frac{1}{5} \sum_{j=1}^n B_j (h_j^5 - h_{j-1}^5). \quad (23)$$

Для материалов, одинаково сопротивляющихся растяжению и сжатию, диаграммы деформирования достаточно надежно могут быть аппроксимированы кубическими параболоми [7], и, таким образом, можно принять зависимости

$$\Phi_j(\varepsilon_u) = A_j \varepsilon_u + B_j \varepsilon_u^3, \quad (0 \leq \varepsilon_u \leq \varepsilon_j^*), \quad B_j = \frac{A_j}{3(\varepsilon_j^*)^2}, \quad \varepsilon_j^* = \frac{3\sigma_j^*}{2A_j}, \quad (24)$$

A_j , σ_j^* , ε_j^* — модуль Юнга, предел прочности и предельная деформация предразрушения материала j -го слоя гибридной пластинки. Зависимости (24) позволяют рассматривать как упругое (при $B_j = 0$), так и неупругое (при $B_j \neq 0$) состояния материала

j -го слоя. Для слоистых конструкций по требованиям эксплуатации важно рассматривать два предельных состояния [5, 15]. Первое — предельно упругое, когда для всех составляющих материалов $B_j = 0$ и $\varepsilon_u \leq \varepsilon_0 = \min(\varepsilon_1^0, \varepsilon_2^0, \dots, \varepsilon_n^0)$, где $\varepsilon_j^0 = \sigma_j^0/A_j$ и σ_j^0 — предел упругости материала j -го слоя. Второе (состояние предразрушения), когда $B_j \neq 0$, $\varepsilon_u \leq \varepsilon_* = \min(\varepsilon_1^*, \varepsilon_2^*, \dots, \varepsilon_n^*)$, ε_k — предельная деформация предразрушения k -го слоя пластинки. При этом, по характеру расположения материалов и геометрическим параметрам слоев, будем выделять подклассы рациональных гибридных конструкций и гибридных не вполне рациональных конструкций.

Под гибридными рациональными будем понимать такие слоистые гибридные пластинки, в которых при заданном типе нагружения и закрепления первое или второе предельное состояние реализуется одновременно во всех материалах. Это означает, с учетом равенств (4), что для таких пластин в случае первого предельного состояния расположение материалов и геометрические параметры слоев должны удовлетворять соотношениям

$$h_j \kappa_u^0 = \varepsilon_j^0, \quad (j = 1, 2, \dots, n), \quad (25)$$

$$\kappa_u^0 = \frac{\varepsilon_1^0}{h_1}, \quad \frac{h_2}{h_1} = \frac{\varepsilon_2^0}{\varepsilon_1^0}, \quad \frac{h_3}{h_1} = \frac{\varepsilon_3^0}{\varepsilon_1^0}, \quad \dots, \quad \frac{h_n}{h_1} = \frac{\varepsilon_n^0}{\varepsilon_1^0}, \quad (26)$$

$$\varepsilon_n^0 > \varepsilon_{n-1}^0 > \dots > \varepsilon_1^0. \quad (27)$$

Аналогично для второго предельного состояния гибридных рациональных пластин должны выполняться соотношения

$$\kappa_u^* = \frac{\varepsilon_1^*}{h_1}, \quad \frac{h_2}{h_1} = \frac{\varepsilon_2^*}{\varepsilon_1^*}, \quad \frac{h_3}{h_1} = \frac{\varepsilon_3^*}{\varepsilon_1^*}, \quad \dots, \quad \frac{h_n}{h_1} = \frac{\varepsilon_n^*}{\varepsilon_1^*}, \quad (28)$$

$$\varepsilon_n^* > \varepsilon_{n-1}^* > \dots > \varepsilon_1^*, \quad (29)$$

которые определяют порядок расстановки материалов по толщине и соотношение между геометрическими размерами слоев.

Существенно более широкий подкласс «не вполне рациональных проектов» при отсутствии ограничивающих требований на порядок расстановки слоев и взаимосвязи их геометрических параметров можно анализировать, опираясь на концепцию «слабейшего звена» в конкретных случаях. Из заданного множества материалов рассматриваемых слоистых пластин «слабейшее звено» по первому предельному состоянию определяется требованием

$$\varepsilon_0 = \min(\varepsilon_0^1, \varepsilon_0^2, \dots, \varepsilon_0^n), \quad (30)$$

а второму предельному состоянию — требованием

$$\varepsilon_* = \min(\varepsilon_0^*, \varepsilon_0^*, \dots, \varepsilon_0^*). \quad (31)$$

Тогда, если в рассматриваемой пластине k -й слой материала является слабейшим звеном по первому предельному состоянию, то для этого случая

$$B_j = 0, \quad (j = 1, 2, \dots, n), \quad \kappa_u^0 = \frac{\varepsilon_0}{h_k}, \quad \kappa_u^0 = \max_{x,y \in S} \kappa_u(x, y). \quad (32)$$

Для второго предельного состояния аналогичные выражения будут иметь вид

$$\sigma_k^* = A_k h_k \left[1 + \frac{B_k}{A_k} (h_k \kappa_u)^2 \right], \quad h_m < \frac{\varepsilon_m^*}{\varepsilon_k} h_k, \quad \kappa_u = \max_{x,y \in S} \kappa_u(x, y). \quad (33)$$

Пользуясь выражениями (1)–(5) и (7) для M_x , M_y , M_{xy} , получим

$$\begin{aligned} M_x &= D_1 R_1(w) + D_2 R_2(w), \\ M_y &= D_1 R_3(w) + D_2 R_4(w), \\ M_{xy} &= D_1 R_5(w) + D_2 R_6(w), \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} R_1(w) &= 2\kappa_x + \kappa_y, & R_2(w) &= (2\kappa_x + \kappa_y)\kappa_u^2, \\ R_3(w) &= 2\kappa_y + \kappa_x, & R_4(w) &= (2\kappa_y + \kappa_x)\kappa_u^2, \\ R_5(w) &= \kappa_{xy}, & R_6(w) &= \kappa_{xy}\kappa_u^2, \end{aligned} \quad (35)$$

$$\kappa_u^2 = \kappa_x^2 + \kappa_y^2 + \kappa_x\kappa_y + \kappa_{xy}^2,$$

$$D_1 = \frac{1}{3} \sum_{j=1}^n A_j (h_j^3 - h_{j-1}^3), \quad D_2 = \frac{1}{5} \sum_{j=1}^n B_j (h_j^5 - h_{j-1}^5).$$

И для прогиба $w(x, y)$ из уравнения (6) получим

$$L_1(w) + L_2(w) + q_0\phi(x, y) = 0, \quad (36)$$

$$L_1(w) = D_1 \left[\frac{\partial^2 R_1}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial R_5}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 R_3}{\partial y^2} \right], \quad L_2(w) = D_2 \left[\frac{\partial^2 R_2}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial R_6}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 R_4}{\partial y^2} \right].$$

Необходимые граничные условия для уравнения (2) формулируются в зависимости от условий закрепления на контуре, формулируются на основе граничных условий классической Кирхгофовой теории пластин.

Учитывая сложный нелинейный характер разрешающего уравнения (36), дальнейшее численное решение соответствующих задач будем строить на основе удобных модификаций метода Бубнова–Галеркина [16]. В первом приближении прогиб для соответствующих пластин будем искать в форме

$$w(x, y) = C_i \Psi_i(x, y), \quad (37)$$

где $C_i = \text{const}$, а функция $\Psi_i(x, y)$ подбирается так, чтобы были выполнены соответствующие граничные условия закрепления на контуре рассматриваемой пластины.

В частности, можно использовать, например, функции (9)–(20). Тогда, используя для уравнения (37) процедуру приближенного решения задачи по методу Бубнова–Галеркина [16], для соответствующих коэффициентов C_i будем получать линейные для первых предельных состояний и кубические для вторых предельных состояний алгебраические уравнения связи этих коэффициентов с амплитудами действующих нагрузок. Аналитические решения этих уравнений можно выписать, пользуясь справочной литературой [17]. Пользуясь этими решениями с известными выражениями для прогибов, далее необходимо решить задачу о поиске экстремума функции двух переменных $x, y \in S$ (S — поверхность рассматриваемой пластинки). Определить $\max_{x, y \in S} \kappa_u(x, y)$.

Процедура решения такой задачи $x, y \in S$ также известна из справочной литературы [17]. Для нахождения соответствующих значений предельных нагрузок далее необходимо использовать формулы (25)–(30) в зависимости от структур расположения материалов.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Власов В. З. Тонкостенные пространственные системы. Москва: Госстройиздат, 1958. 502 с.
- [2] Власов В. З. Общая теория оболочек и ее приложения в технике. Москва-Ленинград: Гостехиздат, 1949. 784 с.
- [3] Гвоздев А. А. Расчет несущей способности конструкций по методу предельного равновесия. Москва: Стройиздат, 1949.
- [4] Ржаницын А. Р. Расчет сооружений с учетом пластических свойств материалов. Москва: Госстройиздат, 1954. 304 с.
- [5] Немировский Ю. В. Предельное динамическое состояние слоистых металлических преград // Безопасность и живучесть технических систем: тр. IV Всероссийской конф. (9–13 окт. 2012 г., г. Красноярск). Красноярск: СКТБ, «Наука», КНЦ СО РАН, 2012. Т. 1. С. 171–181.
- [6] Кошур В. Д., Немировский Ю. В. Континуальные и дискретные модели динамического деформирования элементов конструкций. Новосибирск: Наука, 1990. 190 с.
- [7] Немировский Ю. В. Прогнозирование нелинейного деформирования гибридных композитных материалов // Проблемы нелинейной механики деформирования твердого тела: тр. второй Междунар. конф. Казань: Казанский госуниверситет, 2009.
- [8] Немировский Ю. В., Мезенцев С. Г. Начальное разрушение и рациональные структуры армирования многослойных пологих полиармированных оболочек // Механика композитных материалов. 1989. № 3. С. 466–474.
- [9] Немировский Ю. В., Пятаев С. Ф. Определение предельного упругого сопротивления композитов при сложном напряженном состоянии // Проблемы прочности и пластичности. 2000. № 62. С. 5–18.
- [10] Немировский Ю. В., Пятаев С. Ф. Граница упругого поведения композитных материалов с полыми сферическими включениями и переходной зоной // Механика композитных материалов. 1988. № 4. С. 636–643.
- [11] Немировский Ю. В., Янковский А. П. Численное интегрирование двумерных краевых задач с большими градиентами решения // Вычислительные технологии. 2000. Т. 5, № 4. С. 82–96.
- [12] Немировский Ю. В., Янковский А. П. Численное интегрирование динамических задач теории оболочек методом Рунге–Кутты // Численные методы решения задач теории упругости и пластичности: тр. 16-й Межреспубликанской конф. (Новосибирск, 6–8 июля 1999 г.) / под ред. акад. В. М. Фомина. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1999. С. 117–124.
- [13] Nemirovsky Y. V., Yankovsky A. P. Numerical integration the problem MDSB with strongly expressed and quickly varying edge effects // Proc. Third Russian-Korean Intern. Sympos. of science and technology (KORUS 99, June 22–25, 1999, Novosibirsk, Russia). Novosibirsk, 1999. Vol. 1. P. 368–373.
- [14] Немировский Ю. В. Динамика пластических слоисто-волоконистых пластин // Мат. X Всероссийской конф. по механике деформируемого твердого тела (г. Самара). Самара: Самарский государственный технический университет, 2017. Т. 1. С. 106–110.
- [15] Немировский Ю. В. Второе предельное состояние полиметаллических круглых и кольцевых пластин // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2015. № 1(23). С. 189–195.
- [16] Флетчер К. Численные методы на основе метода Галеркина. Москва: Мир, 1988. 353 с.
- [17] Выгодский М. Я. Справочник по высшей математике. Восьмое изд. Москва: Наука, 1966. 870 с.

Yu. V. Nemirovsky

**ULTIMATE STATES OF LAYERED POLYGONAL REJECTED PLATES
WITH DIRECT ANGLE CONTOUR**

*Institute of Theoretical and Applied Mechanics S. A. Khristianovich SB RAS, Novosibirsk, Russia
Novosibirsk state technical University, Novosibirsk, Russia*

Abstract. For a class of hybrid polygonal plates with contours having a right angle under various loading and securing conditions, an engineering method has been developed for determining the first (extremely elastic) and second (pre-fracture) ultimate loads. The criteria for their achievement were determined, the necessary systems of resolving equations were obtained, and the method for solving them was described.

Keywords: hybrid, layered, polygonal plates, right angle, articulation, pinching contour, the concept of the weakest link, the first and second limit loads, subclasses of rational and not quite rational hybrid structures.

REFERENCES

- [1] Vlasov V. Z. Thin Walled Spatial Systems. Moscow: Gosstroyizdat, 1958. 502 p. (in Russian).
- [2] Vlasov V. Z. General theory of shells and its applications in technology. Moscow-Leningrad: Gostekhizdat, 1949. 784 p. (in Russian).
- [3] Gvozdev A. A. Calculation of the bearing capacity of structures using the ultimate equilibrium method. Moscow: Stroyizdat, 1949. (in Russian).
- [4] Rzhantitsyn A. R. Design of structures taking into account the plastic properties of materials. Moscow: Gosstroyizdat, 1954. 304 p. (in Russian).
- [5] Nemirovsky Y. V. Limiting dynamic state of layered metal barriers // Safety and survivability of technical systems: Proceedings IV All-Russian Conf. (Oct 9-13, 2012 , Krasnoyarsk). Krasnoyarsk: SKTB, «Nauka», KNC SO RAN, 2012. Vol. 1. P. 171–181. (in Russian).
- [6] Koshur V. D., Nemirovskii Y. V. Continuous and discrete models of dynamic deformation of structural elements. Novosibirsk: Nauka, 1990. 190 p. (in Russian).
- [7] Nemirovskii Y. V. Predicting Nonlinear Deformation of Hybrid Composite Materials // Problems of nonlinear mechanics of deformation of a rigid body: Proceedings second Intern. conf. Kazan: Kazan State University, 2009. (in Russian).
- [8] Nemirovskii Y. V., Mezentsev S. G. Initial failure and rational reinforcement structures of multi-layer shallow poly-reinforced shells // Mechanics of Composite Materials. 1989. no. 3. P. 466–474. (in Russian).
- [9] Nemirovsky Y. V., Pyataev S. F. Determination of the ultimate elastic resistance of composites under complex stress conditions // Problems of strength and ductility. 2000. no. 62. P. 5–18. (in Russian).
- [10] Nemirovsky Y. V., Pyataev S. F. The boundary of elastic behavior of composite materials with hollow spherical inclusions and transition zone // Mechanics of Composite Materials. 1988. no. 4. P. 636–643. (in Russian).
- [11] Nemirovskii Y. V., Yankovskii A. P. Numerical integration of two-dimensional boundary value problems with large solution gradients // Computational Technologies. 2000. Vol. 5, no. 4. P. 82–96. (in Russian).
- [12] Nemirovskii Y. V., Yankovskii A. P. Numerical integration of dynamic problems of shell theory by the Runge - Kutta method // Numerical methods for solving problems in the theory of elasticity

Yuri Vladimirovich Nemirovsky, Dr. Sci. Phys. & Math., Chief Researcher, Institute of Theoretical and Applied Mechanics S. A. Khristianovich SB RAS, Novosibirsk; Professor, Novosibirsk state technical University, Novosibirsk, Russia.

- and plasticity: Proceedings 16th Inter-Republican conf. (Novosibirsk, July 6-8, 1999) / Ed. by academic V. M. Fomin. Novosibirsk: Publishing house of the SB RAS, 1999. P. 117–124. (in Russian).
- [13] Nemirovskii Y. V., Yankovskii A. P. Numerical integration the problem MDSB with strongly expressed and quickly varying edge effects // Proceedings Third Russian-Korean Intern. Sympos. of science and technology (KORUS 99, June 22-25, 1999, Novosibirsk, Russia). Novosibirsk, 1999. Vol. 1. P. 368–373.
- [14] Nemirovskii Y. V. Dynamics of plastic layered fibrous layers // Proceedings X All-Russian Conf. on solid mechanics. Samara: Samara State Technical University, 2017. Vol. 1. P. 106–110. (in Russian).
- [15] Nemirovsky Y. V. Second limit state of polymetallic circular and annular plates // Bulletin of the Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Series: Mechanics of Limit State. 2015. no. 1 (23). P. 189–195. (in Russian).
- [16] Fletcher K. Numerical methods based on the Galerkin method. Moscow: Mir, 1988. 353 p. (in Russian).
- [17] Vygodskii M. J. Handbook of Higher Mathematics. Eighth edition. Moscow: Science, 1966. 870 p. (in Russian).