Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева
Серия: Механика предельного состояния. 2020. № 3 (45). С. 131–142

А. А. Адамов, И. Э. Келлер, Н. С. Подкина

БАЗОВЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ ДЛЯ ИДЕНТИФИКАЦИИ КЭП-МОДЕЛИ ПЛАСТИЧНОСТИ ГИБКОГО ГРАФИТА

Институт механики сплошных сред УрО РАН, г. Пермь, Россия

Аннотация. Разработка методики экспериментального определения пластических свойств листового материала из терморасширенного графита (гибкого графита) в условиях сжимающих средних напряжений является предметом настоящего исследования. С учетом условий производства и эксплуатации уплотнительных элементов и требований однородности напряженного и деформированного состояний в образце выделен ряд испытаний (всестороннее, трехосное, свободное или стесненное сжатие цилиндра, сжатие цилиндра в упругой трубе и сжатие параллелепипеда в канале), образцы для которых имеют форму сплошного цилиндра либо куба и собираются из дисков или квадратов, вырезанных из листа. Для колец, изготавливаемых навивкой графитовой фольги на цилиндрический сердечник с последующим осевым прессованием в матрице, дополнительно предлагаются испытания всесторонним сжатием, осевым сжатием в зазоре между внешней и внутренней упругими цилиндрическими оболочками, а также растяжением в полудисках. Пластические деформации гибкого графита сопровождаются дилатансией — связанностью сдвиговых и объемных компонент. Обзор подходящих моделей выделил кэп-модель Димаджио и Сэндлера, для материальных функций и констант которой получены выражения через измеряемые и контролируемые в перечисленных испытаниях величины. Избыточное количество данных может служить для проверки адекватности применения кэп-модели для описания пластических свойств гибкого графита.

Ключевые слова: гибкий графит, кэп-модели пластичности, уплотняемые среды, идентификация, базовые эксперименты.

DOI: 10.37972/chgpu.2020.20.13.013

УДК: 539.374

Адамов Анатолий Арсангалеевич
e-mail: adamov@icmm.ru, доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник, ведущий научный сотрудник, Институт механики сплошных сред УрО РАН, г. Пермь, Россия.
Келлер Илья Эрнстович
e-mail: kie@icmm.ru, доктор физико-математических наук, доцент, заведующий лабораторией, Институт механики сплошных сред УрО РАН, г. Пермь, Россия.
Подкина Наталья Сергеевна
e-mail: podkina_ns@mail.ru, начальник испытательного участка, ООО “Силур”, г. Пермь, Россия.

Поступила 20.06.2020

Введение

Гибкие графитовые листы и фольги получают прокаткой терморасширенного графита до плотностей массы около трети плотности кристаллического графита и применяют для изготовления химически инертных прокладок, электродов, датчиков, устройств вибродемпфирования, теплоизоляции, защиты от электромагнитных полей [1]. В литературе предлагается определять механические и прочностные свойства данного материала исключительно из испытаний на одноосное растяжение [2], [3], [4] и индентирование [5]. Воспроизводимые в подобных испытаниях напряженно-деформированные состояния не характеризуются сжимающими средними напряжениями и уплотнением и потому не подходят для расчетов процессов производства и эксплуатации прокладок из гибкого графита, в которых подобные состояния реализуются во всем объеме изделия. Проектирование подходящих базовых экспериментов и методики калибровки моделей пластичности поэтому представляется необходимой и актуальной задачей.

Необратимое уплотнение гибкого графита при сжатии изменяет его упругие, пластические и предельные свойства. Подходящие модели материала встречаются среди уравнений состояния пористых, порошковых, геологических и других некомпактных сред и характеризуются связанностью сдвиговых и объемных деформаций (дилатансией). Первый раздел работы посвящен обзору моделей пластического течения подобных сред с целью анализа их гибкости при аппроксимации экспериментальных данных и удобства использования в численных расчетах. Предложен набор базовых экспериментов, в которых реализуются различные напряженные и деформированные состояния со сжимающим средним напряжением, достаточный для калибровки многоконстантных моделей пластичности уплотняемых сред. Все рассматриваемые эксперименты рассчитаны на испытания многослойных образцов, изготовленных из пластин или фольг гибкого графита: цилиндрических, кубических либо кольцевых. Для каждого из испытаний дается вывод соотношений между константами и функциями простейшей кэп-модели, реализованной в пакете программ `LS-DYNA`®, и измеряемыми в экспериментах величинами.

Обзор моделей пластического течения уплотняемых сред

Главной характеристикой критериев текучести некомпактных сред является диаграмма Бужинского — предельная кривая в полуплоскости $\{p, s \geq 0\}$, где $p = -J_1$, $J_1 = \sigma_{ii}$, а $s = J_2'^{1/2}$, $J_2' = s_{ij}s_{ij}/2$, $s_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_{kk}\delta_{ij}/3$, σ_{ij} — компоненты тензора напряжений, и ее эволюция при деформационном упрочнении. Переменная p есть утроенное среднее напряжение, взятое с противоположным знаком, положительная при сжимающих средних напряжениях и традиционно используется в механике грунтов и порошков. Другой характеристикой подобных критериев является сечение поверхности текучести в пространстве главных напряжений $\sigma_3 \leq \sigma_2 \leq \sigma_1$ девиаторной плоскостью, геометрия которого отражает зависимость от угла вида напряженного состояния $\vartheta:\ \sqrt{3}\,\mathrm{tg}\,\vartheta = \mu$, где $\mu = (2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3)/(\sigma_1 - \sigma_3)$, $\quad -1 \leq \mu \leq 1$ — параметр Лоде. Для рассматриваемого класса сред характерен переход в состояние текучести при определенном значении сжимающего среднего напряжения и следующее за ним деформационное упрочнение за счет необратимого уплотнения при сжатии. Условия текучести дилатирующих сред, отражающие эти особенности, описываются замкнутыми поверхностями в пространстве главных напряжений и представляют собой модификации критериев Друкера – Прагера и Кулона – Мора предельного состояния грунтов либо обобщения критерия Мизеса. Описание множества подобных условий текучести в рамках ассоциированного закона пластического течения содержится в обзорах [6], [7], [8].

Простейшая модель Димаджио и Сэндлера [9] была получена замыканием правильного кругового конуса текучести Друкера – Прагера эллиптической «крышкой». В координатах полуплоскости $\{p, s \geq 0\}$ соответствующие предельные контуры несколько более общей модификации модели задаются уравнениями

$$f_1(s,p) = s - F_1(p) = 0, \quad F_1(p) = \beta + \alpha p - \gamma \exp(-\delta p), \quad p < L(\kappa) \tag{1}$$

и

$$f_2(s,p,\kappa) = s - F_2(p,\kappa) = 0, \; F_2(p,\kappa) = \sqrt{(X(\kappa) - L(\kappa))^2 - (p - L(\kappa))^2}/R, \; L \leq p \leq X, \tag{2}$$

где $\alpha,\ \beta,\ \gamma,\ \delta,\ R$ — положительные константы, а $L = L(\kappa),\ X = X(\kappa)$ — положительные функции параметра упрочнения κ, задающие отрезок на оси p, на котором располагается крышка,

$$L(\kappa) = \{\kappa,\ \kappa > 0;\ 0,\ \kappa \leq 0\}, \qquad X(\kappa) = L(\kappa) + RF_1(L(\kappa)), \tag{3}$$

$$\epsilon_v^p = -\omega\left(1 - \exp(-\chi(X(\kappa) - X_0))\right), \quad \epsilon_v^p = \int_0^t \dot{\epsilon}_{kk}^p dt, \tag{4}$$

где $\omega,\ \chi,\ X_0$ — положительные константы. Ассоциированный с функциями (1), (2) закон пластического течения $\dot{\epsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda}\partial f_{1,2}/\partial\sigma_{ij}$ при условии текучести прогнозирует различные виды дилатансии: пластическое разрыхление $\dot{\epsilon}_v^p = 3(\alpha+\gamma\delta\exp(-\delta p))\dot{e}^p > 0$, где $\dot{e}^p = \sqrt{2\dot{e}_{ij}^p\dot{e}_{ij}^p}$, $\dot{e}_{ij}^p = \dot{\epsilon}_{ij}^p - \dot{\epsilon}_{kk}^p\delta_{ij}/3$ при $p < L$ (течение на конической поверхности) и пластическое уплотнение $\dot{\epsilon}_v^p = -3(p - L)\dot{e}^p/(R^2 s) < 0$ при $L \leq p \leq X$ (течение на эллиптической поверхности) при накоплении сдвиговых деформаций $e^p = \int_0^t \dot{e}^p dt$. Модель реализована в пакете программ `LS-DYNA`® под именем `MAT_025` [10].

Описанная выше «кэп-модель» имеет негладкое сопряжение конической и эллиптической частей поверхности текучести. Простейшее гладкое обобщение модели, предложенное Швером и Мюррей [11], построено заменой функций f_1 и f_2 в (1) и (2) на следующую

$$f(s,p,\kappa) = s^2 - F_1^2(p)F_3(p,\kappa) = 0, \tag{5}$$

где

$$F_3(p,\kappa) = \begin{cases} 1, & p \leq L \\ 1 - \frac{(p-L(\kappa))^2}{(X(\kappa)-L(\kappa))^2}, & p > L \end{cases} \tag{6}$$

Для учета зависимости от угла вида напряженного состояния ϑ критерий (5) предложено модифицировать следующим образом:

$$f(s,p,\vartheta,\kappa) = s^2 - \Lambda(\vartheta)F_1^2(p)F_3(p,\kappa) = 0, \tag{7}$$

где $\Lambda(\vartheta)$ — гладкая материальная функция. Функция (7) аппроксимирует коническую часть поверхности текучести более гибко, чем это позволяют конус Друкера – Прагера или пирамиды Кулона – Мора и Треска – Кулона. Данная гладкая кэп-модель также присутствует в библиотеке моделей материалов пакета программ `LS-DYNA`® под именем `MAT_145` [10].

Другие гладкие многоконстантные обобщения кэп-модели, учитывающие зависимость от угла вида, предложены в работах [12] применительно к порошковой металлургии, [13] для описания предельного состояния бетона, [14] для геоматериалов с изменяемой пористостью.

Отдельно от кэп-моделей располагаются различные обобщения критерия Мизеса. Модель Грина [15]

$$s^2 + \alpha p^2 = \beta \sigma_u^2, \tag{8}$$

предназначенная для описания пластичности пористых материалов и популярная в порошковой металлургии, имеет эллиптический вид предельной кривой и в девиаторной плоскости, и в плоскости Бужинского. В (8) σ_u — предел текучести материала при отсутствии пористости $\eta = v_p/(v_p + v_m) = 0$, где $v_p,\ v_m$ — объем пор и материала в элементарном объеме среды. Оценка несущей способности пористого материала при сдвиге и гидростатическом давлении позволила вывести зависимость коэффициентов функции текучести от параметра пористости

$$\alpha = \frac{1}{4}\left(\frac{3(1-\eta^{1/3})}{(3-2\eta^{1/4})\ln\eta}\right)^2, \qquad \beta = \left(\frac{3(1-\eta^{1/3})}{(3-2\eta^{1/4})}\right)^2. \tag{9}$$

Модель прогнозирует предел текучести при всестороннем растяжении, не являющийся независимым от пределов текучести на сдвиг и гидростатическое сжатие.

Модель Гарсона – Твергарда – Нидлемана (GTN) [16], [17], предназначенная для металлов вблизи предельного состояния, использует гладкую неэллиптическую поверхность текучести

$$\frac{s^2}{\sigma_u^2} + 2\eta^* q_1 \operatorname{ch}(-q_2 p) - 1 - (q_1\eta^*)^2 = 0, \tag{10}$$

где

$$\eta^* = \begin{cases} \eta, & \eta \le \eta_c \\ \eta_c + \frac{1/q_1 - \eta_c}{\eta_f - \eta_c}(\eta - \eta_c), & \eta > \eta_c \end{cases} \tag{11}$$

К (10)-(11) добавляется уравнение эволюции параметра пористости

$$\dot{\eta^*} = (1-\eta)\dot{\epsilon}_v^p + (\Omega(\vartheta)\eta(1-\eta) + \Gamma(e^p)\frac{\sigma_u^2}{s})\dot{e}^p, \tag{12}$$

где $e^p = \int_0^t \dot{e}^p dt$ — накопленная сдвиговая пластическая деформация, а Ω и Γ — материальные функции. Модель GTN также присутствует в пакете программ `LS-DYNA`® под именем `MAT_120` [10].

Существуют и гораздо более сложные модели, не использующие ассоциированный закон. В работе [18] для описания пластичности пористых металлов использована формулировка модели Кэйси и Нагди с поверхностями текучести и нагружения в пространствах напряжений и полных деформаций. Авторы работы [19] применительно к задачам порошковой металлургии использовали предельную поверхность, составленную из пирамиды Кулона – Мора и эллиптической крышки с неассоциированным законом пластического течения для описания разрыхления и ассоциированным — для описания уплотнения. В работе [20] развиваются кэп-модели пластичности с неассоциированными законами пластического течения для моделирования деформационных процессов в горных породах. Авторами [21] для описания сложного нагружения порошковых материалов сформулирована модель пластического течения с комбинированным упрочнением, где за трансляцию поверхности текучести отвечает тензорный параметр пористости.

Задача идентификации модели по базовым экспериментам

Для идентификации какой-либо из описанных выше моделей пластичности необходимо выбрать набор базовых экспериментов, подходящих по условиям нагружения, по регистрируемым данным которых определяются константы и функции модели. Данная обратная задача в большинстве известных работ решается с помощью аналитического либо численного решения прямых задач [22], [21], [12].

Для определения пластических свойств гибкого графита в условиях сжимающих средних напряжений (при наличии сдвиговых) в качестве базовых экспериментов рассматриваются всестороннее и трехосное сжатие цилиндра, свободное и стесненное сжатие цилиндра, сжатие цилиндра в упругой трубе и сжатие параллелепипеда в канале. Пластины имеют толщину 0.8-1.5 мм и плотность 0.6-0.8 г/см^3 (плотность кристаллического графита 2.1-2.2 г/см^3). Испытуемые образцы представляют собой цилиндры диаметром и высотой 20 мм либо кубы с длиной ребра 20 мм, составленные из дисков или квадратов, вырезанных из листа. Испытания на сжатие осуществляются на универсальной испытательной машине, снабженной контактным датчиком продольных перемещений. Приспособления для сжатия цилиндрических образцов описаны в [23]. Испытания на всестороннее и трехосное сжатие по схеме Кармана осуществляются в камере высокого давления. Еще одним объектом, удобным для испытаний, являются уплотнительные кольца, которые изготавливают навивкой фольги толщиной 0.4-0.6 мм на цилиндрический сердечник с последующим осевым прессованием в матрице до плотностей 1.2-1.8 г/см^3. Такие кольца можно подвергать испытаниям всесторонним сжатием, осевым сжатием в зазоре между внешней и внутренней упругими цилиндрическими оболочками, а также растяжением полудисками по стандарту ASTM D2290.

Поскольку в перечисленных испытаниях реализуется уплотнение материала, в первом приближении рассматривается кэп-модель (1)-(4), в рамках которой уплотнению соответствует течение на эллиптической части поверхности текучести. Для ее описания модель имеет три независимых параметра, задающих на плоскости Бужинского центр L, размер X и форму R эллиптической поверхности текучести, причем первые два являются функциями пластического уплотнения. Величины, измеримые в ходе эксперимента, далее теоретически связываются с функциями и константой модели. Поскольку интересуемые пластические свойства соотвествуют состояниям с пластическими деформациями существенно превосходящими упругие, последними при получении оценок мы будем пренебрегать.

Всестороннее сжатие

Ненулевые компоненты тензора напряжений имеют вид $\sigma_{33} = \sigma_{22} = \sigma_{11}$, поэтому $J_1 = 3\sigma_{11}$, $J_2' = 0$ и из критерия текучести (2) следует $X = -3\sigma_{11}$. Испытание осуществляется в камере высокого давления; при этом поверхность образца защищается от проникновения внутрь рабочей жидкости. После испытания с рабочим давлением $-\sigma_{11}$ определяется необратимое относительное изменение объема ϵ_v^p. Совокупность испытаний при различных последовательных значениях давления при ее аппроксимации даст материальную функцию $X(\epsilon_v^p)$.

Поперечное сжатие с фиксированными концами

Если ось цилиндрического образца связать с координатой 3, тензор напряжений имеет следующие ненулевые компоненты: $\sigma_{11} = \sigma_{22}$, σ_{33}, откуда $s_{11} = s_{22} = (\sigma_{11} - \sigma_{33})/3 > 0$, $s_{33} = -2(\sigma_{11} - \sigma_{33})/3$, $J_1 = 2\sigma_{11} + \sigma_{33}$, $J_2' = (\sigma_{11} - \sigma_{33})^2/3$. Из ассоциированного закона пластического течения $\dot{\epsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda}(R^2 s_{ij} - 2(p - L)\delta_{ij})$ с учетом условия стеснения $\dot{\epsilon}_{33}^p = 0$ следует равенство $(R^2+3)\sigma_{33} = (R^2-6)\sigma_{11} - 3L$, подстановка которого в критерий текучести (2) ведет к соотношению

$$L = \left(\sqrt{R^2+3}X - 3R\sigma_{11}\right) / \left(R + \sqrt{R^2+3}\right). \tag{13}$$

После каждого испытания с рабочим давлением из заданного ряда определяется необратимое относительное изменение объема ϵ_v^p. С использованием этих данных и данных испытания на всестороннее сжатие по соотношению (13) определяется зависимость $L(\epsilon_v^p)$ (константа R должна быть известна).

Трехосное сжатие

Испытание проводится в установке [24], реализующей схему Кармана, снабженной камерой высокого давления. Структура тензора напряжений совпадает с предыдущим случаем, но его компоненты в данном испытании контролируются. Для примера будем предполагать пропорциональное изменение компонент напряжений $\sigma_{33} = \chi\sigma_{11}$, причем $\sigma_{11} < \sigma_{33} < 0$. Критерий текучести

$$R^2(1-\chi)^2\sigma_{11}^2 + 3((2+\chi)\sigma_{11} + L)^2 = 3(X - L)^2 \tag{14}$$

позволяет связать константы и функции модели с контролируемыми параметрами σ_{11}, χ. Ассоциированный закон пластического течения позволяет получить выражение для отношений скоростей поперечной к осевой и осевой к объемной пластических деформаций

$$\frac{\dot{\epsilon}_{11}^p}{\dot{\epsilon}_{33}^p} = \frac{(12+R^2)\sigma_{11} + (6-R^2)\sigma_{33} + 6L}{2(6-R^2)\sigma_{11} + 2(3+R^2)\sigma_{33} + 6L}, \quad \frac{\dot{\epsilon}_{33}^p}{\dot{\epsilon}_v^p} = \frac{(6-R^2)\sigma_{11} + (3+R^2)\sigma_{33} + 3L}{9(2\sigma_{11} + \sigma_{33} + L),} \tag{15}$$

которые измеряются после каждого эксперимента с контролируемыми σ_{11} и σ_{33}. Соотношение (15) может служить для определения функции $L(\epsilon_v^p)$. Если нельзя подобрать такую R, что функция $L(\epsilon_v^p)$ не будет зависеть от отношения σ_{11}/σ_{33} (в статистическом смысле), рассматриваемая модель требует усложнения.

Свободное сжатие

Отождествим радиальную и окружную координаты цилиндра с осями 1 и 2, а направление сжатия — с осью 3. В таком случае $\sigma_{11} = \sigma_{22} = 0$, $J_1 = \sigma_{33}$, $s_{11} = s_{22} = -\sigma_{33}/3$, $s_{33} = 2\sigma_{33}/3$, $J_2' = J_1^2/3$. На диаграмме Бужинского данному нагружению соответствует прямая, составляющая угол $\pi/6$ с осью J_1. В зависимости от материала в момент текучести она может достигнуть сечения эллиптической либо конической составляющей предельной поверхности. В первом случае из условие (2) равносильно соотношению

$$X - L = \sqrt{(\sigma_{33} - L)^2 + R^2\sigma_{33}^2/3}, \tag{16}$$

справедливому при σ_{33}, отвечающем моменту начала текучести. При возможности измерения осевой деформации и поперечной деформации либо относительного изменения объема образца, отношение приращений соответствующих величин может быть получено из ассоциированного закона течения и имеет вид

$$\frac{\dot\epsilon_{11}^p}{\dot\epsilon_{33}^p} = \frac{(6 - R^2)\sigma_{33} + 6L}{2(3 + R^2)\sigma_{33} + 6L}, \quad \frac{\dot\epsilon_{33}^p}{\dot\epsilon_v^p} = \frac{(3 + R^2)\sigma_{33} + 3L}{3(2\sigma_{33} + 3L)}. \tag{17}$$

Выражение (2) справедливо как в момент начала текучести, так и для любого момента деформационного упрочнения.

Растяжение тонкого кольца полудисками

В этом испытании течение происходит на конической части поверхности текучести в соответствии с законом $\dot\epsilon_{ij}^p = \dot\lambda(s_{ij}/s + 2F_1'\delta_{ij})$, а вместо выражений (16), (17) появляются

$$(\alpha + \sqrt{3}/3)\sigma_{33} + \gamma\exp(\delta\sigma_{33}) = \beta, \tag{18}$$

$$\dot\epsilon_{11}^p/\dot\epsilon_{33}^p = (\alpha + \gamma\delta\exp(\delta\sigma_{33}) - \sqrt{3}/6)/(\alpha + \gamma\delta\exp(\delta\sigma_{33}) + \sqrt{3}/3). \tag{19}$$

Здесь оси 1 и 3 соответствуют радиальной и окружной координатам. Если в эксперименте регистрируется различие деформаций по толщине и ширине кольца, возникает основание выбора более сложной модели, поскольку потенциал (1) подразумевает $\dot\epsilon_{11}^p = \dot\epsilon_{22}^p$.

Условия стыковки контуров (1) (2) в точке $p = L,\ s = (X - L)/R$ дает следующую связь материальных функций и констант:

$$X = \beta R + (1 + \alpha R)L - \gamma R\exp(-\delta L). \tag{20}$$

Стесненное сжатие

Для данного испытания контролируется напряжение $\sigma_{33},\ \sigma_{11} = \sigma_{22},\ J_1 = 2\sigma_{11}+\sigma_{33}$. Из условия стеснения $\dot\epsilon_{11}^p = \dot\epsilon_{22}^p = 0$ течение на эллиптической крышке сопровождается напряжениями $s_{11} = s_{22} = -2(J_1 + L)/R^2,\ s_{33} = 4(J_1 + L)/R^2,\ J_2' = 12(J_1 + L)^2/R^4$, и из критерия текучести (2) следует $\sqrt{12/R^2 + 1}(J_1 + L) = L - X$. Учитывая, что $s_{11} = \sigma_{11} - J_1/3$, можно получить связь компонент $(R^2 + 12)\sigma_{11} = (R^2 - 6)\sigma_{33} - 6L$, откуда $(R^2 + 12)J_1 = 3R^2\sigma_{33} - 12L$ и следует соотношение

$$\sigma_{33} = -L/3 - \sqrt{R^2 + 12}(X - L)/R, \tag{21}$$

которое можно использовать для идентификации материальных констант и функций. Траектория нагружения на диаграмме Бужинского зависит от закона упрочнения, который заранее не известен.

Если течение развивается на конической части поверхности текучести, то вследствие однородности первой степени функии (1) по s следует, что $s_{11} = s_{22} \propto s$, откуда и из определения s, $s_{33} \propto s$. Для стесненного сжатия компоненты девиатора напряжений соотносятся между собой как $s_{11} = s_{33}/2$, поэтому в общем случае необходимо $s = 0$, что соответствует вершине конуса, растягивающему среднему напряжению и разрыхлению. Поскольку такое поведение маловероятно для рассматриваемого материала, этот случай не будет приниматься во внимание.

Сжатие в упругой цилиндрической оболочке

В отличие от предыдущих данное испытание позволяет измерять тангенциальные деформации упругой цилиндрической оболочки, внутри которой происходит осевое сжатие сплошного цилиндрического образца. Для этого на внешнюю поверхность цилиндрической оболочки наклеиваются тензодатчики. В рамках безмоментной теории упругих оболочек [25] и предположений об однородности деформаций оболочки вдоль образующей и свободы концов трубы от продольных усилий можно получить следующую связь компонент σ_{11} и ϵ_{11} :

$$\epsilon_{11} = \frac{a}{h}\frac{\sigma_{11}}{E}, \tag{22}$$

где $a,\ h$ — радиус и толщина цилиндрической оболочки, E — модуль Юнга ее материала. Эти же компоненты реализуются в испытуемом образце.

Тензор напряжений имеет ту же структуру, как и в эксперименте на стесненное сжатие, однако для тензора пластических деформаций $\dot\epsilon^p_{11} = \dot\epsilon^p_{22} \neq 0$. Из соотношений ассоциированного закона течения $\dot\epsilon^p_{11} = \dot\lambda(R^2 s_{11} + 2(J_1 + L))$, $\dot\epsilon^p_{33} = \dot\lambda(R^2 s_{33} + 2(J_1 + L))$ и определений $\dot\epsilon^p_v = 2\dot\epsilon^p_{11} + \dot\epsilon^p_{33}$, $J_1 = 2\sigma_{11} + \sigma_{33}$ и компонент девиатора напряжений $s_{11} = (\sigma_{11} - \sigma_{33})/3$, $s_{33} = -2(\sigma_{11} - \sigma_{33})/3$ можно получить следующие равенства:

$$\frac{\dot\epsilon^p_{11}}{\dot\epsilon^p_{33}} = \frac{(12+R^2)\sigma_{11} + (6-R^2)\sigma_{33} + 6L}{2(6-R^2)\sigma_{11} + 2(3+R^2)\sigma_{33} + 6L}, \quad \frac{\dot\epsilon^p_{11}}{\dot\epsilon^p_{v}} = \frac{(12+R^2)\sigma_{11} + (6-R^2)\sigma_{33} + 6L}{18(2\sigma_{11} + \sigma_{33} + L)}. \tag{23}$$

Совместное применение соотношений (22), (23) позволяет определить зависимость $L(\epsilon^p_v)$ по измерениям σ_{33}, ϵ^p_{11} и $d\epsilon^p_{11}/d\epsilon^p_{33}$ при известных значениях объемной пластической деформации и константе R.

Если в качестве образца рассматривается полый цилиндр, его внутренняя поверхность также должна опираться на упругую цилиндрическую оболочку, а осевое сжатие образца происходить в пространстве между внутренней и внешней оболочками, обеспечивая свободное перемещение образца относительно них. Для обеспечения однородности распределения деформаций и напряжений по радиусу образца толщина стенки внутренней оболочки h_1 должна соотноситься с толщиной стенки внешней оболочки h_2 и радиусами обеих $a_1,\ a_2$ согласно следующему соотношению:

$$\frac{a_1}{h_1} = \frac{a_2}{h_2}. \tag{24}$$

Это требование следует из (22).

Сжатие в канале

Направим координаты 1 и 2 вдоль оси канала и в поперечном направлении, а координату 3 — вдоль оси сжатия. В таком случае $\sigma_{11} = 0$, а из условия $\dot\epsilon^p_{22} = 0$ следует $s_{22} = -2(J_1 + L)/R^2$. С учетом определений компонент девиатора напряжений последовательно получаем $\sigma_{22} = ((R^2 - 6)\sigma_{33} - 6L)/(2R^2 + 6)$, $J_1 = (3R^2\sigma_{33} - 6L)/(2R^2 + 6)$, $J_1 + L = (3\sigma_{33} + 2L)R^2/(2R^2 + 6)$, $J_2 = ((\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + \sigma_{22}^2 + \sigma_{33}^2)/6 = ((R^4 + 6R^2 + 36)\sigma_{33}^2 + 36\sigma_{33}L + 12L^2)/(2R^2 + 6)^2$. Подставляя данные выражения в критерий текучести (2), можно получить соотношение

$$\left((R^2 + 12)\sigma_{33}^2 + 12\sigma_{33}L + 4L^2\right) R^2 = 4(R^2 + 3)(X - L)^2, \tag{25}$$

которое можно использовать с целью идентификации материальных констант и функций модели. При возможности измерения сжимающих и поперечных либо объемных пластических деформаций образца в последовательные моменты времени отношения соответствующих скоростей могут быть получены из ассоциированного закона течения и имеют вид

$$\frac{\dot{\epsilon}_{11}^p}{\dot{\epsilon}_{33}^p} = \frac{(6 - R^2)\sigma_{33} + 6L}{(12 + R^2)\sigma_{33} + 6L}, \quad \frac{\dot{\epsilon}_{33}^p}{\dot{\epsilon}_v^p} = \frac{(12 + R^2)\sigma_{33} + 6L}{6(3\sigma_{33} + 2L)}. \tag{26}$$

Выражение (26) справедливо как в момент начала текучести, так и для любого момента деформационного упрочнения.

Заключение

Для возможности экспериментального определения пластических свойств гибкого графита в условиях сжимающих средних напряжений предложен ряд стандартных и нестандартных испытаний, существенно расширяющий эксперименты на одноосное растяжение и индентирование, предлагаемые для этого в немногих существующих работах. Выполнен обзор моделей пластичности дилатирующих сред, к которым относится гибкий графит, и выбрана простейшая модель, присутствующая в пакете программ `LS-DYNA`®. Для всех видов испытаний получены соотношения между константами и функциями модели и измеряемыми и контролируемыми в экспериментах величинами. Результаты требуются для идентификации рассматриваемой модели и нуждаются в практической апробации.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Chung D. Flexible graphite for gasketing, adsorption, electromagnetic interference shielding, vibration damping, electrochemical applications, and stress sensing // Journal of Materials Engineering and Performance. 2000. no. 9. P. 161–163.

[2] Dowell M., Howard R. Tensile and compressive properties of flexible graphite foils // Carbon. 1986. no. 24. P. 311–323.

[3] Influences of density and flake size on the mechanical properties of flexible graphite / Y. Leng, J. Gu, W. Cao et al. // Carbon. 1998. no. 36. P. 875–881.

[4] Калашник Н. А., Ионов С. Г. Механические и теплофизические свойства фольг на основе низкоплотных углеродных материалов // Известия высших учебных заведений. Серия: Химия и химическая технология. 2017. № 9 (60). С. 11–16.

[5] Nanoindentation of flexible graphite: Experimental versus simulation studies / M. Khelifa, V. Fierro, J. Macutkevic et al. // Advanced Material Science. 2018. no. 3 (2). P. 2–11.

[6] Aubertin M., Li L. A porosity-dependent inelastic criterion for engineering materials // International Journal of Plasticity. 2004. no. 12 (20). P. 2179–2208.

[7] Altenbach H., Bolchoun A., Kolupaev V. A. Phenomenological Yield and Failure Criteria // Plasticity of Pressure-Sensitive Materials, Engineering Materials / Ed. by A. Öchsner, H. Altenbach. Berlin, Heidelberg: Springer, 2014. P. 49–152.

[8] Kolupaev V., Yu M.-H., Altenbach H. Fitting of the strength hypotheses // Acta Mechanica. 2016. no. 6 (227). p. 1533–1556.

[9] DiMaggio F., Sandler I. Material models for granular soils // Journal of the Engineering Mechanics Division ASCE. 1971. no. 97. p. 935–950.

[10] Livermore Software Technology Corporation. LS-DYNA® Keyword User's Manual. Volume II. Material Models. Version R10.0. 2017.

[11] Schwer L., Murray Y. A three-invariant smooth cap model with mixed hardening // International Journal for Numerical and Analytical Methods In Geomechanics. 1994. no. 18. P. 657–688.

[12] Khoei A., Azami A. A single cone-cap plasticity with an isotropic hardening rule for powder materials // International Journal of Mechanical Sciences. 2005. no. 1 (47). P. 94–109.

[13] Ottosen N. A Failure Criterion for Concrete // Journal of the Engineering Mechanics Division ASCE. 1977. no. 103. P. 527–535.

[14] Mahnken R. Theoretical, numerical and identification aspects of a new model class for ductile damage // International Journal of Plasticity. 2002. № 7 (18). c. 801–831.

[15] Green R. A plasticity theory for porous solids // International Journal of Mechanical Sciences. 1972. no. 4 (14). P. 215–224.
[16] Gurson A. Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth: Part I – Yield criteria and flow rules for porous ductile media // Journal of Engineering Materials and Technologies. 1977. no. 1 (99). P. 2–15.
[17] Tvergaard V., Needleman A. Analysis of the cup–cone fracture in a round tensile bar // Acta Metallurgica. 1984. no. 32. p. 157–169.
[18] Kim K. Elasto-plastic response of porous metals under triaxial loading // International Journal of Solids and Structures. 1988. no. 9 (24). P. 937–945.
[19] Gu C., Kim M., Anand L. Constitutive equations for metal powders: application to powder forming processes // International Journal of Plasticity. 2001. no. 2 (17). P. 147–209.
[20] Гарагаш И.А., Николаевский В.Н. Неассоциированные законы течения и локализация пластической деформации // Успехи механики. 1989. № 1 (12). С. 131–183.
[21] Шестаков Н.А., Субич В.Н., Демин В.А. Уплотнение, консолидация и разрушение пористых материалов. Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2011. 264 с.
[22] Цеменко В.Н. Деформирование порошковых сред. Санкт-Петербург: Издательство Санкт-Петербургского государственного технического университета, 2001. 104 с.
[23] Адамов А.А. Сравнительный анализ двухконстантных обобщений закона Гука для изотропных упругих материалов при конечных деформациях // Прикладная механика и техническая физика. 2001. № 5 (42). с. 183–192.
[24] High Pressure Triaxial Cell for Metal Powder / P. Doremus, C. Geindreau, A. Martin et al. // Powder Metallurgy. 1995. no. 4 (38). P. 284–287.
[25] Елисеев В.В. Механика упругих тел. Санкт-Петербург: Издательство Санкт-Петербургского государственного технического университета, 1999. 341 с.

A. A. Adamov, I. E. Keller, N. S. Podkina

BASIC EXPERIMENTS FOR IDENTIFICATION OF THE CAP MODEL OF FLEXIBLE GRAPHITE PLASTICITY

Institute of Continuous Media Mechanics of UB RAS, Perm, Russia

Abstract. The development of a method for experimental determination of the plastic properties of thermally expanded graphite sheets (flexible graphite) under compressive medium stresses is the subject of this study. This problem is practically not reflected in publications, with the exception of several that offer uniaxial tension and indentation tests for its solution. The conditions of manufacture and operation of sealing elements and uniformity of stress-strain state in the specimen is allowed to allocate a range of suitable tests (all-round and triaxial compression of cylinder, free and constrained compression of cylinder, compression of cylinder in an elastic pipe and compression of parallelepiped in the channel), the samples which have the form of a solid cylinder or cube and is made of discs or squares cut from the sheet. For rings made by winding graphite foil on a cylindrical core with subsequent axial compression in the matrix, tests are additionally offered for all-round compression, axial compression in the gap between the outer and inner elastic cylindrical shells, as well as stretching in half-disks. A feature of the plastic properties of flexible graphite is its dilatancy, that is coupling of shear and volumetric plastic strains. A review of the relevant models was performed, as a result of which DiMaggio and Sandler cap model was selected, its material functions and constants were associated with the values measured and controlled in the above tests. The excessive amount of data allows us to check the adequacy of the application of the cap model to describe the plastic properties of flexible graphite.

Keywords: flexible graphite, cap plasticity models, compacted media, identification, basic experiments

REFERENCES

[1] Chung D. Flexible graphite for gasketing, adsorption, electromagnetic interference shielding, vibration damping, electrochemical applications, and stress sensing // Journal of Materials Engineering and Performance. 2000. no. 9. P. 161–163.

[2] Dowell M., Howard R. Tensile and compressive properties of flexible graphite foils // Carbon. 1986. no. 24. P. 311–323.

[3] Influences of density and flake size on the mechanical properties of flexible graphite / Y. Leng, J. Gu, W. Cao et al. // Carbon. 1998. no. 36. P. 875–881.

[4] Kalashnik N., Ionov S. Mechanical and thermophysical properties of graphite foils based on low-density carbon materials // Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Khim. Khim. Tekhnol. 2017. no. 9 (60). P. 11–16. (in Russian).

[5] Nanoindentation of flexible graphite: Experimental versus simulation studies / M. Khelifa, V. Fierro, J. Macutkevic et al. // Advanced Material Science. 2018. no. 3 (2). P. 2–11.

[6] Aubertin M., Li L. A porosity-dependent inelastic criterion for engineering materials // International Journal of Plasticity. 2004. no. 12 (20). P. 2179–2208.

[7] Altenbach H., Bolchoun A., Kolupaev V. A. Phenomenological Yield and Failure Criteria // Plasticity of Pressure-Sensitive Materials, Engineering Materials / Ed. by A. Öchsner, H. Altenbach. Berlin, Heidelberg: Springer, 2014. P. 49–152.

[8] Kolupaev V., Yu M.-H., Altenbach H. Fitting of the strength hypotheses // Acta Mechanica. 2016. no. 6 (227). p. 1533–1556.

[9] DiMaggio F., Sandler I. Material models for granular soils // Journal of the Engineering Mechanics Division ASCE. 1971. no. 97. p. 935–950.

[10] Livermore Software Technology Corporation. LS-DYNA® Keyword User's Manual. Volume II. Material Models. Version R10.0. 2017.

[11] Schwer L., Murray Y. A three-invariant smooth cap model with mixed hardening // International Journal for Numerical and Analytical Methods In Geomechanics. 1994. no. 18. P. 657–688.

[12] Khoei A., Azami A. A single cone-cap plasticity with an isotropic hardening rule for powder materials // International Journal of Mechanical Sciences. 2005. no. 1 (47). P. 94–109.

[13] Ottosen N. A Failure Criterion for Concrete // Journal of the Engineering Mechanics Division ASCE. 1977. no. 103. P. 527–535.

[14] Mahnken R. Theoretical, numerical and identification aspects of a new model class for ductile damage // International Journal of Plasticity. 2002. no. 7 (18). p. 801–831.

[15] Green R. A plasticity theory for porous solids // International Journal of Mechanical Sciences. 1972. no. 4 (14). P. 215–224.

[16] Gurson A. Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth: Part I – Yield criteria and flow rules for porous ductile media // Journal of Engineering Materials and Technologies. 1977. no. 1 (99). P. 2–15.

[17] Tvergaard V., Needleman A. Analysis of the cup–cone fracture in a round tensile bar // Acta Metallurgica. 1984. no. 32. p. 157–169.

[18] Kim K. Elasto-plastic response of porous metals under triaxial loading // International Journal of Solids and Structures. 1988. no. 9 (24). P. 937–945.

[19] Gu C., Kim M., Anand L. Constitutive equations for metal powders: application to powder forming processes // International Journal of Plasticity. 2001. no. 2 (17). P. 147–209.

[20] Garagash I., Nikolaevskiy V. Nonassociated flow laws and plastic strain localization // Advances in Mechanics. 1989. no. 1 (12). P. 131–183. (in Russian).

[21] Shestakov N., Subich V., Demin V. Compaction, consolidation and failure of porous materials. Moscow: FIZMATLIT, 2011. 264 p. (in Russian).

Adamov Anatoliy Arsangaleevich, Dr. Sci. Phys. & Math., Senior Researcher, Leading Researcher, Institute of Continuous Media Mechanics of UB RAS, Perm, Russia.

Keller Ilya Ernstovich, Dr. Sci. Phys. & Math., Associated Professor, Head of laboratory, Institute of Continuous Media Mechanics of UB RAS, Perm, Russia.

Podkina Nataliya Sergeevna, Head of the test area, JSC "Sealur", Perm, Russia.

[22] Tsemenko V. Deformation of powder media. St.-Petersburg: St.-Petersburg State Technical University Press, 2001. 104 p. (in Russian).
[23] Adamov A. Comparative analysis of the two-constant generalizations of Hooke's law for isotropic elastic materials at finite strains // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2001. no. 5 (42). p. 890–897.
[24] High Pressure Triaxial Cell for Metal Powder / P. Doremus, C. Geindreau, A. Martin et al. // Powder Metallurgy. 1995. no. 4 (38). P. 284–287.
[25] Eliseev V. Mechanics of elastic bodies. St.-Petersburg: St.-Petersburg State Technical University Press, 1999. 341 p. (in Russian).