Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева
Серия: Механика предельного состояния. 2020. № 3 (45). С. 152–161

В. М. Мирсалимов

О ЧАСТИЧНОМ ЗАКРЫТИИ ЩЕЛИ ПЕРЕМЕННОЙ ШИРИНЫ С КОНЦЕВЫМИ ЗОНАМИ ПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ В МАССИВЕ ГОРНОЙ ПОРОДЫ

Азербайджанский технический университет, г. Баку, Азербайджан

Аннотация. Рассматривается задача о сжатии изотропной горной среды с щелью переменной ширины с концевыми пластическими зонами. Считается, что взаимодействие поверхностей щели под действием тектонических и гравитационных усилий в массиве горной породы может приводить к возникновению зон контакта. Исследуется случай возникновения нескольких участков контакта берегов щели. При этом считается, что на некоторой части площадки контакта возникает сцепление берегов, на остальной части возможно проскальзывание. Нахождение неизвестных параметров, характеризующих частичное закрытие щели, сводится к решению системы сингулярных интегральных уравнений. Определены контактные напряжения, значения размеров участков контакта и концевых зон пластических деформаций.

Ключевые слова: массив горной породы, щель переменной ширины, концевые зоны пластических деформаций, тектонические и гравитационные усилия, контактные напряжения.

DOI: 10.37972/chgpu.2020.51.68.015

УДК: 539.375

Введение. В механике горных пород, изучающей закономерности напряженного состояния и механического поведения горного массива при добыче полезных ископаемых, широкое применение имеют методы механики разрушения. Исследование в области очага разрушения горного массива очень важно в горной науке. Одной из актуальных проблем является исследование разрушения горного массива, ослабленного различными трещинами, щелями, полостями.

Рассмотрим разрушение массива горной породы, ослабленного прямолинейной щелью переменной ширины $h(x)$, поверхность которой находится под действием внутреннего давления $p(x)$. В процессе деформации горного массива в некоторых точках среды могут появляться зоны, в которых закон Гука не выполняется, т.е. напряжения превосходят предел упругости. Будем горную породу моделировать реальным хрупким телом в соответствии с моделью Леонова–Панасюка–Дагдейла [1]. По мере нагружения горного массива силовой нагрузкой будут возникать концевые зоны,

---

Мирсалимов Вагиф Мирахмедович
e-mail: mir-vagif@mail.ru, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры механики, Азербайджанский технический университет, г. Баку, Азербайджан.

Поступила 20.06.2020

которые моделируются как области ослабленных межчастичных связей материала массива [2, 3].

Исследуется квазистатический процесс деформирования горного массива. При наличии вблизи щели зон с нарушенной структурой в процесс разрушения вовлекается достаточно большая часть щели и область, в которой происходит разрушение, рассматривается как некоторый слой (концевая зона), примыкающий к щели и содержащий материал с частично нарушенными связями. Используется модель Леонова–Панасюка–Дагдейла, согласно которой пластическая область сосредоточена в некоторой узкой области на продолжении трещины. Опубликован ряд работ, посвященных исследованию деформированных тел с трещинами с учетом наличия сил сцепления между берегами и возможности их контакта [4–15].

Как известно, получить решение задачи механики разрушения с учетом контакта берегов щели значительно сложнее. Это связано с увеличением числа неизвестных параметров задачи, таких как контактные напряжения, границы контакта и т.п. В тоже время эти проблемы с учетом частичного контакта берегов щели представляют значительный интерес при исследовании разрушения горных пород, композитных материалов и др. Вопросы частичного контактирования берегов щели переменной ширины в горной породе мало изучены. Учет переменности ширины щели в горном массиве при контакте ее берегов практически не исследован. В настоящей работе дана общая постановка задачи, в которой учитывается переменность ширины щели, трение и сцепление ее берегов при действии тектонических и гравитационных сил. Получено решение для щели с учетом пластических деформаций в концевых зонах. Контактные напряжения определяются в квадратурах, что удобно для практического применения в инженерных расчетах.

Постановка задачи. Рассмотрим массив горной породы, ослабленный прямолинейной щелью переменной ширины $h(x)$, сравнимой с упругими деформациями. Принято, что горная порода является однородным и изотропным телом, щель расположена достаточно далеко от поверхности земли. Длина щели принята $2l = b - a$. Пусть тяжелое полупространство $y < H$ ослаблено одной прямолинейной щелью, параллельной поверхности полупространства. Рассматривается модель щели с концевыми зонами пластических деформаций с постоянными напряжениями.

В процессе нагружения массива горной породы при некотором соотношении физических и геометрических параметров среды и действующих тектонических и гравитационных усилий и поверхностных нагрузок появляются зоны сжимающих напряжений, в которых берега щели могут войти в контакт. Это приведет к появлению контактных напряжений на данном участке берегов щели. Считаем, что в процессе деформирования берега щели вступают в контакт на участках (α_k, β_k) $(k = 1, 2, \dots, n)$. Принято, что каждая площадка контакта состоит из участка сцепления берегов (c_k, d_k) и двух участков (α_k, c_k) и (d_k, β_k), на которых возможно проскальзывание.

Напряженно-деформированное состояние массива горной породы формируется главным образом от действия тектонических и гравитационных усилий. Тектонические усилия принимаем постоянными по глубине массива. Распределение напряжений в массиве горной породы от действия гравитационных усилий принято согласно гипотезе А.Н. Динника:

$$\sigma_x = -\lambda\rho_* g(H - y), \quad \sigma_y = -\rho_* g(H - y), \quad \tau_{xy} = 0,$$

где σ_x, σ_y — горизонтальные и вертикальные нормальные напряжения соответственно; τ_{xy} — касательные напряжения; $\lambda = \nu/(1-\nu)$ — коэффициент бокового распора породы; ν — коэффициент Пуассона; ρ_* — средняя плотность горного массива; g — ускорение силы тяжести; $(H-y)$ — глубина рассматриваемой точки массива от поверхности земли.

Кроме того, считается, что вдали от щели упругое полупространство сдеформировано напряжениями (имитирующими тектонические усилия)

$$\sigma_x = \sigma_x^\infty, \quad \sigma_y = \sigma_y^\infty, \quad \tau_{xy} = 0,$$

а поверхность полупространства $y = H$ подвержена постоянной нормальной нагрузке $\sigma_y = \sigma_y^\infty$ и равной нулю касательной.

Обозначим: L_1 — совокупность участков сцепления; L_2 — совокупность участков проскальзывания; L_3 — совокупность участков, на которых действует внешнее давление $p(x)$; L_4 — совокупность концевых пластических участков $(a_1, a) \cup (b, b_1)$. В процессе деформирования горного массива в зонах, где берега щели вошли в контакт, возникают нормальные $p_y(x)$ и касательные $p_{xy}(x)$ напряжения, значения которых заранее неизвестны и подлежат определению. Отметим, что в рассматриваемом случае щель состоит из трех областей: 1) противоположные берега щели, нагруженные давлением; 2) концевые зоны пластических деформаций (a_1, a) и (b_1, b); 3) зоны (α_k, β_k), в которых берега щели вошли в контакт.

Граничные условия задачи на берегах щели и концевых зон в рассматриваемой задаче имеют вид

$$\begin{gathered}
\sigma_y - i\tau_{xy} = p_y(x) - ip_{xy}(x) \quad \text{на } L_1,\\
\sigma_y - i\tau_{xy} = (1 - if_0(x))p_y(x) \quad \text{на } L_2,\\
\sigma_y - i\tau_{xy} = -p(x) \quad \text{на } L_3,\\
\sigma_y - i\tau_{xy} = \sigma_s - i\tau_s \quad \text{на } L_4,
\end{gathered} \tag{1}$$

$$\begin{gathered}
\frac{\partial}{\partial x}(v^+ - v^-) = -h'(x) \quad \text{на } L_1 + L_2,\\
\frac{\partial}{\partial x}(u^+ - u^-) = 0 \quad \text{на } L_1.
\end{gathered} \tag{2}$$

Здесь принято, что на участках проскальзывания имеют место силы сухого трения (закон трения принимается в форме Амонтона–Кулона); $f_0(x)$ — коэффициент трения; $(u^+ - u^-)$ — касательная, $(v^+ - v^-)$ — нормальная составляющие раскрытия берегов щели.

Размеры контактных и концевых зон пластических деформаций заранее неизвестны и подлежат определению.

Метод решения. Напряженное состояние в горном массиве с щелью представим в виде суммы:

$$\sigma_x = \sigma_x^0 + \sigma_x^1, \quad \sigma_y = \sigma_y^0 + \sigma_y^1, \quad \tau_{xy} = \tau_{xy}^0 + \tau_{xy}^1. \tag{3}$$

Здесь $\sigma_x^0, \sigma_y^0, \tau_{xy}^0$ — компоненты тензора напряжений в нетронутом (сплошном) массиве горной породы $y < H$:

$$\sigma_x^0 + \sigma_y^0 = \sigma_x^\infty + \sigma_y^\infty + \frac{\rho_* g}{2i(1-\nu)}(z - \bar{z} - 2iH),$$

$$\sigma_y^0 - \sigma_x^0 + 2i\tau_{xy}^0 = \sigma_y^\infty - \sigma_x^\infty + \frac{\rho_* g(1-2\nu)}{2i(1-\nu)}(z - \bar{z} - 2iH).$$

Считается, что щель расположена достаточно далеко от поверхности полупространства, при этом граничные условия на берегах щели будем удовлетворять точно, а на границе полупространства приближено, асимптотически. С учетом формул (3) граничные условия (1) запишем в следующем виде:

$$\begin{gathered}\sigma_y^1 - i\tau_{xy}^1 = p_y(x) - ip_{xy}(x) - (\sigma_y^0 - i\tau_{xy}^0) \quad \text{на } L_1,\\ \sigma_y^1 - i\tau_{xy}^1 = (1 - if_0(x))p_y(x) - (\sigma_y^0 - i\tau_{xy}^0) \quad \text{на } L_2,\\ \sigma_y^1 - i\tau_{xy}^0 = -p(x) - (\sigma_y^0 - i\tau_{xy}^0) \quad \text{на } L_3,\\ \sigma_y^1 - i\tau_{xy}^1 = \sigma_s - i\tau_s - (\sigma_y^0 - i\tau_{xy}^0) \quad \text{на } L_4.\end{gathered} \tag{4}$$

Напряженное состояние σ_x^1, σ_y^1, τ_{xy}^1 удовлетворяет однородному бигармоническому уравнению для функций напряжений. Следовательно, компоненты тензора напряжений σ_x^1, σ_y^1, τ_{xy}^1 и вектора перемещений u_1, v_1 выразим через две кусочно-аналитические функции комплексного переменного $z = x + iy$ $\Phi(z)$ и $\Omega(z)$ [16]:

$$\begin{gathered}\sigma_y^1 - i\tau_{xy}^1 = \Phi(z) + \Omega(\bar z) + (z - \bar z)\overline{\Phi'(z)},\\ 2\mu\frac{\partial}{\partial x}(u_1 + iv_1) = \kappa\Phi(z) - \Omega(\bar z) - (z - \bar z)\overline{\Phi'(z)},\end{gathered} \tag{5}$$

где μ — модуль сдвига материла горной породы.

С помощью граничных условий (4) и представлений (5) приходим [16] к задаче линейного сопряжения с разрывными коэффициентами:

$$\begin{gathered}[\Phi(t) + \Omega(t)]^+ + [\Phi(t) + \Omega(t)]^- = 2f(t),\\ [\Phi(t) - \Omega(t)]^+ - [\Phi(t) - \Omega(t)]^- = 0,\end{gathered} \tag{6}$$

где

$$f(t) = \begin{cases} p_y - ip_{xy} - (\sigma_y^0 - i\tau_{xy}^0) \quad \text{на } L_1,\\ (1 - if_0(x))p_y - (\sigma_y^0 - i\tau_{xy}^0) \quad \text{на } L_2,\\ -p_x - (\sigma_y^0 - i\tau_{xy}^0) \quad \text{на } L_3,\\ \sigma_s - i\tau_s - (\sigma_y^0 - i\tau_{xy}^0) \quad \text{на } L_4.\end{cases}$$

Так как напряжения в горном массиве всюду ограничены, решение краевой задачи (6) следует искать в классе всюду ограниченных функций. Решение задачи (6) имеет вид

$$\begin{gathered}\Phi(z) = \Omega(z) = \frac{X(z)}{2\pi i}\int_{a_1}^{b_1}\frac{f(t)}{X(t)(t - z)}\,dt,\\ X(z) = \sqrt{(z - a_1)(z - b_1)}.\end{gathered} \tag{7}$$

При $z \to \infty$ $X(z) \to z + O(1/z)$. Корень под знаком интеграла представляет собой значение ветви соответствующей функции, выделяемой приведенным условием на верхнем берегу щели.

Из условия разрешимости краевой задачи (6) в классе всюду ограниченных функций имеем

$$\int_{a_1}^{b_1}\frac{f(t)}{X^+(t)}\,dt = 0, \quad \int_{a_1}^{b_1}\frac{tf(t)}{X^+(t)}\,dt = 0. \tag{8}$$

Соотношения (8) служат для определения неизвестных параметров a_1 и b_1.

В соотношения (7) и (8) входят неизвестные контактные напряжения $p_y(x)$, $p_{xy}(x)$. Для их определения построим интегральные уравнения. Условиями, определяющими неизвестные функции $p_y(x)$, $p_{xy}(x)$, являются соотношения (2). Используя вторую формулу в соотношении (5) и граничные значения функции $\Phi(z)$ и $\Omega(z)$ на отрезке $y=0$ $a_1 \leqslant x_1 \leqslant b_1$, получаем

$$\Phi^+(x) - \Phi^-(x) = \frac{2\mu}{1+\kappa}\left[\frac{\partial}{\partial x}(u^+ - u^-) + i\frac{\partial}{\partial x}(v^+ - v^-)\right]. \tag{9}$$

Теперь, используя формулы Сохоцкого–Племеля [17] и учитывая формулу (7), находим

$$\Phi^+(x) - \Phi^-(x) = -\frac{iX^+(x)}{\pi}\int_{a_1}^{b_1}\frac{f(t)}{X^+(t)(t-x)}\,dt. \tag{10}$$

С помощью соотношений (2), (7), (9) и (10) после ряда преобразований получим систему интегральных уравнений относительно неизвестных функций $p_y(x)$, $p_{xy}(x)$:

$$\frac{X_1^+(x)}{\pi}\Biggl[\int_{L_1+L_2}\frac{p_y(t)}{X_1^+(t)(t-x)}\,dt - \int_{a_1}^{b_1}\frac{\sigma_y^0(t)}{X_1^+(t)(t-x)}\,dt -$$

$$-\int_{L_3}\frac{p(t)}{X_1^+(t)(t-x)}\,dt + \int_{L_4}\frac{\sigma_s}{X_1^+(t)(t-x)}\,dt\Biggr] = \frac{2\mu}{1+\kappa}h'(x), \tag{11}$$

$$\int_{L_1}\frac{p_{xy}(t)}{X_1^+(t)(t-x)}\,dt + \int_{L_2}\frac{f_0 p_y(t)}{X_1^+(t)(t-x)}\,dt -$$

$$-\int_{a_1}^{b_1}\frac{\tau_{xy}^0(t)}{X_1^+(t)(t-x)}\,dt + \int_{L_4}\frac{\tau_s}{X_1^+(t)(t-x)}\,dt = 0, \tag{12}$$

где $X_1^+(t) = \sqrt{(t-a_1)(b_1-t)}$.

Метод численного решения и анализ результатов. Решение интегрального уравнения (11) может быть получено путем решения соответствующей задачи Римана [17]. Интегральное уравнение (11) представим в виде

$$\int_{L_1+L_2}\frac{p_y^*(\tau)}{\tau - t}\,d\tau = f_*(t), \quad p_y^*(t) = \frac{p_y(t)}{X_1(t)},$$

$$f_*(t) = \frac{2\mu h'(t)}{(1+\kappa)X_1(t)} + \int_{a_1}^{b_1}\frac{\sigma_y^0(\tau)}{X_1^+(\tau)(\tau - t)}\,d\tau +$$

$$+\int_{L_3}\frac{p(\tau)}{X_1^+(\tau)(\tau - t)}\,d\tau - \int_{L_4}\frac{\sigma_s}{X_1^+(\tau)(\tau - t)}\,d\tau.$$

Введем кусочно-аналитическую функцию $F_*(z)$, заданную интегралом Коши, плотность которого является искомым решением интегрального уравнения:

$$F_*(z) = \frac{1}{2\pi i} \int\limits_{L_1+L_2} \frac{p_y^*(\tau)}{t-\tau}\, d\tau.$$

Аналитическая функция $F_*(z)$ представляет собой решение задачи линейного сопряжения граничных значений:

$$F_*^+(\tau) + F_*^-(\tau) = \frac{f_*(\tau)}{\pi i}. \tag{13}$$

Решение краевой задачи (13) в классе всюду ограниченных функций имеет вид

$$F_*(z) = \frac{X_2(z)}{2\pi i} \int\limits_{L_1+L_2} \frac{f_*^1(\tau)}{X_2^+(\tau)(t-\tau)}\, d\tau,$$

где

$$X_2(z) = \prod_{k=1}^{n} \sqrt{(z-\alpha_k)(z-\beta_k)}, \quad f_*^1(\tau) = \frac{f_*(\tau)}{\pi i},$$

$$X_2^+(\tau) = \prod_{k=1}^{n} \sqrt{(\tau-\alpha_k)(\tau-\beta_k)}.$$

С учетом формул Сохоцкого–Племеля получаем решение интегрального уравнения (11):

$$p_y^*(t) = F_*^+(t) - F_*^-(t),$$

$$F_*^+(t) = X_2^+(t) \left(\frac{1}{2} \frac{f_*^1(t)}{X_2^+(t)} + \frac{1}{2\pi i} \int\limits_{L_1+L_2} \frac{f_*^1(\tau)}{X_2^+(\tau)(\tau-t)}\, d\tau \right),$$

$$F_*^-(t) = X_2^-(t) \left(-\frac{1}{2} \frac{f_*^1(t)}{X_2^+(t)} + \frac{1}{2\pi i} \int\limits_{L_1+L_2} \frac{f_*^1(\tau)}{X_2^+(\tau)(\tau-t)}\, d\tau \right).$$

Учитывая, что $X_2^-(t)/X_2^+(t) = -1$, имеем

$$p_y^*(t) = \frac{X_2^+(t)}{\pi i} \int\limits_{L_1+L_2} \frac{f_*^1(\tau)}{X_2^+(\tau)(\tau-t)}\, d\tau,$$

откуда следует

$$p_y(t) = X_1^+(t) \frac{X_2^+(t)}{\pi i} \int\limits_{L_1+L_2} \frac{f_*^1(\tau)}{X_2^+(\tau)(\tau-t)}\, d\tau. \tag{14}$$

Для определения параметров α_k и β_k имеем уравнения

$$\int\limits_{L_1+L_2} \frac{t^{k-1} f_*(t)}{X_2^+(t)}\, dt = 0, \quad k = 1, 2, \ldots, n. \tag{15}$$

Недостающие n уравнений для определения координат концов участков контакта берегов щели получим из условий

$$v^+(\alpha_k) - v^-(\alpha_k) = -h(\alpha_k), \quad k = 1, 2, \ldots, n.$$

Имеем

$$v^+(x) - v^-(x) = \frac{1}{4\pi i\gamma}\int\limits_{\alpha_1}^{x} G(t)\,dt,$$

где

$$\gamma = \frac{\mu}{\pi(1+\kappa)}, \quad G(t) = [\Phi + \bar{\Phi}]^+ - [\Phi + \bar{\Phi}]^-.$$

Используя предыдущие формулы, находим искомые уравнения

$$\int\limits_{a_1}^{\alpha_1} G(t)\,dt = -4\pi i\gamma h(\alpha_1), \quad \int\limits_{\beta_k}^{\alpha_{k+1}} G(t)\,dt = -4\pi i\gamma[h(\alpha_{k+1}) - h(\beta_k)], \tag{16}$$

$$k = 1, 2, \dots, n-1.$$

Аналогично, решая сингулярное интегральное уравнение (12), получим

$$p_{xy}(x) = \frac{X_1^+(x)X_3^+(x)}{\pi^2}\int\limits_{L_1} \frac{f_{xy}(\tau)}{X_3^+(\tau)(\tau - x)}\,d\tau, \tag{17}$$

где

$$X_3^+(x) = \prod_{k=1}^{n}\sqrt{(x-c_k)(x-d_k)},$$

$$f_{xy}(x) = -\int\limits_{L_2}\frac{f_0 p_y(t)}{X_1^+(t)(t-x)}\,dt + \int\limits_{a_1}^{b_1}\frac{\tau_{xy}^0(t)}{X_1^+(t)(t-x)}\,dt - \int\limits_{L_4}\frac{\tau_s}{X_1^+(t)(t-x)}\,dt.$$

Для определения неизвестных c_k и d_k имеем

$$\int\limits_{L_1}\frac{t^{k-1}f_{xy}(t)}{X_3^+(t)}\,dt = 0, \quad k = 1, 2, \dots, m. \tag{18}$$

Недостающие m уравнений для нахождения координат концов участков контакта получим из условий

$$u^+(c_k) - u^-(c_k) = \int\limits_{a_1}^{c_k}\frac{\partial}{\partial t}(u^+ - u^-)\,dt = 0, \quad k = 1, 2, \dots, m.$$

Имеем

$$\int\limits_{a_1}^{c_1}[\Phi^+ - \Phi^-]\,dt = -2\pi i\gamma h(c_1), \quad \int\limits_{d_k}^{c_{k+1}}[\Phi^+ - \Phi^-]\,dt = -2\pi i\gamma[h(c_{k+1}) - h(d_k)], \tag{19}$$

$$k = 1, 2, \dots, m-1.$$

Для определения участков сцепления имеем полную систему уравнений.

При вычислении контактных напряжений и размеров концевых и контактных зон полагалось, что на берега щели действуют постоянное давление.

С увеличением размера концевой зоны контактные напряжения уменьшаются. Характер изменения касательных контактных напряжений $p_{xy}(x)$ вдоль контактной зоны подобен изменению нормальных контактных напряжений $p_y(x)$, но абсолютные значения касательных напряжений существенно меньше.

Для определения предельного состояния, при котором происходит рост щели, используем критическое условие

$$|(v^+ - v^-) - i(u^+ - u^-)| = \delta_c,$$

где δ_c — характеристика трещиностойкости материала массива, определяемая экспериментально.

Выводы. Предложена эффективная схема расчета частично закрытой тектоническими и гравитационными силами щели переменной ширины с концевыми зонами под действием внутреннего давления. Анализ модели частичного закрытия щели переменной ширины с концевыми зонами в изотропной горной среде при наличии гравитационных и тектонических усилий сводится к параметрическому исследованию системы сингулярных интегральных уравнений при различных геометрических и физических параметрах горной среды. Полученные соотношения позволяют найти решение обратной задачи, т.е. определить параметры напряженного состояния горного массива, при которых имеет место заданная область контакта берегов щели переменной ширины.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Панасюк В. В. Механика квазихрупкого разрушения материалов. К., 1991.

[2] Предельное состояние деформируемых тел и горных пород / Д. Д. Ивлев, Л. А. Максимова, Р. И. Непершин [и др.]. М.: Физматлит, 2008.

[3] Ишлинский А. Ю., Ивлев Д. Д. Математическая теория пластичности. Физматлит, 2001.

[4] Хлуднев А. М. Теория трещин с возможным контактом берегов // Успехи механики. 2005. Т. 3, № 4. с. 41–82.

[5] Мирсалимов В.М. Контактная задача о взаимодействии берегов щели переменной ширины с концевыми зонами пластических деформаций // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2016. № 2(28). с. 24–34.

[6] Mirsalimov V. M. Simulation of partial closure of a variable width slot with interfacial bonds in end zones in an isotropic medium // International Journal of Damage Mechanics. 2016. Vol. 25. P. 266–279.

[7] Мустафаев А.Б. Взаимодействие берегов щели переменной ширины при изгибе полосы (балки) под воздействием температурного поля // Механика машин, механизмов и материалов. 2014. № 3(28). с. 30–36.

[8] Mirsalimov V. M., Mustafayev A. B. Inhibition of a curvilinear bridged crack by induced thermoelastic stress field // Journal of Thermal Stresses. 2016. Vol. 39. p. 1301–1319.

[9] Мир-Салим-заде М. В. Частичный контакт берегов щели переменной ширины в подкрепленной стрингерами пластине // Физико-химическая механика материалов. 2016. Т. 25, № 3. с. 29–34.

[10] Mir-Salim-zada M. Contact problem for a stringer plate weakened by a periodic system of variable width slots // Structural Engineering and Mechanics. 2017. Vol. 62(6).

[11] Мир-Салим-заде Частичное закрытие прямолинейных трещин со связями в стрингерной пластине с отверстием // Проблемы машиностроения. НАН Украины. 2017. Vol. 20, no. 2. p. 46–53.

[12] Мустафаев А.Б. Замедление роста щели переменной ширины под действием температурного поля // ПМТФ. 2017. Т. 58, № 1. с. 168–176.

[13] Mirsalimov V. A contact problem for a plane weakened by a periodic system of variable width slots // Mathematics and Mechanics of Solids. 2018. Vol. 23.

[14] Мир-Салим-заде М.В. Частичное закрытие прямолинейной трещины, исходящей из контура кругового отверстия в стрингерной пластине // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. № 14(4). с. 313–322.

[15] Mirsalimov V. Partial closure of the periodic system of variable width bridged slits in an isotropic medium under compression // International Journal of Damage Mechanics. 2020. Vol. 29. p. 529–546.

[16] Мусхелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1966.

[17] Гахов Ф. Д. Краевые задачи. М.: Наука, 1977.

V. M. Mirsalimov

ON PARTIAL CLOSURE OF VARIABLE WIDTH SLIT WITH END ZONES OF PLASTIC DEFORMATIONS IN A ROCK

Azerbaijan Technical University, Baku, Azerbaijan

Abstract. The problem of compression of an isotropic rock medium with a slit of variable width is considered. The slit has end plastic zones. It is assumed that the interaction of slit surfaces under tectonic and gravitational forces in a rock mass can lead to the formation of contact zones. The case of the occurrence of several contact areas of the slit faces is considered. It is assumed that the cohesion of the faces occurs on some part of the contact area, and slippage is possible on the rest. Finding unknown parameters characterizing the partial closure of the slit is reduced to solving a system of singular integral equations. The contact stresses, sizes of contact areas and end zones of plastic deformations are determined.

Keywords: rock, slit of variable width, end zones of plastic deformations, tectonic and gravitational forces, contact stresses.

REFERENCES

[1] Panasyuk V. Mechanics of quasi-brittle fracture of materials. K., 1991.
[2] Limit state of deformable bodies and rocks / D. D. Ivlev, L. A. Maksimova, R. I. Nepershin et al. M.: Fizmatlit, 2008.
[3] Ishlinsky A. Y., Ivlev D. D. Mathematical theory of plasticity. Fizmatlit, 2001.
[4] Khludnev A. M. Theory of cracks with possible contact of the banks // Mechanic successes. 2005. Vol. 3, no. 4. p. 41–82.
[5] Mirsalimov V. M. Contact problem on the interaction of the edges of a slot of variable width with end zones of plastic deformations // Vestnik the Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Series: Mechanics of Limit State. 2016. no. 2(28). p. 24–34.
[6] Mirsalimov V. M. Simulation of partial closure of a variable width slot with interfacial bonds in end zones in an isotropic medium // International Journal of Damage Mechanics. 2016. Vol. 25. P. 266–279.
[7] Mustafaev A. B. Interaction of the edges of a gap of variable width during bending of a strip (beam) under the influence of a temperature field // Mechanics of machines, mechanisms and materials. 2014. no. 3 (28). p. 30–36.
[8] Mirsalimov V. M., Mustafayev A. B. Inhibition of a curvilinear bridged crack by induced thermoelastic stress field // Journal of Thermal Stresses. 2016. Vol. 39. p. 1301–1319.
[9] Mir-Salim-zade M. V. Partial contact of the sides of a slot of variable width in a plate reinforced with stringers // Physical and chemical mechanics of materials. 2016. Vol. 25, no. 3. p. 29–34.
[10] Mir-Salim-zada M. Contact problem for a stringer plate weakened by a periodic system of variable width slots // Structural Engineering and Mechanics. 2017. Vol. 62 (6).
[11] Mir-Salim-zade M. V. Partial bridging of straight-line cracks with ties in a stringer plate with a hole // Problems in mechanical engineering. NAS of Ukraine. 2017. Vol. 20, no. 2. P. 46–53.
[12] Mustafaev A. Deceleration of the growth of a gap of variable width under the influence of a temperature field // PMTF. 2017. Vol. 58, no. 1. p. 168–176.
[13] Mirsalimov V. A contact problem for a plane weakened by a periodic system of variable width slots // Mathematics and Mechanics of Solids. 2018. Vol. 23.
[14] Mir-Salim-zade M. Partial closure of a straight crack originating from the contour of a circular hole in the stringer plate // Structural mechanics of engineering structures and structures. 2018. no. 14 (4). p. 313–322.

Mirsalimov, Vagif Mirakhmedovich, Dr. Sci. Phys. & Math., Professor, Department of Mechanics, Azerbaijan Technical University, Baku, Azerbaijan.

[15] Mirsalimov V. Partial closure of the periodic system of variable width bridged slits in an isotropic medium under compression // International Journal of Damage Mechanics. 2020. Vol. 29. P. 529–546.
[16] Muskhelishvili N. Some basic problems of the mathematical theory of elasticity. M.: Nauka, 1966.
[17] Gakhov F. D. Boundary value problems. M.: Nauka, 1977.