

Ю. В. Немировский

ДИНАМИКА ГИБРИДНЫХ УПРОЧНЯЮЩИХСЯ И ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКИХ БАЛОК ПРИ ВЗРЫВНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

*Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН,
г. Новосибирск, Россия*

*Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск, г. Новосибирск,
Россия*

Аннотация. Рассматриваются полиметаллические балки постоянного поперечного сечения из наборов упрочняющихся и вязкопластичных материалов с двухсимметричным их расположением в поперечном сечении. Считается, что балки находятся под воздействием нагрузок взрывного типа. Для всех материалов использована модель жестко-вязкопластического деформирования и приняты классические гипотезы деформирования Кирхгофа. Для биметаллических шарнирно-опертых балок получены общие уравнения деформирования и описан метод их решения. Определены остаточные формы динамического повреждения.

Ключевые слова: взрывные нагрузки, слоистые полиметаллические балки, модели жесткопластических материалов, пределы текучести, модули упрочнения, предельные нагрузки, остаточные прогибы, вязкость.

DOI: 10.37972/chgpu.2020.46.4.008

УДК: 539.374

Введение. В настоящее время в России и за рубежом проводятся интенсивные исследования по созданию разнообразных гибридных конструкций, предназначенных для защиты от ударных волн при воздушных, подводных и подземных взрывах. Существуют успешно работающие многочисленные технологические приемы создания таких гибридных конструкций (методы склейки, сваривания, холодного и плазменного напыления, электронной наплавки и др.) практически из любых наборов материалов и любых форм сечений. Значительно отстают от инженерных потребностей разработки расчетных методов оценки повреждаемости таких гибридных конструкций при

© Немировский Ю. В., 2020

Немировский Юрий Владимирович

e-mail: nemiruyuy@mail.ru, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник, Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, г. Новосибирск, Россия, Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск, г. Новосибирск, Россия.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-01-00038.

Поступила 20.06.2020

воздействии интенсивных давлений взрывных волн. Применительно к конструкциям из однородных материалов по модели идеального жестко-пластического тела такие разработки широко применялись в исследованиях А.А. Гвоздева и Norman Jones в 1940-1970 г. Наличие гибридной совокупности разнообразных материалов в конструкции привлекает внимание к таким важным эффектам пластического деформирования как упрочнение и вязкое сопротивление. В данной статье сделана попытка разработки модели динамического деформирования балок с учетом упомянутых явлений.

Основные уравнения. Рассмотрим полиметаллические балки длины $2l$ постоянного поперечного сечения шарнирно опертые и равномерно нагружаемые давлением взрывной волны $q(x, t) = q^* \phi(t)$, q^* – амплитуда, $\phi(t)$ – закон изменения со временем t . Материалы вдоль оси балки распределяются неизменно вдоль оси балки и с двойной симметрией относительно ортогональных осей. Например, для биметаллической балки расположение материалов в ее поперечном сечении изображено на рис. 1

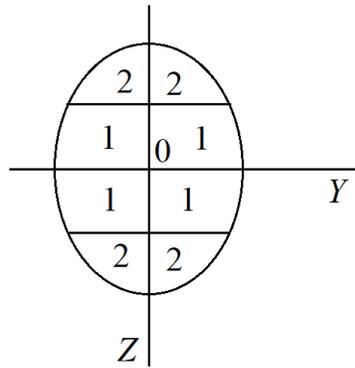


Рис. 1.

где границы расположения определяются функциями

$$b_1(z) : 0 \leq z \leq h_1, \quad b_2(z) : h_1 \leq z \leq h_2, \quad h_1 = \Delta_1, \quad h_2 = \Delta_1 + \Delta_2,$$

где $\Delta_k = h_k - h_{k-1}$ – толщина k -го слоя. Для слоя k -го материала связь между деформациями $\varepsilon(z, x, t)$ и напряжениями в k -ом слое материала определяется выражениями [1–4]

$$\varepsilon_k = 0, \quad \dot{\varepsilon}_k = 0, \quad \text{при } \sigma_k \leq \sigma_{0k}, \quad \sigma_k = \sigma_{0k} + A_k \varepsilon + B_k \dot{\varepsilon}, \quad \text{при } \sigma_k^* \geq \sigma_k \geq \sigma_{0k}. \quad (1)$$

где σ_k^* , σ_{0k} , A_k , B_k – пределы прочности и текучести, модуль упрочнения и модуль пластической вязкости k -го материала, точка обозначает частную производную по времени. Учитывая для балок классические кинематические гипотезы деформирования Кирхгофа будем иметь выражения

$$\varepsilon = z \frac{\partial \Theta}{\partial x}, \quad \dot{\varepsilon} = z \frac{\partial \dot{\Theta}}{\partial x}, \quad \Theta = -\frac{\partial w}{\partial x}, \quad (2)$$

где $w(x, t)$ – прогиб балки при поперечном изгибе. Возникающие в рассматриваемых гибридных балках изгибающие моменты $M(x, t)$ и углы поворота сечения $\Theta(x, t)$ будут связаны равенствами [3–6]

$$\frac{\partial \dot{\Theta}}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \Theta}{\partial x} = 0 \text{ при } |M(x, t)| \leq M_0, \quad (3)$$

$$|M(x, t)| = M_0 + R_2 \left| \frac{\partial \dot{\Theta}}{\partial x} \right| + R_1 \left| \frac{\partial \Theta}{\partial x} \right|, \text{ при } M_0^* \geq |M(x, t)| \geq M_0. \quad (4)$$

Здесь

$$M_0 = 4 \sum_{k=1}^n \left[\sigma_{0k} \int_{h_{k-1}}^{h_k} b_k(z) z dz \right], \quad R_1 = 4 \sum_{k=1}^n \left[A_k \int_{h_{k-1}}^{h_k} b_k(z) z^2 dz \right], \quad (5)$$

$$R_2 = 4 \sum_{k=1}^n \left[B_k \int_{h_{k-1}}^{h_k} b_k(z) z^2 dz \right],$$

где M_0 – первый предельный изгибающий момент, R_1 , R_2 – жесткости пластического упрочнения и вязкого сопротивления при пластическом изгибе гибридных балок, M_0^* – второй предельный изгибающий момент. Удельный вес сечения рассматриваемых балок будет равен

$$q_s = 4 \sum_{j=1}^n \rho_j \int_{h_{j-1}}^{h_j} b_j(z) dz, \quad (6)$$

где ρ_k – плотность материала k -го слоя. Если в процессе динамического деформирования балка также взаимодействует со слоем вязко-упругого основания с коэффициентами вязко-упругого сопротивления k_2 и k_1 , то общие уравнения их динамического изгиба можно записать в виде

$$Q(x, t) = \frac{\partial M}{\partial x}, \quad \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + (q + q_s) + \frac{q_s}{g} Lw(x, t) = 0, \quad (7)$$

где $\tilde{L}(t) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \tilde{k}_2 \frac{\partial}{\partial t} + \tilde{k}_1$ – частный линейный дифференциальный оператор второго порядка с постоянными коэффициентами $\tilde{k}_2 = \frac{k_2 h g}{q_s}$, $\tilde{k}_1 = \frac{k_1 h g}{q_s}$, $h = h_n$, где g – ускорение свободного падения.

На отрезке $0 \leq x \leq 2l$ общее динамическое движение рассматриваемых балок будет происходить по симметричной форме относительно середины пролета $x = l$ и в каждой половине пролета будут происходить в двух формах: не изгибаемого поворота в окрестностях шарнирной опоры $0 \leq x \leq x_1(t)$ и пластического изгиба в окрестности середины пролета. При этом должны выполняться граничные условия

$$w(0, t) = w(2l, t) = 0, \quad M(0, t) = M(2l, t) = 0, \quad \left. \frac{\partial M(x, t)}{\partial x} \right|_{x=l} = 0, \quad (8)$$

$$M(x, t)|_{x=x_1(t)} = M_0. \quad (9)$$

На границе $x = x_1(t)$ должны быть выполнены условия сопряжения

$$M^-(x_1) = M^+(x_1), \quad Q^-(x_1) = Q^+(x_1) = 0, \quad (10)$$

$$\dot{\Theta}^+(x_1) = \dot{\Theta}^-(x_1), \quad \dot{w}^+(x_1) = \dot{w}^-(x_1). \quad (11)$$

Начальные условия движения в некоторый момент времени t_0 определяются равенствами

$$\ddot{w}(x, t_0) = \dot{w}(x, t_0) = w(x, t_0) = 0, \quad (12)$$

которые при заданном законе динамического деформирования позволяют найти предельную амплитуду нагрузки и время t_0 начала движения при амплитудах нагрузок превышающих предельное значение. В некоторый момент времени t_1 энергия взрывной волны будет погашена пластическим сопротивлением, и дальнейшее движение прекратится. Для определения момента времени t_1 должно быть выполнено условие

$$\frac{\partial w(x, t)}{\partial t} = 0. \quad (13)$$

Тогда форма остаточной повреждаемости $w_1(x)$ будет определена формулой

$$w_1(x) = w(x, t_1). \quad (14)$$

Многочисленные экспериментальные наблюдений давления взрывных волн на жесткие преграды обнаружили [7–11], что в течение короткого промежутка времени $0 \leq t \leq t^*$ давление быстро нарастает почти по линейному закону до максимальной амплитуды q_* и далее быстро снижается по закону, близкому к затухающей экспоненте. Поэтому для конкретных расчетов в дальнейшем будем использовать зависимость, изображенную на рис. 2

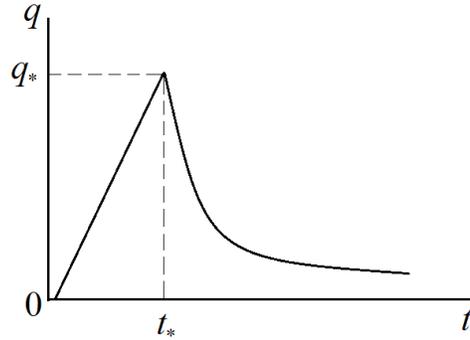


Рис. 2.

$$q(t) = q_0^* \phi(\tau) \quad (15)$$

где

$$\phi(\tau) = \tau e^{-\tau}, \quad 0 \leq t \leq \infty, \quad \tau = \frac{\alpha t}{t_*}, \quad q_0^* = \frac{q_* e^\alpha}{\alpha}, \quad \alpha > 0,$$

t_* — время достижения пикового уровня q_* взрывной нагрузки. Параметры q_* , t_* , α зависят от многих обстоятельств: типа взрывчатого вещества, расстояние от источника взрыва, свойств среды, в которой распространяется взрывная волна. В конкретных ситуациях они считаются известными в результате обработки экспериментальных данных, полученных в специально проводимых сериях испытаний. При малых уровнях пиковой нагрузки в рамках принятой модели деформирования балка может оставаться жесткой на всем отрезке $0 \leq x \leq l$. Тогда с учетом граничных условий (8) будем иметь

$$\Theta(x, t) = \frac{W_1(t)x}{l^2}, \quad \dot{\Theta}(x, t) = \frac{\dot{W}_1(t)x}{l^2}, \quad w(x, t) = \frac{W_1(t)x}{l}, \quad \dot{w}(x, t) = \frac{\dot{W}_1(t)x}{l}, \quad (16)$$

где $W_1(t)$ — величина прогиба балки в середине пролета

Подставляя эти значения в уравнения (7) и дважды интегрируя его с учетом граничных условий (8), (10) и начальных условий (12) получим для амплитуды предельной нагрузки

$$q_0^* \phi(t_0) = \frac{4M_0}{l^2} - q_s, \quad t_0 = \frac{q_0^*}{q_*} t_*, \quad t_0 \leq t_*. \quad (17)$$

И с учетом зависимости (15) определяет время $t_0 < t_*$ начала движения.

Динамическое движение неизгибаемого участка $0 \leq x \leq x_1(t) \leq l$.

При $q^* > q_0^*$ и $t > t_0$ жесткий участок для прогиба $w(x, t)$ имеет те же зависимости (16). Тогда при интегрировании уравнений движения (7) с учетом граничных условий (8) получим зависимость

$$M(x, t) - M[x_1(t), t] + \frac{q + q_s}{2} [x^2 - 2xx_1(t)] + \frac{q_s}{6gl} [x^3 - 3xx_1(t)] \left[\ddot{W}_1(t) + \tilde{k}_2 \dot{W}_1(t) + \tilde{k}_1 W_1(t) \right] = 0, \quad (18)$$

где с учетом условий сопряжения для изгибающих моментов

$$M[x_1(t), t] = M_0 + \frac{R_2 l}{h} \dot{W}_1(t) + \frac{R_1 l}{h} W_1(t).$$

В зависимости от интенсивности действующих динамических режимов нагружения в балке при $t > t_0$ возможны два состояния: с неизменной во времени границей перехода x_1 от жесткого состояния к пластическому и с изменяемой во времени границей.

В первом случае, очевидно, имеем $x_1(t) = l$ при $t > t_0$. Тогда уравнение (18) при $x = x_1(t) = l$ примет для прогиба $W_1(t)$ в середине пролета балки следующую форму

$$\ddot{W}_1 + \beta_2 \dot{W}_1(t) + \beta_1 W_1(t) = p_1(t), \quad (19)$$

где

$$p_1(t) = 3g \left[\frac{(q + q_s)^2}{q_s} - \frac{2M_0}{q_s} \right], \quad \beta_1 = \tilde{k}_1 - \frac{R_1 l}{gH} q_s, \quad \beta_2 = \tilde{k}_2 - \frac{R_2 l}{gH} q_s. \quad (20)$$

Это классическое линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка общее решение которого при начальных условиях

$$\dot{W}_1(t_0) = 0, \quad W_1(t_0) = 0, \quad (21)$$

можно найти в справочной литературе, поэтому выписывать его здесь не станем. Полученное решение следует рассматривать в диапазоне времени $t_0 \leq t \leq t_1^0$, где время t_1^0 при рассматриваемой динамической нагрузке определяется из уравнения $\dot{W}_1(t_1^0) = 0$.

Тогда остаточный прогиб будет равен

$$W_1^0 = W_1(t_1^0). \quad (22)$$

Если M_* – второй предельный изгибающий момент [2, 3, 12] рассматриваемых гибридных балок, то из уравнения

$$W_1(t_1^0) = \frac{(M_* - M_0)}{R_2} \left(\frac{l}{H} \right)^2. \quad (23)$$

определим вторую предельную нагрузку q_1^* при динамическом режиме нагружения.

Таким образом, рассмотренное решение может быть реализовано при пиковых динамических нагрузках в диапазоне [3] $q_0^* \leq q^* \leq q_1^*$.

При достаточно высоких пиковых нагрузках условие $x_1(t) = l = const$ не может реализоваться, и на отрезках $0 \leq x \leq x_1(t)$ и $x_1(t) \leq x \leq l$ будут реализованы два

механизма деформирования: жесткий и пластический. Учитывая, что в рассматриваемой задаче все процессы симметричны относительно середины пролета, в дальнейшем, для сокращения записи формул от переменных x , $x_*(t)$ перейдем к переменным J , $J_*(t)$

$$x - l = J, \quad x_*(t) - l = J_*(t), \quad -l \leq J \leq l, \quad 0 \leq x \leq 2l, \quad (24)$$

при $x_*(t) \leq l$, $J_*(t) \leq 0$, а при $x_*(t) \geq l$, $J_*(t) > 0$.

Тогда на участке $0 \leq J \leq l$ уравнения равновесия будут иметь вид

$$Q'(J, t) = (q(t) + q_s) - \frac{q_s}{g} \left(\ddot{W}_1 + \tilde{k}_2 \dot{W}_1 + \tilde{k}_1 W_1 \right), \quad M'(J, t) = Q(J, t), \quad (25)$$

где штрих обозначает частную производную по J . Интегрируя эти уравнения по J при граничных условиях

$$Q(0, t) = 0, \quad M(l, t) = 0, \quad (26)$$

получим

$$Q(J, t) = \left[q(t) + q_s - \frac{q_s}{g} \left(\ddot{W}_1 + \tilde{k}_2 \dot{W}_1 + \tilde{k}_1 \dot{W}_1(t) \right) \right] (J^2 - l^2), \quad (27)$$

$$M(J, t) = \left\{ \left[q(t) + q_s - \frac{q_s}{g} \dot{W}_1 \right] - \left[k_2 \dot{W}_1 + k_1 W_1(t) \right] \right\} (J^2 - l^2), \quad (28)$$

$$M(0, t) = \frac{q_s l^2}{2g} \left[\ddot{W}_1 + \tilde{k}_2 \dot{W}_1 + \tilde{k}_1 W_1(t) \right] + (q(t) + q_s) l^2. \quad (29)$$

Поскольку при неупругом деформировании наибольший изгибающий момент $M(0, t)$ в течение всего времени движения должен подчиняться закону (4), то при простейших зависимостях удовлетворяющих кинематическим условиям

$$w(s, t) = W_1(t) (J^2 - l^2), \quad \dot{w}(s, t) = \dot{W}_1(t) (J^2 - l^2), \quad (30)$$

из (29) для $W_1(t)$ получим уравнение

$$\ddot{W}_1 + \Psi_2 \dot{W}_1 + \Psi_1 W_1(t) = p(t) = q_0^* p_1(t), \quad (31)$$

где

$$p_1(t) = \phi(\tau) - \left(\frac{g}{q_s} + \frac{M_0}{l^2} \right) \frac{l^2}{q_0^*}, \quad \phi(\tau) = \tau e^{-\tau}, \quad (32)$$

$$\tau = \frac{\alpha t}{t_*}, \quad q_0^* = \frac{q^* e^\alpha}{\alpha}, \quad \alpha > 0, \quad \Psi_i = \tilde{k}_i - \frac{2R_i g}{q_s l^2}, \quad (i = 1, 2).$$

Для получения общего решения уравнения (31) с правой частью, соответствующей нагрузке в виде (32) сначала определим соответствующее частное решение

$$W^r(t) = \frac{q_0^* \tau \phi(\tau)}{[\tau - 2 + \Psi_2(1 - \tau) + \Psi_1 \tau]} - \frac{q_0^* D}{\Psi_1}, \quad D = \left(\frac{g}{q_s} + \frac{M_0}{l^2} \right) l^2. \quad (33)$$

Далее будем методом вариации постоянных искать общее решение уравнения без правой части. Подставим его в форме [13–15]:

$$W_1(t) = C_1(t) e^{\Psi_1 t} + C_2(t) e^{\Psi_2 t} \quad (34)$$

где $C_1(t)$, $C_2(t)$ - независимые искомые функции. Примем для них вспомогательное условие

$$\dot{C}_1(t) e^{\Psi_1 t} + \dot{C}_2(t) e^{\Psi_2 t} = 0. \quad (35)$$

Тогда дифференцируя (34) получим

$$\begin{aligned} \dot{W}_1(t) &= \Psi_1 e^{\Psi_1 t} C_1(t) + \Psi_2 e^{\Psi_2 t} C_2(t), \\ \ddot{W}_1(t) &= (\Psi_1 - \Psi_2) e^{\Psi_1 t} C_1(t) + \Psi_1^2 e^{\Psi_1 t} C_1(t) + \Psi_2^2 e^{\Psi_2 t} C_2(t). \end{aligned} \quad (36)$$

Подставляя эти выражения в (31) получим уравнение

$$(\Psi_1 - \Psi_2) e^{\Psi_1 t} \dot{C}_1(t) + \Psi_1 (\Psi_1 + \Psi_2 + 1) e^{\Psi_1 t} C_1(t) + (2\Psi_2^2 + 1) e^{\Psi_2 t} C_2(t) = q^* P_1(t). \quad (37)$$

При отсутствии вязкого сопротивления $\Psi_2 = 0$ уравнение (37) примет вид

$$\dot{C}_1(\tau) + \gamma_1 C_1(\tau) = q_0^* p_2(\tau) e^{-\bar{\Psi}_1 \tau}, \quad \gamma_1 = \frac{\Psi_1 + 1}{\Psi_1}, \quad \bar{\Psi}_1 = \frac{\Psi_1}{1 + \Psi_1}. \quad (38)$$

Общее решение этого уравнения имеет вид

$$C_1(\tau) = e^{-\gamma_1(\tau-\tau_0)} \left[C_1^0 + q_0^* \int_{\tau_0}^{\tau} p_2(\tau) e^{\gamma_1(\tau-\tau_0)} d\tau \right], \quad (39)$$

$$\dot{C}_1(\tau) = q_0 p_2(\tau) e^{-\Psi_1 \tau} - \gamma_1 C_1(\tau). \quad (40)$$

Это решение позволяет в аналитической форме получить общее решение задачи о развитии во времени максимальных прогибов и изгибающих моментов в середине пролетов рассматриваемых балок. Если до остановки движения изгибающий момент не достиг второго предельного значения M_* , мы будем считать получающиеся состояния приемлемыми. Пользуясь полученными формулами и решениями можно рассчитать во времени для рассматриваемой модели полную картину межслойного перераспределения картины, изменения напряженно-деформированного состояния. Такая информация может оказаться весьма интересной, но для инженерной практики проектирования она, с точки зрения автора, имеет второстепенное значение.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Norman J. Structural impact. Second University Edition edition. New York, NY 10013-2473, USA: Cambridge University Press, 32 Avenue of Americas. 584 p.
- [2] Немировский Ю. В. Оптимальное проектирование гибридных тавровых балок по предельно допустимым деформациям // Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2016. № 3(29). с. 76–84.
- [3] Немировский Ю. В. Динамическое поведение полиметаллических круглых пластин из упрочняющихся материалов // Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2016. № 3(29). с. 3–10.
- [4] Ишлинский А. Ю. Об уравнениях деформирования тел за пределом упругости. М.: Наука, 1986. Т. 1. с. 62–83.
- [5] Немировский Ю. В. Допредельное деформирование гибридных армированных бетонных конструкций // Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2018. № 3(37). с. 26–37.
- [6] Немировский Ю. В. Метод расчета композитных стержневых систем из разномодульных материалов. Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики. Материалы V Всероссийской научной конференции. Томск: 2006. с. 288–290.
- [7] Расторгуев Б. С., Плотников А. И., Хуснутдинов Д. З. Проектирование зданий и сооружений при аварийных взрывных воздействиях. М.: Издательство АСВ, 2007. с. 152.
- [8] Невская Е. Е. Основные методы оценки параметров ударных волн при аварийных взрывах, принципы проектирования взрывоустойчивых зданий и сооружений // Безопасность труда в промышленности. 2017. № 9. с. 20–29.
- [9] DooJin J., KiTae K., SangEul H. Modified equation of shock wave parameter // Computation. 2017. Vol. 5. P. 41,.

- [10] Karlos V., Solomos G. Martin Larcher Analysis of the blast wave decay coefficient using the Kingery – Bultmash data // International journal of protective structures. 2016. Vol. 7, no. 3. p. 409–429.
- [11] Charis C. J., Nikos G. Pneumatics elastic-plastic response spectra for experimental blast loading // International journal of impact engineering. 2004. Vol. 30. P. 323–343.
- [12] Немировский Ю. В. Второе предельное состояние однородных композитных балок // Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2009. № 1. с. 150–159.
- [13] Выгодский М. Я. Справочник по высшей математике. М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1956. 783 с.
- [14] Бронштейн И. И., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов. Наука, 1986. 544 с.
- [15] Петровский И. Г. Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям. 2-е изд. М.-Л.: Гостехиздат, 1947.

Yu. V. Nemirovskii

DYNAMICS OF HYBRID HARDENING AND VISCOPLASTIC BEAMS UNDER EXPLOSIVE EFFECTS

*S. Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics of the Siberian Branch
of the RAS, Novosibirsk, Russia*

Novosibirsk Technical University, Novosibirsk, Russia

Abstract. We consider polymetallic beams of constant cross-section from sets of hardening and viscoplastic materials with their two-symmetric arrangement in the cross-section. The beams are considered to be subject to explosive loads. For all materials, a rigid-viscoplastic deformation model was used and the classical Kirchhoff deformation hypotheses were adopted. For bimetallic hinged-supported beams, general equations of deformation are obtained and a method for their solution is described. Residual forms of dynamic damage were determined.

Keywords: explosive loads, layered polymetallic beams, models of rigid-plastic materials, yield strengths, hardening moduli, ultimate loads, residual deflections.

REFERENCES

- [1] Norman J. Structural impact. Second University Edition edition. New York, NY 10013-2473, USA: Cambridge University Press, 32 Avenue of Americas. 584 p.
- [2] Nemirovsky Y. V. Optimal design of hybrid t-beams for maximum permissible deformations // Bulletin of the Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Series: Mechanics of Limit State. 2016. no. 3(29). P. 76–84.
- [3] Nemirovsky Y. V. Dynamic behavior of polymetallic round plates made of hardening materials // Bulletin of the Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Series: Mechanics of Limit State. 2016. no. 3(29). P. 3–10.
- [4] Ishlinsky A. Y. On equations of deformation of bodies beyond the elastic limit. Nauka, 1986. Vol. 1. P. 62–83.
- [5] Nemirovsky Y. V. pre-Limit deformation of hybrid reinforced concrete structures // Bulletin of the Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Series: Mechanics of Limit State. 2018. no. 3(37). P. 26–37.

Nemirovskii Yuri Vladimirovich, Dr. Sci. Phys. & Math., Professor, Leading Research Worker, S. Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics of the Siberian Branch of the RAS, Novosibirsk, Russia, Novosibirsk Technical University, Novosibirsk, Russia.

- [6] Nemirovsky Y. V. Method for calculating composite rod systems made of multi-module materials. Fundamental and applied problems of modern mechanics. Materials of the V all-Russian scientific conference. Tomsk: 2006. p. 288–290.
- [7] Rastorguev B. S., Plotnikov A. I., Khusnutdinov D. Z. Design of buildings and structures in case of emergency explosive impacts. Publishing house ASV, 2007. p. 152.
- [8] Nevskaya E. E. Basic methods for estimating shock wave parameters in emergency explosions, principles for designing explosion-proof buildings and structures // Industrial Safety. 2017. no. 9. P. 20–29.
- [9] DooJin J., KiTae K., SangEul H. Modified equation of shock wave parameter // Computation. 2017. Vol. 5. P. 41,.
- [10] Karlos V., Solomos G. Martin Larcher Analysis of the blast wave decay coefficient using the Kingery – Bultmash data // International journal of protective structures. 2016. Vol. 7, no. 3. p. 409–429.
- [11] Charis C. J., Nikos G. Pneumatics elastic-plastic response spectra for experimental blast loading // International journal of impact engineering. 2004. Vol. 30. P. 323–343,.
- [12] Nemirovsky Y. V. Second limit state of homogeneous composite beams // Bulletin of the Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Series: Mechanics of Limit State. 2009. no. 1. P. 150–159.
- [13] Vygodsky M. Y. Handbook of higher mathematics. State publishing house of technical and theoretical literature, 1956. 783 p.
- [14] Bronstein I. I., semendyaev K. A. Handbook of mathematics for engineers and university students. Nauka, 1986. 544 c.
- [15] Petrovsky I. G. Lectures on ordinary differential equations. 2nd edition. Gostehizdat, 1947.