

Ю. А. Завьялова, М. А. Лапшина, А. А. Трещев

ТЕРМОСИЛОВОЕ НАГРУЖЕНИЕ ОРТОТРОПНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ, ВЫПОЛНЕННОЙ ИЗ ДЕФОРМАЦИОННО АНИЗОТРОПНОГО МАТЕРИАЛА

Тульский государственный университет, г. Тула, Россия Россия

Аннотация. Объектами рассмотренных исследований послужил частный случай оболочечных конструкций, а именно оболочка вращения – замкнутая круговая цилиндрическая, так как подобные сооружения весьма часто встречаются при проектировании и строительстве промышленных и гражданских объектов, а также в энергетике. Особенностью конструкции исследуемых оболочек являются материалы, из которых они выполнены, обладают анизотропией двоякого характера. Рассмотрена структурная анизотропия материала уровня ортотропии в совокупности с деформационной, появляющейся в зависимости жесткостных и прочностных свойств от вида напряженного состояния. Оболочка загружается внутренним давлением, которое сводится к равномерно распределенной осесимметричной нагрузке. Кроме того, при постановке задачи строительной механики учтено, что конкретные сооружения эксплуатируются не в идеальном стационарном изолированном пространстве, а в среде с изменяющимися температурными параметрами. При этом учтена вероятность проявления температурного перепада между внутренней загруженной поверхностью оболочки и наружной – свободной от силового воздействия. Известно, что в общем случае температурные и силовые поля взаимосвязаны, а распределение температуры в материале конструкции зависит от напряженного состояния, но как показали многочисленные исследования, связанность термомеханической задачи заметно проявляется только в короткий начальный период температурного изменения до возникновения установившегося перепада. Поэтому в представленной статье задача по термосиловому нагружению цилиндрической оболочки рассматривается в несвязанной постановке, когда общую задачу можно разделить на две независимые: строительной механики и термодинамики.

Учитывая, что классические теории термомеханики оболочек, выполненных из материалов, обладающих анизотропией двоякого характера, не позволяют получить достаточно надежные результаты, а большинство известных моделей, предназначенных для указанных материалов, обладают серьезными недостатками, здесь использована методика нормированного тензорного пространства напряжений. В статье представлена система дифференциальных уравнений задачи термоупругости цилиндрической оболочки из материалов с усложненными термомеханическими свойствами. Приведены отдельные решения с наиболее характерными результатами расчета напряженно-деформированного состояния оболочки с их анализом.

Ключевые слова: структурная ортотропия, деформационная анизотропия, термоупругость, несвязанная задача, цилиндрическая оболочка.

DOI: 10.37972/chgpu.2021.1.47.006

УДК: 539.3:624.073

1. Введение В современном строительстве широкое распространение получают высокопрочные композитные материалы, основой которых являются полимеры с направленным или хаотическим армированием базальтовыми и “стекловолокнами”, термомеханические свойства которых существенно отличаются от распространенных стальных и железобетонных конструкций [1–7]. В частности, эти материалы могут обладать структурной анизотропией различного класса, а при деформировании их под нагрузкой по разному реагируют на величину и соотношения возникающих напряжений так, что тензор податливостей оказывается не инвариантен к виду напряженного состояния. Такие материалы принято называть деформируемыми структурами с двоякой анизотропией. У структурно анизотропных материалов проявляется зависимость от направлений не только в жесткостных характеристиках, но и тепло-физических [8–11]. Наиболее распространенными в строительстве являются конструкционные материалы со структурной ортотропией физико-механических свойств. Традиционные расчетные модели механики твердого тела и строительной механики, формально оперирующие с обобщенным законом Гука или соотношениями малых упругопластических деформаций А.А. Ильюшина [12], приводят к серьезным ошибкам не только в получаемых количественных характеристиках напряженно-деформированного состояния строительных конструкций, но и искажают его качественную картину. Подобные факты не позволяют обеспечить должную точность расчетов конструкций и надежность принимаемых проектных решений. В свете вышеизложенного, для расчета строительных конструкций, выполненных из указанных материалов, следует использовать апробированные теории и модели, максимально подтвержденными экспериментальными данными.

Изменение температурного режима эксплуатации строительных конструкций на основе материалов с анизотропией двоякого рода вносит еще большие сложности в математические модели и методы их расчета. Решение задач термоупругости для конструкций, выполненных из материалов со структурной и деформационной анизотропией, до сих пор носит эпизодический характер и не позволяют разработать методические рекомендации по проектированию особенно тонкостенных пространственных сооружений. Так как рассматриваемые материалы обладают высокими модулями упругости и пределами прочности, они получили широкое распространение при изготовлении и возведении тонкостенных оболочек, которые при минимальной толщине и общей массе имеют весомые преимущества в несущей способности.

Ниже рассмотрен частный вариант оболочек вращения, а именно – замкнутая круговая цилиндрическая оболочка, которая подвергается наиболее часто встречающейся осесимметричной нагрузке в виде равномерного давления. Котлы цилиндрической

© Завьялова Ю. А., Лапшина М. А., Трещев А. А., 2021

Завьялова Юлия Андреевна

e-mail: zavyalova_yuliya95@mail.ru, аспирант, Тульский государственный университет, г. Тула, Россия.

Лапшина Мария Александровна

e-mail: mary51296@yandex.ru, аспирант, Тульский государственный университет, г. Тула, Россия. *Трещев Александр Анатольевич*

e-mail: taa58@yandex.ru, профессор, доктор технических наук, Тульский государственный университет, г. Тула, Россия.

Поступила 20.01.2021

конфигурации, подверженные паровому давлению, аналогичные резервуары с вертикальной или горизонтальной осью, испытывающие действие внутреннего давления жидкости или газа, а также трубопроводы с гидравлическим давлением – это именно объекты подобного рода расчетных задач. Очевидно, что конструкция указанных сооружений кроме внутреннего давления в период эксплуатации подвергаются температурным колебаниям.

Практически все известные ортотропные деформационно анизотропные материалы проявляют эффект связанности температурных и деформационных полей только в коротком периоде начального приложения температурного перепада на противоположных поверхностях конструкций, а величина этого эффекта достаточно мала. После появления установившегося стационарного перепада температур эффект связанности термических и силовых полей вообще исчезает [13, 14]. Поэтому механизм теплопередачи, происходящей в неравномерно нагретой конструкции за счет контакта с окружающей средой, позволяет пренебречь влиянием напряженного состояния на распределение температуры в ней. В связи с этим, исследование температурного поля в теле конструкции, соответствующего конкретным условиям теплопередачи, проводится независимо от ее напряженно-деформированного состояния, то есть здесь рассматривается несвязанная задача термоупругости.

2. Постановка задачи В цилиндрической системе координат рассмотрим круговую цилиндрическую оболочку, изготовленную из ортотропного деформационно анизотропного материала [1, 2]. Положение конкретной точки тела оболочки определим гауссовыми переменными $\beta_1, \beta_2, \beta_3$. Примем координатные оси совпадающими с главными осями ортотропии при следующих геометрических параметрах: длина L , толщина стенки h , радиус средней цилиндрической поверхности R . Один торец оболочки при $\beta_1 = 0$ примем жестко зашпеленным, а противоположный – при $\beta_1 = L$ свободным от закрепления и нагрузки. Термическое состояние оболочки таково, что в исходный момент времени температура в любой точке оболочки одинакова – T_0 , а в последующем устанавливается разность температур такая, что на внутренней поверхности возникла температура T_1 и наружной – T_2 . В дальнейшем примем, что температурные изменения происходят только по толщине оболочки с разностью температур ΔT , являющейся функцией от координаты β_3 . Силовое нагружение осуществляется равномерно распределенной нагрузкой интенсивностью q_3 изнутри оболочки (внутреннее давление).

Примем оболочку настолько тонкой, что применение гипотез Кирхгофа-Лява не вызывало сомнений, конфигурацию – таковой, чтобы ее можно было отнести к классу пологих, для которых применимы зависимости:

а) деформации срединной поверхности:

$$\varepsilon_1 = u_{,1} + 0,5\theta_1^2; \quad \varepsilon_2 = v_{,1} + kw + 0,5\theta_2^2; \quad \gamma = v_{,1} + u_{,2} + \theta_1\theta_2, \quad (1)$$

где u, v, w – перемещения в срединной поверхности (осевые, тангенциальные и радиальные); $k = 1/R$ – главная кривизна в недеформированном состоянии; $\theta_1 = -w_{,1}$; $\theta_2 = -w_{,2} + kv$;

б) кривизны и крутка срединной поверхности:

$$\chi_1 = -w_{,11}; \quad \chi_2 = -w_{,22}; \quad \tau = -w_{,12}; \quad (2)$$

в) полные деформации в любой точке оболочки с координатой β_3 относительно срединной поверхности:

$$e_{11} = \varepsilon_1 + \beta_3 \chi_1; \quad e_{22} = \varepsilon_2 + \beta_3 \chi_2; \quad \gamma_{12} = \gamma + 2\beta_3 \tau. \quad (3)$$

Уравнения связи тензоров деформаций и напряжений в отличие от работ [15–18] – примем на основе потенциала деформаций, представленного в рамках нормированного тензорного пространства напряжений, наиболее обоснованного и теоретически непротиворечивого, который детально представлен в исследованиях [19–21]. Очевидно, что с учетом влияния температурного перепада гипотезы Кирхгофа-Лява сводят эти уравнения в главных осях ортотропии к виду:

$$\begin{aligned} e_{11} &= C_{1111}\sigma_{11} + C_{1122}\sigma_{22} + \alpha_{1T}\Delta T; \\ e_{22} &= C_{1122}\sigma_{11} + C_{2222}\sigma_{22} + \alpha_{2T}\Delta T; \\ \gamma_{12} &= 2e_{12} = C_{1212}\tau_{12}, \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} C_{1111} &= (A_{1111} + B_{1111}\alpha_{11}) + 0, 5[B_{1111}\alpha_{11}(1 - \alpha_{11}^2) - B_{2222}\alpha_{22}^3 - B_{1212}\alpha_{12}^3] + \\ &+ B_{1122}\alpha_{22}(1 - \alpha_{11}^2 - \alpha_{11}\alpha_{22}); \quad C_{2222} = (A_{2222} + B_{2222}\alpha_{22}) + \\ &+ 0, 5[B_{2222}\alpha_{22}(1 - \alpha_{22}^2) - B_{1111}\alpha_{11}^3 - B_{1212}\alpha_{12}^3] + B_{1122}\alpha_{11}(1 - \alpha_{22}^2 - \alpha_{11}\alpha_{22}); \\ C_{1212} &= A_{1212} - (B_{1111}\alpha_{11}^3 + B_{2222}\alpha_{22}^3) - 2B_{1122}\alpha_{11}\alpha_{22}(\alpha_{11} + \alpha_{22}); \\ C_{1122} &= A_{1122} + B_{1122}(\alpha_{11} + \alpha_{22}); \end{aligned}$$

A_{ijkl}, B_{ijkl} – константы потенциала, определяемые через модули упругости, коэффициенты поперечной деформации материала в главных осях ортотропии на растяжение, сжатие и через модули сдвига; $\alpha_{ij} = \sigma_{ij}/S$ – компоненты тензора нормированных напряжений; $S = \sqrt{\sigma_{ij}\sigma_{ij}} = \sqrt{\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + 2\tau_{12}^2}$ – модуль тензора напряжений; α_{1T}, α_{2T} – коэффициенты линейного температурного расширения в главных осях ортотропии.

Проведя испытания стандартных образцов на осевое растяжение и сжатие в главных осях ортотропии и на сдвиг в главных плоскостях [20, 21], получаем значения констант уравнений (4):

$$\begin{aligned} A_{kkkk} &= (1/E_k^+ + 1/E_k^-)/2; \quad B_{kkkk} = (1/E_k^+ - 1/E_k^-)/2; \quad A_{ijij} = 1/G_{ij}; \\ A_{iijj} &= -(\nu_{ij}^+/E_j^+ + \nu_{ij}^-/E_j^-)/2; \quad B_{iijj} = -(\nu_{ij}^+/E_k^+ - \nu_{ij}^-/E_j^-)/2, \end{aligned}$$

где $\nu_{ij}^+/E_j^+ = \nu_{ji}^+/E_i^+$; $\nu_{ij}^-/E_j^- = \nu_{ji}^-/E_i^-$; E_k^\pm, ν_{ij}^\pm – модули упругости и коэффициенты поперечной деформаций на осевое растяжение и сжатие в главных осях ортотропии; G_{ij} – модуль сдвига в главной плоскости ортотропии; $i, j, k = 1, 2$.

3. Система разрешающих дифференциальных уравнений Для формулирования разрешающих уравнений для расчета оболочки обратим уравнения состояния (4) относительно напряжений:

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= D_{11}e_{11} + D_{12}e_{12} - R_{11} - \varphi_{1T}; \quad \tau_{12} = D_{66}e_{12} - R_{12}; \\ \sigma_{22} &= D_{12}e_{11} + D_{22}e_{12} - R_{22} - \varphi_{2T}, \end{aligned} \quad (5)$$

где $D_{11} = C_{2222}/\Delta$; $D_{12} = -C_{1122}/\Delta$; $D_{22} = C_{1111}/\Delta$; $D_{66} = 1/C_{1212}$;

$$R_{11} = (A_{2222}T_{11} - A_{1111}T_{22})/\Delta; \quad R_{22} = (A_{1111}T_{22} - A_{1122}T_{11})/\Delta; \quad R_{12} = T_{12}/A_{1212};$$

$$\begin{aligned} T_{11} &= \{B_{1111}\alpha_{11} + 0, 5[B_{1111}\alpha_{11}(1 - \alpha_{11}^2) - B_{2222}\alpha_{22}^3 - B_{1212}\alpha_{12}^3] + \\ &+ B_{1122}\alpha_{22}(1 - \alpha_{11}^2 - \alpha_{11}\alpha_{22})\}\sigma_{11} + B_{1122}(\alpha_{11} + \alpha_{22})\sigma_{22}; \end{aligned}$$

$$T_{12} = -[(B_{1111}\alpha_{11}^3 + B_{2222}\alpha_{22}^3) - 2B_{1122}\alpha_{11}\alpha_{22}(\alpha_{11} + \alpha_{22})]\tau_{12};$$

$$T_{22} = B_{1122}(\alpha_{11} + \alpha_{22})\sigma_{11} + \{B_{2222}\alpha_{22} + 0, 5[B_{2222}\alpha_{22}(1 - \alpha_{22}^2) - B_{1111}\alpha_{11}^3 -$$

$$-V_{1212}\alpha_{12}^3] + V_{1122}\alpha_{11}(1 - \alpha_{22}^2 - \alpha_{11}\alpha_{22})\}\sigma_{22}; \quad \varphi_{1T} = D_{11}\alpha_{1T}\Delta T + D_{12}\alpha_{2T}\Delta T;$$

$$\varphi_{2T} = D_{12}\alpha_{1T}\Delta T + D_{22}\alpha_{2T}\Delta T; \quad \Delta = A_{1111}A_{2222} - A_{1122}^2.$$

Известно, что уравнения равновесия и соотношения Коши не зависят от физической природы материала, поэтому для оболочек, выполненных из материалов, обладающих анизотропией двоякого рода, эти классы зависимостей не меняются. Поэтому уравнения равновесия и неразрывности деформаций сохраняют свой вид как для общей нелинейной теории анизотропных оболочек [22]. В этом случае все внутренние моменты и усилия приводятся к срединной поверхности цилиндрической оболочки при $\beta_3 = 0$. Принимая во внимание то, что оболочка загружена внутренним равномерным давлением при отсутствии крутящих моментов ($\tau_{12} = e_{12} = 0$) и $\beta_3 k \ll 1$, уравнения равновесия и неразрывности деформаций упрощаются, преобразуясь к виду:

$$N_{1,1} = 0; \quad M_{1,1} - Q_1 - N_1\theta_1 = 0; \quad Q_{1,1} - kN_2 + q_3 = 0; \quad k\chi_1 + \varepsilon_{2,11} = 0, \quad (6)$$

а из геометрических соотношений сохраняются следующие:

$$\varepsilon_1 = u_{,1} + 0,5\theta_1^2; \quad \varepsilon_2 = kw; \quad \chi_1 = -w_{,11}; \quad e_{11} = \varepsilon_1 + \beta_3\chi_1; \quad e_{22} = \varepsilon_2, \quad (7)$$

где N_k – продольные усилия в средней поверхности оболочки; Q_1 – поперечное усилие; M_1 – изгибающий момент:

$$N_k = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{kk} d\beta_3; \quad (k = 1, 2); \quad M_{11} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{11}\beta_3 d\beta_3. \quad (8)$$

Интегрируя уравнения (5) по толщине оболочки согласно правилам (8), внося результаты в статические уравнения (6), геометрические зависимости (7) в соотношение сплошности (6), проводя при этом соответствующую перекомбинацию, получим два смешанных дифференциальных уравнений:

$$k\theta_{1,1} + L_{22}N_{2,11} = -\eta_{2,11} - \varepsilon_{2T,11}; \quad P_{11}\theta_{1,11} - kN_2 = -q_3 + J_{11,11} + \chi_{1T,11}, \quad (9)$$

где $L_{11} = K_{22}/\Delta$; $L_{22} = K_{11}/\Delta$; $L_{12} = -K_{12}/\Delta$; $\Delta = K_{11}K_{22} - K_{12}^2$; $K_{ij} = D_{ij}h$; $P_{ij} = D_{ij}h^3/12$; $\eta_1 = L_{11}I_{11} + L_{12}I_{22}$; $\eta_2 = L_{12}I_{11} + L_{22}I_{22}$;

$$I_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} R_{ij} d\beta_3; \quad J_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} R_{ij}\beta_3 d\beta_3; \quad \eta_{iT} = \int_{-h/2}^{h/2} \varphi_{iT} d\beta_3; \quad \chi_{iT} = \int_{-h/2}^{h/2} \varphi_{iT}\beta_3 d\beta_3;$$

$$\varepsilon_{1T} = L_{11}\eta_{1T} + L_{12}\eta_{2T}; \quad \varepsilon_{2T} = L_{12}\eta_{1T} + L_{22}\eta_{2T}.$$

С учетом того, что по условию задачи торец оболочки при $\beta_1 = L$ зашпелен, а торец при $\beta_1 = 0$ полностью свободен, граничные условия для последнего имеют вид: $\theta_1 = 0$; $\varepsilon_1 = 0$; $\varepsilon_2 = 0 \Rightarrow N_2 = -\frac{\eta_2 + \varepsilon_{2T}}{L_{22}}$.

4. Температурная составляющая задачи Перепад температур между внутренней и наружной поверхностями оболочки требует значительной корректировки результатов расчета ее НДС [23]. Определение температурных составляющих в рассматриваемой задаче требует самостоятельного рассмотрения процесса передачи тепла сквозь оболочку. Этот процесс однозначно определен известным уравнением теплопроводности:

$$T_{,t} = a_1 \cdot T_{,11} + a_2 \cdot T_{,22} + a_3 \cdot T_{,33}, \quad (10)$$

где a_1, a_2, a_3 – коэффициенты температуропроводности, определяющие теплоинерционность материала по характерным направлениям; t – временной параметр; T – параметр температурного поля.

Рассмотрим стационарный процесс с одномерным распространением температурного поля с перепадом только по толщине оболочки, когда температура меняется только вдоль одной координаты β_3 ортогональной к изотермическим поверхностям. Тогда, уравнение теплопроводности упрощается и принимает вид: $T_{,t} = a_3 T_{,33}$, где $a_3 = \lambda/c$ – коэффициент температуропроводности по нормали к криволинейной поверхности оболочки; λ – коэффициент теплопроводности; c – удельная объемная теплоемкость материала.

Ввиду того, что коэффициент температуропроводности для исследуемых материалов достаточно велик, то для тонкостенной оболочки процесс достижения стационарного равновесного линейного распределения температуры по ее толщине наступает весьма быстро за короткий интервал времени. Поэтому можно сделать вывод о целесообразности исследования термомеханической задачи в момент равновесного распределения температуры.

Для равновесного распределения температуры по толщине оболочки расчет перепада температур ΔT в оболочке определяется по линейному закону распределения:

$$T(\beta_3) = (T_2 - T_1) \beta_3/h + (T_1 + T_2)/2 - T_0. \quad (11)$$

Для температурной составляющей задачи, кроме условий на границах требуются начальные условия, когда в начальный момент времени при $t = 0$ для любой точки тела оболочки температура одинакова и равна T_0 , а граничные условия в текущий момент времени $t = t_k$ принимаются в соответствии с линейным распределением температуры по толщине T_1 и T_2 , на внутренней и наружной поверхностях, соответственно.

Ввиду существенной нелинейности рассматриваемой задачи двойного рода, ее решение строилось в приращениях искомых функций по двухшаговому методу последовательных возмущений параметров В.В.Петрова [24, 25] в сочетании с конечно-разностной аппроксимацией повышенной точности [26], интегрированием по толщине методом Симпсона, а по нагрузке – Адамса. При этом система алгебраических уравнений решалась методом Гаусса.

5. Результаты решения краевой задачи и их анализ

Определим напряженно-деформированное состояние оболочки, расчетная схема которой представлена на рис. 1. Основные геометрические параметры оболочки приняты следующими: длина $L = 2,0$ м; толщина $h = 0,04$ м; диаметр срединной поверхности $2R = 0,8$ м. Рассмотрен вариант приложения внутреннего давления интенсивностью $q_3 = 8$ МПа. Температурная среда осуществляет перенос тепла за счет теплопроводности материала оболочки так, что внутри оболочки поддерживается постоянная температура $T_1 = 0^\circ\text{C}$, а снаружи – постоянная температура $T_2 = +30^\circ\text{C}$ при начальной температуре всей оболочки $T_0 = 0^\circ\text{C}$. В качестве материала оболочки принят – трехармированный тканый полимерный композит марки ПЗ6-50 [1], для которого установлены основные параметры: модули упругости и коэффициенты поперечной деформации вдоль главных осей ортотропии – $E_1^+ = 10,3$ ГПа, $E_1^- = 11,77$ ГПа, $E_2^+ = 17,6$ ГПа, $E_2^- = 18,54$ ГПа, $\nu_{12}^+ = 0,188$, $\nu_{12}^- = 0,215$; коэффициенты теплового расширения $\alpha_1^\pm = 33 \cdot 10^{-5} \text{C}^{-1}$, $\alpha_2^\pm = 40 \cdot 10^{-5} \text{C}^{-1}$ [2]. Как видно, что степень разносопротивляемости по всем направлениям принята минимальной 14,3% вдоль оси β_1

и 5,3% вдоль $-\beta_2$. Это чрезвычайно минимальная величина разнсопротивляемости при минимальном перепаде температур.

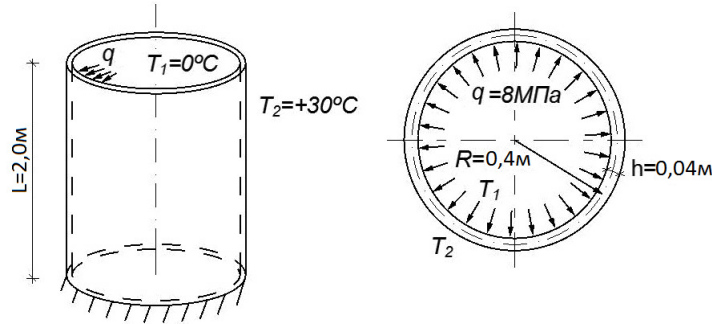


Рис. 1. Расчетная схема оболочки

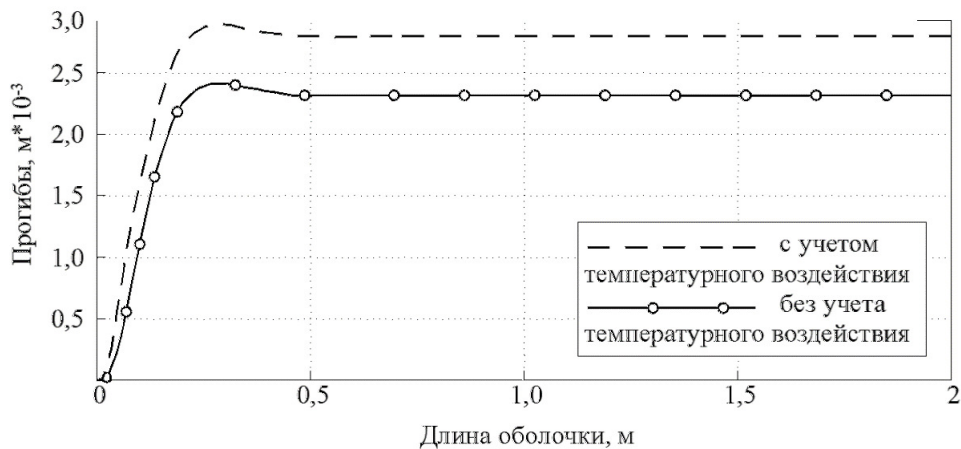


Рис. 2. Прогибы оболочки

На рис. 2 – 4 представлены основные результаты расчета деформирования оболочки с учетом принятых условий. Погрешность при определении максимальных прогибов при нагружении с температурным воздействием и без него составляет 20,8 %.

Осевые и окружные напряжения на внутренней поверхности оболочки без термического воздействия и при нем полностью совпадают, что обусловлено совпадением температур на этой поверхности в любой момент времени. Осевые напряжения на внешней поверхности в заделке без температурного нагружения меньше, чем при нем на 15 %, но для наибольших напряжений растяжения эта разница достигает 34,6 %. Причем на участке $0,125L-L$ воздействие температуры меняет знак напряжений на противоположный.

Окружные напряжения с наружной поверхности оболочки без учета термического воздействия по сравнению с вариантом расчета при нагреве на защемленном торце в 2 и более раз ниже. Максимальные окружные напряжения во внешних волокнах

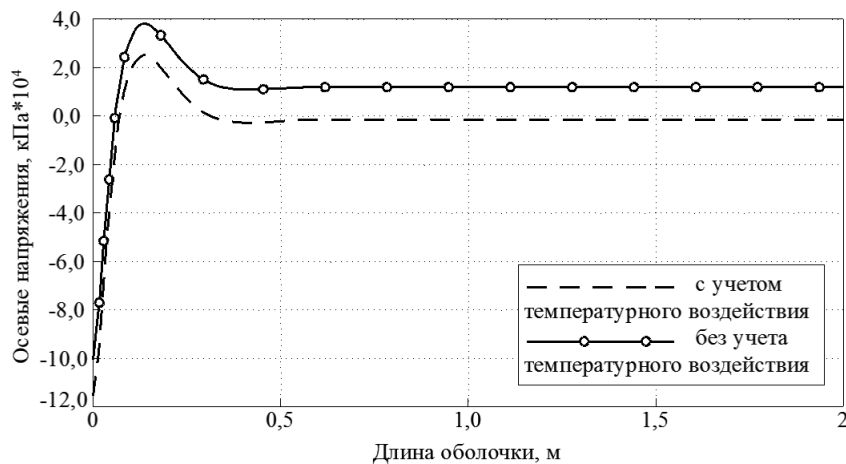


Рис. 3. Осевые напряжения

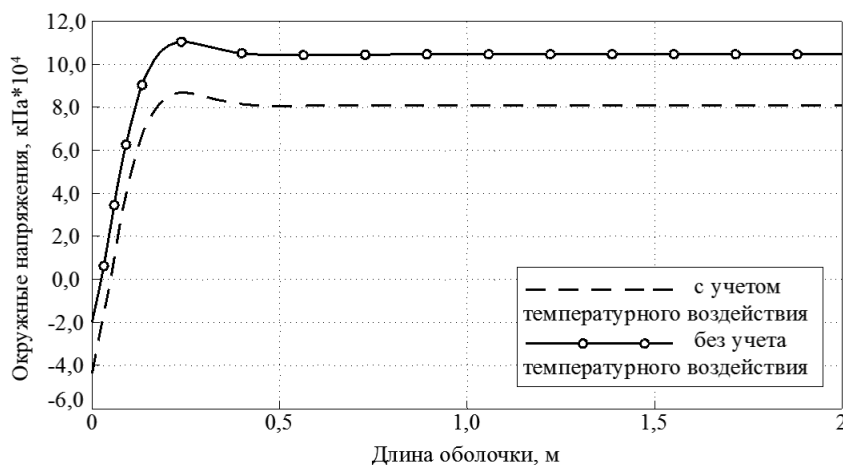


Рис. 4. Окружные напряжения

оболочки при нагреве меньше на 21,5 %, чем без него. Если в качестве материала оболочки принять вариант с большими отличиями деформационных характеристик на растяжение и сжатие в направлениях главных осей ортотропии, то погрешность классических теорий существенно повысится, может достигнуть 100% в отдельных показателях, а иногда и более [27].

6. Выводы Анализ результатов расчета показывает, что учет процесса нагрева цилиндрических оболочек из ортотропных материалов с деформационной анизотропией при температурных воздействиях демонстрирует кардинальное несоответствие получаемых результатов общих классических теорий, которые необходимо модернизировать с учетом универсальных уравнений состояния (4). Это даже показано при применении упрощенных моделей [11, 15–18].

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Розе А. В., Жигулин И. Г., Душин М. Н. Трехармированные тканые материалы // *Механика полимеров*. 1970. № 3. С. 471–476.
- [2] Каргин В. А. *Энциклопедия полимеров*. Москва: Советская энциклопедия, 1972. Т. 1. 1224 с.
- [3] О нелинейном деформировании углепластиков: эксперимент, модель, расчет / Е. В. Амелина, С. К. Голушко, В. С. Ерасов [и др.] // *ИВТ СО РАН: Вычислительные технологии*. 2015. Т. 20, № 5. С. 27–52.
- [4] Идентификация механических характеристик армированных волокнами композитов / Р. А. Каюмов, С. А. Луканкин, В.Н. Паймушин [и др.] // *Ученые записки Казанского университета. Физико-математические науки*. 2015. Т. 157, № 4. С. 112–132.
- [5] Development of the recommendations on selection of glass-fiber reinforced polyurethanes for vehicle parts / L. N. Shafigullin, A. A. Bobrishev, V. T. Erofeev et al. // *International Journal of Applied Engineering Research*. 2015. Vol. 10, no. 23. P. 43758–43762.
- [6] Sulfur composite technology from oil refinery waste / A. A. Yusupova, R. Akhmetova, A. A. Treshchev et al. // *International Journal of Applied Engineering Research*. 2016. Vol. 11– Issue 5., no. 1. P. 3057–3061.
- [7] Production of Sulfur Composite Materials from Sulfur Containing Waste for Construction Applications / A. A. Yusupova, R. T. Akhmetova, A. A. Treshchev et al. // *Research Journal of Pharmaceutical, Biological and Chemical Sciences*. 2016–July–August. – RJPBCS. no. 7(4). P. 1411–1419.
- [8] Hart P. E. The effect of pre-stressing on the thermal expansion and Young’s modulus of graphite // *Carbon*. 1972. Vol. 10. P. 233–236.
- [9] Hsu Y. S., Bert C. W., Reddy J. N. Thermoelasticity of Circular Cylindrical Shells Laminated of Bimodulus Composite Materials // *Journal of Thermal Stresses*. 1981. Vol. 4, no. 2. P. 155–177.
- [10] Thermal bending of thin rectangular plates of bimodulus composite materials / J. N. Reddy, C. W. Bert, Y. S. Hsu et al. // *Journal Mach. eng. sci.* 1980. Vol. 22, no. 6. P. 297–304.
- [11] The influence of temperature differences for the analysis of thin orthotropic cylindrical shell / A. A. Treschev, M. V. Spasskaya, M. B. Shereshevsky et al. // *Scientific Review Engineering and Environmental Sciences*. 2017. Vol. 26, no. 4. P. 528–537.
- [12] Ильющин А. А. *Пластичность*. Москва: Изд-во АН СССР, 1963. 271 с.
- [13] Трещёв А. А., Десягин М. Ю. Моделирование оболочки из изотропного разнсопротивляющегося графита с помощью объемных конечных элементов с учетом связанности напряжений и температур // *Materials Physics and Mechanics*. 2013. Т. 17, № 1. С. 59–70.
- [14] Трещёв А. А., Десягин М. Ю. Связанный термомеханический расчет оболочки из графито-композита с учетом существенно нелинейной разнсопротивляемости // *Вестник Поволжского государственного технологического университета*. - Сер. Материалы. Конструкции. Технологии. 2019. № 3(11). с. 91–100.
- [15] Трещев А. А., Теличко В. Г., Ходорович П. Ю. Моделирование напряженно-деформированного состояния толстых цилиндрических оболочек из материалов с усложненными свойствами // *Materials Physics and Mechanics*. 2014. Т. 21, № 1. С. 38–50.
- [16] Спасская М. В., Трещёв А. А. Термомеханическая задача для полой сферической оболочки из материала с усложненными свойствами // *Строительная механика и расчет сооружений*. Москва, 2018. № 5. С. 58–65.
- [17] Трещёв А. А., Спасская М. В. Напряженно-деформированное состояние круговой цилиндрической оболочки из материала с усложненными свойствами // *Materials Physics and Mechanics*. 2016. Т. 29, № 1. С. 32–38.
- [18] The Stress-Strain State Of Layered Orthotropic Conditional Half-Space Taking Into Account Different Resistance / L. N. Shafigullin, A. A. Treschev, P. Y. Hodorovich et al. // *Revista Publicando*. 2017. Vol. 4, no. 13(2). P. 109–127.
- [19] Treschev A. A., Bobrishev A. A., Shafigullin L. N. Constitutive relations for isotropic materials allowing quasi-linear approximation of the deformation law // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2019. Vol. 481, no. 012014. P. 1–7.
- [20] Описание деформирования ортотропных разнсопротивляющихся материалов / А. А. Трещев, Ю. А. Монастырев, В. Д. Чибрикина [и др.] // *Строительная механика и конструкции*. Воронеж, 2019. № 1(20). С. 7–13.

- [21] Трещев А. А., Завьялова Ю. А., Лапшина М. А. Вариант модели деформирования ортотропных композитных материалов // Эксперт: Теория и практика (Научно-практический журнал). Тольятти, 2020. № 3(6). С. 62–68.
- [22] Амбарцумян С. А. Общая теория анизотропных оболочек. Москва: Наука, 1974. 446 с.
- [23] Коваленко А. Д. Термоупругость. Киев: Вища школа, 1975. 216 с.
- [24] Петров В. В., Кривошеин И. В. Методы расчета конструкций из нелинейно деформируемого материала. Москва: Изд-во АСВ, 2009. 208 с.
- [25] Петров В. В., Кривошеин И. В. Неоднородные пологие оболочки с двумя видами нелинейности // АСАДЕМІА. Архитектура и строительство. 2013. № 1. С. 114–123.
- [26] Варвак П. М., Варвак Л. П. Метод сеток в задачах расчёта строительных конструкций. Москва: Стройиздат, 1977. 160 с.
- [27] Treschev A. A., Zhurin E. A. Bending of Ring Plates, Performed from an Orthotropic Nonlinear Differently Resistant Material // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2020. Vol. 16, Issue 1. P. 130–146.

Yu. A. Zavyalova¹, M. A. Lapshina¹, A. A. Treshchev¹

THERMAL FORCE LOADING OF AN ORTHOTROPIC CYLINDRICAL SHELL MADE OF A DEFORMATIONALLY ANISOTROPIC MATERIAL

¹Tula State University, Tula, Russia

Abstract. The objects of the considered studies were a special case of shell structures, namely, the shell of rotation – a closed circular cylindrical one, since such structures are very often found in the design and construction of industrial and civil facilities, as well as in the energy sector. A special feature of the design of the studied shells is the materials, which have anisotropy of a twofold nature. The structural anisotropy of the material of the orthotropy level is considered in conjunction with the deformation one, which appears depending on the stiffness and strength properties of the type of stress state. The shell is loaded with internal pressure, which is reduced to a uniformly distributed axisymmetric load. In addition, when setting the problem of construction mechanics, it is taken into account that specific structures are operated not in an ideal stationary isolated space, but in an environment with changing temperature parameters. At the same time, the probability of a temperature difference between the inner loaded surface of the shell and the outer surface – free from force action – is taken into account. It is known that in the general case, the temperature and force fields are interrelated, and the temperature distribution in the material of the structure depends on the stress state, but as numerous studies have shown, the connectivity of the thermomechanical problem is noticeable only in the short initial period of temperature change before the occurrence of a steady drop. Therefore, in the present article, the problem of thermal force loading of a cylindrical shell is considered in an unrelated formulation, when the general problem can be divided into two independent ones: structural mechanics and thermodynamics. Given that the classical theories of thermomechanics of shells made of materials with anisotropy of a twofold nature do not allow us to obtain sufficiently reliable results, and most of the known models designed for these materials have serious drawbacks, the method of normalized tensor stress space is used here. The article presents a system of differential equations for the problem of thermoelasticity of a cylindrical shell made of materials with complicated thermomechanical properties. Separate solutions with the most characteristic results of calculating the stress-strain state of the shell and their analysis are presented.

Keywords: structural orthotropy, deformation anisotropy, thermoelasticity, unrelated problem, cylindrical shell.

REFERENCES

- [1] Rosa A. V., Zhigulin I. G., Dushin M. N. Trekharmónica fabrics // *Mechanics of polymers*. 1970. no. 3. P. 471–476.
- [2] Kargin B. A. encyclopedia of polymer. Moscow: Soviet Encyclopedia, 1972. Vol. 1. 1224 p.
- [3] On nonlinear deformation of carbon fiber plastics: experiment, model, calculation / E. V. Amelina, S. K. Golushko, V. S. Erasov et al. // *IVT SB RAS: Computational Technologies*. 2015. Vol. 20, no. 5. P. 27–52.
- [4] Identification of mechanical characteristics of fiber-reinforced composites / R. A. Kayumov, S. A. Lukankin, V. N. Paimushin et al. // *Scientific notes of the Kazan University. Physical and mathematical sciences*. 2015. Vol. 157, no. 4. P. 112–132.
- [5] Development of the recommendations on selection of glass-fiber reinforced polyurethanes for vehicle parts / L. N. Shafigullin, A. A. Bobrishev, V. T. Erofeev et al. // *International Journal of Applied Engineering Research*. 2015. Vol. 10, no. 23. P. 43758–43762.
- [6] Sulfur composite technology from oil refinery waste / A. A. Yusupova, R. Akhmetova, A. A. Treshchev et al. // *International Journal of Applied Engineering Research*. 2016. Vol. 11– Issue 5., no. 1. P. 3057–3061.
- [7] Production of Sulfur Composite Materials from Sulfur Containing Waste for Construction Applications / A. A. Yusupova, R. T. Akhmetova, A. A. Treshchev et al. // *Research Journal of Pharmaceutical, Biological and Chemical Sciences*. 2016 – July-August. - RJPBCS. no. 7 (4). P. 1411–1419.
- [8] Hart P. E. The effect of pre-stressing on the thermal expansion and Young's modulus of graphite // *Carbon*. 1972. Vol. 10. P. 233–236.
- [9] Hsu Y. S., Bert C. W., Reddy J. N. Thermoelasticity of Circular Cylindrical Shells Laminated of Bimodulus Composite Materials // *Journal of Thermal Stresses*. 1981. Vol. 4, no. 2. P. 155–177.
- [10] Thermal bending of think rectangular plates of bimodulus composite materials / Y. S. Hsu, J. N. Reddy, C. W. Bert et al. // *Journal Mach. eng. sci.* 1980. Vol. 22, no. 6. P. 297–304.
- [11] The influence of temperature differences for the analysis of thin orthotropic cylindrical shell / A. A. Treshchev, M. V. Spasskaya, M. V. Shereshevsky et al. // *Scientific Review Engineering and Environmental Sciences*. 2017. Vol. 26, no. 4. P. 528–537.
- [12] Ilyushin A. A. *Plasticity*. Moscow: Publishing house of the USSR Academy of Sciences, 1963. 271 p.
- [13] Treshchev A. A., Delyagin M. Y. Modeling a shell made of isotropic multi-resistive graphite using volumetric finite elements, taking into account the coupling of stresses and temperatures // *Materials Physics and Mechanics*. 2013. Vol. 17, no. 1. P. 59–70.
- [14] Treshchev A. A., Delyagin M. Y. Associated thermomechanical calculation of a graphite composite shell taking into account essentially nonlinear diversity of resistance // *Bulletin of the Volga State Technological University. - Ser. Materials. Constructions. Technology*. 2019. no. 3 (11). p. 91–100.
- [15] Treshchev A. A., Telichko V. G., Khodorovich P. Y. Modeling the stress-strain state of thick cylindrical shells made of materials with complicated properties // *Materials Physics and Mechanics*. 2014. Vol. 21, no. 1. P. 38–50.
- [16] Spasskaya M. V., Treshchev A. A. Thermo-Mechanical problem for a hollow spherical shell of material with complicated properties // *Structural Mechanics and Calculation of Structures*. Moscow, 2018. № 5. C. 58–65.
- [17] Treshchev A. A., Spasskaya M. V. Stress-strain state of a circular cylindrical shell of a material with complicated properties // *Materials Physics and Mechanics*. 2016. Vol. 29, no. 1. P. 32–38.
- [18] The Stress-Strain State Of Layered Orthotropic Conditional Half-Space Taking Into Account Different Resistance / L. N. Shafigullin, A. A. Treshchev, P. Hodorovich et al. // *Revista Publicando*. 2017. Vol. 4, no. 13 (2). P. 109–127.

Zavyalova Yulia Andreevna, Post-graduate student, Tula State University, Tula, Russia.

Lapshina Maria Alexandrovna, Post-graduate student, Tula State University, Tula, Russia.

Treshchev Alexander Anatolyevich, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department "Construction, Building materials and structures Tula State University, Tula, Russia.

- [19] Treschev A. A., Bobrishev A. A., Shafigullin L. N. Constitutive relations for isotropic materials allowing quasi-linear approximation of the deformation law // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2019. Vol. 481, no. 012014. P. 1–7.
- [20] Description of deformation of orthotropic different-resisting materials / A. A. Treshchev, Y. A. Monastirev, V. D. Chibrikina et al. // Building Mechanics and Structures. Voronezh, 2019. no. 1 (20). P. 7–13.
- [21] Treshchev A. A., Zavyalova Y. A., Lapshina M. A. Variant of the model of deformation of orthotropic composite materials // Expert: Theory and Practice (Scientific and Practical Journal). Togliatti, 2020. no. 3 (6). P. 62–68.
- [22] Ambartsumyan C. A. General theory of anisotropic shells. Moscow: Science, 1974. 446 p.
- [23] Kovalenko A. D. Thermoelasticity. Kiev: Visha school, 1975. 216 p.
- [24] Petrov V. V., Krivoshein I. V. Methods for calculating structures from nonlinearly deformable material. Moscow: Publishing house ASV, 2009. 208 c.
- [25] Petrov V. V., Krivoshein I. V. Inhomogeneous flat shells with two types of nonlinearity // ACADEMIA. Architecture and construction. 2013. no. 1. P. 114–123.
- [26] Varvak P. M., Varvak L. P. The method of grid in problems of calculation of building structures. Moscow: Stroyizdat, 1977. 160 p.
- [27] Treschev A. A., Zhurin E. A. Bending of Ring Plates, Performed from an Orthotropic Nonlinear Differently Resistant Material // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. 2020. Vol. 16, Issue 1. P. 130–146.