В. И. Гультяев, А. А. Алексеев, И. А. Саврасов, В. В. Гараников

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА ПОСТУЛАТА ИЗОТРОПИИ ПРИ ДЕФОРМИРОВАНИИ СТАЛИ 45 ПО ОРТОГОНАЛЬНЫМ КРИВОЛИНЕЙНЫМ ТРАЕКТОРИЯМ ПОСТОЯННОЙ КРИВИЗНЫ

Тверской государственный технический университет, Тверь, Россия

Аннотация. Представлены результаты экспериментальных исследований по проверке достоверности одного из основных законов пластичности – постулата изотропии А.А. Ильюшина в условиях ортогональных сложных нагружений по криволинейным окружным траекториям постоянной кривизны. Экспериментальные исследования выполнены на тонкостенных трубчатых образцах из материала сталь 45 на автоматизированном расчетно-экспериментальном комплексе СН-ЭВМ. Программы нагружения трубчатых образцов задавались в девиаторном пространстве деформаций А.А. Ильюшина при одновременном комбинированном действии на образец растяжения-сжатия и кручения. В экспериментах реализовано четыре траектории деформирования, представляющие собой окружности, начинающиеся из начала координат. Установлено, что для реализованных сложных траекторий постоянной кривизны постулат изотропии выполняется как по скалярным, так и векторным свойствам.

Ключевые слова: пластичность, сложное нагружение, постулат изотропии, экспериментальные данные, траектория деформирования, векторные и скалярные свойства материала.

DOI: 10.37972/chgpu.2021.1.47.008

УДК: 579.3

Гультяев Вадим Иванович

Саврасов Иван Александрович

[©] Гультяев В. И., Алексеев А. А., Саврасов И. А., Гараников В. В., 2021

e-mail: vig0@mail.ru, доктор технических наук, заведующий кафедрой автомобильные дороги, основания и фундаменты, Тверской государственный технический университет, г. Тверь, Россия,

Алексеев Андрей Алексеевич

e-mail: alexeew@bk.ru, кандидат технических наук, доцент кафедры сопротивления материалов, теории упругости и пластичности, Тверской государственный технический университет, г. Тверь, Россия,

e-mail: flam_47@mail.ru, аспирант кафедры сопротивления материалов, теории упругости и пластичности, Тверской государственный технический университет, г. Тверь, Россия, Гараников Валерий Владимирович

e-mail: mexanika06@mail.ru, доктор технических наук, заведующий кафедрой технической механики, Тверской государственный технический университет, г. Тверь, Россия.

Поступила 10.02.2021

Элементы конструкций и детали машин работают в условиях сложного (непропорционального) нагружения и деформирования, и допускают в своей работе ограниченные пластические деформации. Поэтому проведение экспериментальных исследований механических свойств конструкционных материалов за пределом упругости и исследование закономерностей их поведения при сложном нагружении и разгружении является важной и актуальной задачей механики деформируемого твердого тела и теории пластичности. Постулат изотропии А.А. Ильюшина [1, 2] как одно из основных положений теории пластичности, был экспериментально проверен для различных конструкционных материалов на разных траекториях деформирования и нагружения [3-12]. Сущность постулата изотропии состоит в том, что при ортогональных преобразованиях вращения и отражения траекторий в векторном девиаторном пространстве с базисом А.А. Ильюшина образ процесса деформирования либо нагружения сохраняется, т.е. сохраняются скалярные и векторные свойства конструкционных материалов. Особый интерес при проверке постулата изотропии представляют траектории деформирования, на которых сложное (непропорциональное) нагружение реализуется с самого начала траектории. В статье [12] отмечено, что ортогональные нагружения могут вносить некоторые поправки в зависимость межлу напряжениями и леформациями при пластическом деформировании. Поэтому, основной задачей в данной работе работе являлась проверка достоверности постулата изотропии А.А. Ильюшина на сложных криволинейных траекториях постоянной кривизны, получаемых при ортогональных преобразованиях вращения исходной траектории.

Испытания тонкостенных трубчатых образцов из стали 45 проводились на автоматизированном комплексе CH-ЭВМ в лаборатории механических испытаний кафедры сопротивления материалов, теории упругости и пластичности Тверского государственного технического университета на тонкостенных цилиндрических оболочках с длиной рабочей части l = 110 мм, толщиной стенки h = 1 мм и радиусом срединной поверхности r = 15.5 мм. При обработке результатов экспериментальных данных для определения компонент ε_{ij} , σ_{ij} (i, j = 1, 2, 3) тензоров деформаций и напряжений использовались формулы [3]

$$\varepsilon_{11} = \frac{\Delta l}{l}, \ \varepsilon_{22} = \frac{\Delta r}{R}, \ \varepsilon_{12} = \varphi \frac{r}{2l}, \ \varepsilon_{33} = -(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}) + \frac{\sigma_0}{K}, \ \varepsilon_0 = \frac{\sigma_0}{3K}, \ K = \frac{E}{3(1-2\mu)}, \\ \sigma_{11} = \frac{P}{2\pi r h}, \ \sigma_{22} = p \frac{r}{h}, \ \sigma_{12} = \frac{M}{2\pi r^2 h}, \ \sigma_{33} \approx 0, \ \sigma_0 = \frac{1}{3} \left(\sigma_{11} + \sigma_{22} \right),$$
(1)

Здесь Δl – абсолютное удлинение рабочей части образца, φ – угол взаимного поворота поперечных сечений, Δr – изменение радиуса срединной поверхности образца, σ_0 – среднее напряжение, ε_0 – средняя деформация, K – объемный модуль упругости, μ – коэффициент поперечной деформации Пуассона, E – модуль продольной упругости, P – осевая сила, p – внутреннее давление, M – крутящий момент. Для стали 45 принято E = $2 \cdot 10^5$ MPa, μ = 0.3. Так как толщина стенки образцов намного меньше радиуса срединной поверхности (h << r), то напряженное состояние в точках образцов считалось однородным плоским ($\sigma_{33} = \sigma_{32} = \sigma_{31} = 0$, $\varepsilon_{32} = \varepsilon_{31} = 0$). С появлением пластических деформаций коэффициент поперечной деформации быстро возрастал и приближался к значению $\mu_p = 0.5$, поэтому при обработке экспериментальных данных использовалось условие несжимаемости ($\varepsilon_0 = 0$). Материал образцов с достаточной степенью был начально изотропным, что было установлено в экспериментах при простых нагружениях – растяжении, сжатии, кручении и пропорциональном сжатии с кручением (рис. 1).



Рис. 1. Диаграммы деформирования $\sigma - \Im$ при простых нагружениях.

При использовании векторного представления напряжений и деформаций по А.А. Ильюшину [1-3] девиаторам напряжений и деформаций ставятся в соответствие векторы напряжений и деформаций формоизменения

$$\bar{\sigma} = S_k i_k, \quad \bar{\Im} = \Im_k i_k \quad (k = 1, 2, 3), \tag{2}$$

где \hat{i}_k — единичные векторы базиса А.А. Ильюшина. Компоненты S_k, e_k (k = 1, 2, 3) векторов напряжений и деформаций в девиаторном трехмерном пространстве А.А. Ильюшина, рассчитывались по формулам:

$$S_{1} = \sqrt{\frac{3}{2}} S_{11} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[\sigma_{11} - \frac{1}{2} (\sigma_{22} + \sigma_{33}) \right],$$

$$S_{2} = \sqrt{2} \left(S_{22} + \frac{1}{2} S_{11} \right) = \frac{\sigma_{22} - \sigma_{33}}{\sqrt{2}}, \quad S_{3} = \sqrt{2} S_{12} = \sqrt{2} \sigma_{12},$$

$$\Theta_{1} = \sqrt{\frac{3}{2}} \Theta_{11} = \sqrt{\frac{2}{3}} (\varepsilon_{11} - \varepsilon_{0}), \quad \Theta_{2} = \sqrt{2} \left(\Theta_{22} + \frac{1}{2} \Theta_{11} \right) = \frac{\varepsilon_{22} - \varepsilon_{33}}{\sqrt{2}},$$

$$\Theta_{3} = \sqrt{2} \Theta_{12} = \sqrt{2} \varepsilon_{12},$$

(3)

где

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma_0, \quad \Im_{ij} = \varepsilon_{ij} - \delta_{ij}\varepsilon_0 \tag{4}$$

компоненты девиаторов напряжений и деформаций соответственно, *δ_{ij}* – символ Кронекера. Модули векторов напряжений и деформаций, равные модулям девиаторов напряжений и деформаций определяются соотношениями

$$\sigma = \sqrt{S_{ij}S_{ij}} = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}, \quad \Im = \sqrt{\Im_{ij}\Im_{ij}} = \sqrt{\Im_1^2 + \Im_2^2 + \Im_3^2}.$$
 (5)

Программы деформирования реализовывались при в девиаторной плоскости $\Im_1 - \Im_3$ (жесткое нагружение) при одновременном комбинированном действии на обрацы растяжения-сжатия и кручения. Все четыре траектории деформирования представлены на рис. 2. Исходная траектория деформирования (траектория 1, красный цвет) представляет собой окружность радиуса R = 0.75 %, начинающуюся из начала координат. По окружности сделан один полный оборот против хода часовой стрелки с приходом в начало координат. Координаты центра окружности $\Im_1^0 = 0$, $\Im_3^0 = 0.75$ %,

кривизна окружности $\kappa = 133.3$. Ортогональные преобразования исходной траектории осуществлялось вращением против часовой стрелки на 90° (траектория 2, синий цвет), 180° (траектория 3, зеленый цвет) и 270° (траектория 4, фиолетовый цвет). При этом траектории 1 и 3, а так же 2 и 4 являются кососимметричными по отношению друг к другу.



Рис. 2. Траектории деформирования на плоскости $\Im_1 - \Im_3$.

На рис. 3-8 представлены совмещенные экспериментальные результаты испытаний тонкостенных трубчатых образцов по траекториям деформирования 1, 2, 3 и 4. На рис. 3 представлен отклик по напряжениям на плоскости $S_1 - S_3$. Видно, что траектории напряжений также ортогональны друг другу.

В теории процессов А.А. Ильюшина связь между напряжениями и деформациями определяется скалярными и векторными свойствами материалов. Скалярные свойства материала характеризуют диаграммы деформирования $\sigma - s$, где s – длина дуги траектории деформирования. На рис. 4 представлены совмещенные диаграммы $\sigma - s$ для всех четырех экспериментов. Видно, что все диаграммы на рисунке 4 практически совпадают, значит можно сделать вывод о том, что для данной серии испытаний постулат изотропии по скалярным свойствам выполняется.

На рисунках 5, 6 приведены локальные диаграммы деформирования растяжениясжатия по компонентам $S_1 - \Im_1$ и чистого сдвига по компонентам $S_3 - \Im_3$ соответственно. Из них видно, что диаграммы для траекторий 1 и 3, а так же 2 и 4 являются кососимметричными.



Рис. 3. Отклик по напряжениям на плоскости $S_1 - S_3$.



Рис. 4. Диаграмма деформирования $\sigma - s$.

На рисунке 7 представлены совмещенные диаграммы $\vartheta_1 - s$, характеризующие векторные свойства материала, где ϑ_1 – угол, который характеризует отклонение вектора напряжений $\bar{\sigma}$ от касательной к траектории деформирования в каждой ее точке. Этот угол, называемый углом сближения, отражает влияние векторных свойств материала



Рис. 5. Локальная диаграмма деформирования $S_1 - \Im_1$.



Рис. 6. Локальная диаграмма деформирования $S_3 - \Im_3$.

на процесс деформирования. При обработке экспериментальных данных для определения ϑ_1 использовалось выражение

$$\cos\vartheta_1 = \frac{1}{\sigma} \left(S_1 \frac{(\Im_3 - \Im_3^0)}{R} - S_3 \frac{(\Im_1 - \Im_1^0)}{R} \right),\tag{6}$$



где \Im_1^0 , \Im_3^0 – координаты центров окружностей.

Рис. 7. Диаграмма $\vartheta_1 - s$.

Экспериментально установлено [3], что при деформировании по окружностям устанавливается стационарный режим деформирования с практически постоянным значением угла сближения $\vartheta_1^* \approx \text{const.}$ Это что также наблюдается в данной серии экспериментов, причем после стабилизации $\vartheta_1^* \approx 40^\circ$. Так как в данных опытах углы $\vartheta_1 < 90^\circ$, то процессы деформирования по всем четырем траекториям были активными без разгрузок. Также видно, что все диаграммы на рис. 7 близки друг к другу, значит можно сделать вывод о том, что для данной серии экспериментов постулат изотропии выполняется и по векторным свойствам.

Таким образом, в данной работе рассмотрена серия из четырех экспериментов по упругопластическому деформированию материала сталь 45 по ортогональным криволинейным траекториям деформирования в виде окружностей со смещенным центром, выходящих из начала координат. Исследованы скалярные и векторные свойства материала стать 45. Установлено, что для реализованных сложных траекторий постоянной кривизны постулат изотропии выполняется достаточно точно, как по скалярным, так и по векторным свойствам материала.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Ильюшин А. А. Пластичность. Основы общей математической теории. М.: Изд-во АН СССР, 1963. 273 с.
- [2] Ильюшин А. А. Труды (1946-1966). Т.2. Пластичность. М.: Физматлит, 2004. 480 с.
- [3] Зубчанинов В. Г. Механика процессов пластических сред. М.: Физматлит, 2010. 352 с.
- [4] Зубчанинов В. Г., Алексеев А. А., Гультяев В. И. О построении поверхности текучести стали 45 и проверке постулата изотропии на прямолинейных траекториях при многократных знакопеременных нагружениях // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2014. № 3. С. 71–88. DOI: 10.15593/perm.mech/2014.3.05
- [5] Ленский В. С. Экспериментальная проверка основных постулатов общей теории упругопластических деформаций // Вопросы теории пластичности. М.: Изд-во АН СССР, 1961. С. 58–82.
- [6] Андреев Л.С. О проверке постулата изотропии // Прикладная механика, 1969. Т. 15. № 7. С. 122-125.
- [7] Васин Р. А., Никиточкин А. Н., Огибалов П. М. О проверке постулата изотропии при переменной скорости деформирования // Механика полимеров. 1975. № 2. С. 224-227.

- [8] Исследование закономерностей термовязкопластического деформирования твердого тела при неизотермических сложных процессах нагружения. Ч. 1 // Прикладная механика. 2001. Т. 37. № 3. С. 3–34. DOI: 10.1023/A:1011331929237
- [9] Щербо А. Г., Завистовский В. Э. Экспериментальная проверка постулата изотропии // Вестник Полоцкого государственного университета. Фундаментальные науки. 2008. № 9. С. 147–153.
- [10] Zubchaninov V.G., Alekseev A.A., Alekseeva E.G., Gultiaev V.I.: Experimental verification of postulate of isotropy and mathematical modeling of elastoplastic deformation processes following the complex angled nonanalytic trajectories. Materials Physics and Mechanics. 2017. No 32(3). P. 298–304.
- [11] Зубчанинов В. Г., Алексеев А. А., Алексеева Е. Г. Проверка постулата изотропии и численное моделирование процессов деформирования материалов на сложных гладких траекториях // Materials Physics and Mechanics. 2016. Т. 29. № 2. С. 150–157.
- [12] Зубчанинов В. Г., Гультяев В. И. О проверке постулата изотропии в теории процессов сложного пластического деформирования // Проблемы прочности и пластичности. 2008. № 70. С. 18–23.

V. I. Gultiaev, A. A. Alekseev, I. A. Savrasov, V. V. Garanikov

EXPERIMENTAL VERIFICATION OF THE ISOTROPY POSTULATE AT DEFORMATION OF STEEL 45 ALONG ORTHOGONAL CURVILINEAR TRAJECTORIES OF CONSTANT CURVATURE

Tver State Technical University, Tver, Russia

Abstract. The results of experimental studies on validation Ilyushin's isotropy postulate under the conditions of orthogonal complex loads along curvilinear trajectories of constant curvature. Experimental studies were carried out on thin-walled tubular specimens made of steel 45 on SN-EVM testing machine. Loading programs for tubular specimens were set in the deviatorial strain space of A.A. Ilyushin under the combined action of tension-compression and torsion on the specimens. Experimental data are obtained for four strain trajectories, which are circles starting from the origin. It is found that for the realized complex trajectories of constant curvature the isotropy postulate is fulfilled in terms of scalar and vector properties.

Keywords: plasticity, complex loading, isotropy postulate, experimental data, strain trajectory, vector and scalar properties of material.

REFERENCES

- Ilyushin A. A. Plasticity: Fundamentals of the general mathematical theory. Izd-vo AN USSR. Moscow, 1963. 273 p.
- [2] Ilyushin A. A. Proceedings (1946-1966). Vol. 2 Plasticity. Moscow, 2004. 480 p.
- [3] Zubchaninov V. G. Mechanics of processes of plastic environments. Fizmatlit. Moscow, 2010.
- [4] Zubchaninov V. G., Alekseev A. A., Gultyaev V. I. About drawing of the yield surface for steel 45 and verification of the postulate of isotropy on straight-line paths during repeated sign-variable loadings // PNRPU Mechanics Bulletin. 2014. No 3. P. 71–88. DOI: 10.15593/perm.mech/2014.3.05

Alekseev, Andrey Alekseevich, Ph.D. (Technical Sciences), Associate Professor, Department of Strength of Materials, Theory of Elasticity and Plasticity, Tver State Technical University, Tver, Russia,

Gultiaev, Vadim Ivanovich, Doctor of technical sciences, Head of Department of Automobile roads, bases and foundations, Tver State Technical University, Tver, Russia,

Savrasov, Ivan Alexandrovich, Postgraduate Student of the Department of Strength of Materials, Theory of Elasticity and Plasticity, Tver State Technical University, Tver, Russia,

Garanikov, Valery Vladimirovich, Doctor of Technical Sciences, Head of the Department of Technical Mechanics, Tver State Technical University, Tver, Russia.

- [5] Lenskii V. S. Experimental verification of the basic postulates from the general theory of elastic-plastic deformations. Moscow, 1961. P. 58–82.
- [6] Andreev L.S.: Verifying the isotropy postulate // Soviet Applied Mechanics. 1969. Vol. 15. No 7. P. 122–125.
- [7] Vasin R.A., Nikitovich A.N., Ogibalov P.M. Verification of the postulate of isotropy during variablerate deformation // Polymer Mechanics. 1975. No 2. P. 224–227.
- [8] Shevchenko Yu. N., Terekhov R. G. Studying the laws of the thermoviscoplastic deformation of a solid under nonisothermal complex loading // International Applied Mechanics. 2001. No 37(3). P. 287–316.
- Shcherbo A. G., Zavistovsky V. E. Experimental verification of the isotropy postulate // Vestnik of Polotsk State University. Fundamental sciences. 2008. No 9. P. 147–153.
- [10] Zubchaninov V. G., Alekseev A. A., Alekseeva E. G., Gultiaev V. I. Experimental verification of postulate of isotropy and mathematical modeling of elastoplastic deformation processes following the complex angled nonanalytic trajectories // Materials Physics and Mechanics. 2017. No 32(3). P. 298–304.
- [11] Zubchaninov V. G., Alekseev A. A., Alekseeva E. G. Verification of the postulate of the isotropy and numerical simulation of the deformation of materials on a complex smooth trajectories // Materials Physics and Mechanics. 2016. No 29(2). P. 150–157.
- [12] Zubchaninov V. G., Gultiaev V. I. On the verification of the postulate of isotropy in theory of complex plastic deformation processes // Problems of strenght and plasticity. 2008. No 70. P. 18–23.