

Е. П. Дац¹, Е. В. Мурашкин², А. М. Буруруев², Т. К. Нестеров², Н. Э. Стадник²

РАСЧЕТ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В СОСТОЯНИИ УПРУГОЙ РАЗГРУЗКИ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАГРЕТОГО НЕОДНОРОДНОГО ТЕРМОУПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА В УСЛОВИЯХ ТОРОИДАЛЬНОЙ СИММЕТРИИ

¹Институт прикладной математики ДВО РАН г. Владивосток, Россия

²Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН г. Москва, Россия

Аннотация. Статья посвящена численному моделированию остаточных напряжений в неоднородном торе. Материал тора полагается термоупругопластическим. Расчет температурных напряжений происходит в рамках квазистатического приближения. Рассчитываются поля остаточных напряжений и деформаций. Приводятся численные результаты решения краевой задачи в тороидальных координатах. Рассматриваются случаи длинного тора и возможность аналитического приближения исходной краевой задачи.

Ключевые слова: температурное напряжение, идеальная пластичность, теплопроводность, термоупругость

DOI: 10.37972/chgru.2021.1.47.011

УДК: 539.374

1. Введение. Разработка и создание новых материалов, конструкций и деталей машин на их основе для всех отраслей народного хозяйства является одним из основных современных направлений научно-технического прогресса. Особое место среди них занимают функционально-градиентные материалы, конструкции и покрытия для космической промышленности и технологии их изготовления. Первые функционально-градиентные структуры были разработаны для создания тепловых барьеров двигателей космических кораблей, однако со временем они стали применяться в совершенно

© Дац Е. П., Мурашкин Е. В., Буруруев А. М., Нестеров Т. К., Стадник Н. Э. 2021

Дац Евгений Павлович

e-mail: dats@dvo.ru, кандидат физико-математических наук, доцент, Институт прикладной математики ДВО РАН, Владивосток, Россия

Мурашкин Евгений Валерьевич

e-mail: murashkin@ipmnet.ru, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия

Работа выполнена в рамках государственного задания (№ госрегистрации АААА-А20-120011690132-4) и при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований проекты № 19-51-60001, № 20-01-00666.

Поступила 24.02.2021

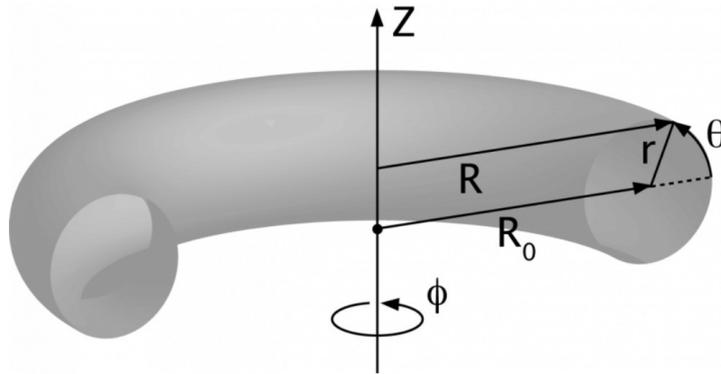


Рис. 1. Система координат.

разных областях – от медицины до атомной промышленности. Тем не менее, наиболее технологичная передовая космическая промышленность по-прежнему является основным их потребителем [1-5].

Математические модели деформирования изделий, изготовленных аддитивными способами, несомненно должны учитывать температурные эффекты. Модель термоупругопластичности, полученная обобщением классической модели Прандтля–Рейса полностью отвечает требованиям, предъявляемым современной инженерией к исследователям. Ранее авторами, настоящего сообщения, был решен ряд краевых задач по расчету температурных напряжений в телах с осевой и центральной симметрией [6–18]. В предлагаемой работе рассмотрим проблему расчета остаточных напряжений в условиях тороидальной симметрии. Основу расчетов пластического течения, предваряющего стадию разгрузки материала, возьмем результаты изложенные в публикациях [19-21].

2. Основные уравнения термоупругой модели в тороидальных координатах. На протяжении статьи будем использовать нотацию предыдущих работ [19-21]. Введем систему координат (см. Рис. 1) тогда переход к декартовым координатам будет происходить согласно соотношениям

$$X = \Omega \cos(\varphi), \quad Y = \Omega \sin(\varphi), \quad Z = R_0 \cos(\theta), \quad \Omega = (R_0 + r \sin(\theta)), \quad (1)$$

где R_0 большой радиус тора, $r \in [r_1, r_2]$, r_1 и r_2 внутренний и внешний радиусы поперечного сечения тора. Центр тора совпадает с нулем декартовой системы координат

Буруруев Алексей Михайлович

e-mail: alexey@bururuev.ru, ведущий инженер, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия

Нестеров Тимофей Константинович

e-mail: murashkin@ipmnet.ru, программист, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия

Стадник Никита Эдуардович

e-mail: murashkin@ipmnet.ru, младший научный сотрудник, Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия

Деформации $d_{ij} = e_{ij} + p_{ij}$ состоят из термоупругой e_{ij} и пластической p_{ij} частей. В условиях тороидальной симметрии имеем

$$\begin{aligned} d_{\theta\theta} &= \frac{u_{\theta,\theta}}{r} + \frac{u_r}{r}, & d_{\varphi\varphi} &= \frac{u_r \sin(\theta) + u_\theta \cos(\theta)}{\Omega} + \frac{u_{\varphi,\varphi}}{\Omega}, & d_{r\theta} &= \frac{1}{2} \left(\frac{u_{r,\theta}}{r} + u_{\theta,r} - \frac{u_\theta}{r} \right), \\ d_{rr} &= u_{r,r}, & d_{r\varphi} &= \frac{1}{2} \left(\frac{u_{r,\varphi}}{\Omega} + u_{\varphi,r} - \frac{u_\varphi \sin(\theta)}{\Omega} \right), & d_{\theta\varphi} &= \frac{1}{2} \left(\frac{u_{\theta,\varphi}}{\Omega} + u_{\varphi,\theta} - \frac{u_\varphi \cos(\theta)}{\Omega} \right). \end{aligned} \quad (2)$$

Уравнения равновесия в рассматриваемом случае запишутся в виде

$$\begin{aligned} \sigma_{rr,r} + \frac{\sigma_{r\theta,\theta}}{r} + \frac{\sigma_{r\varphi,\varphi}}{\Omega} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} + \frac{\sin(\theta)}{\Omega} (\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi} + \text{ctg}(\sigma_{r\theta})) &= 0, \\ \sigma_{r\theta,r} + \frac{\sigma_{\theta\theta,\theta}}{r} + \frac{\sigma_{\theta\varphi,\varphi}}{\Omega} + \frac{2\sigma_{r\theta}}{r} + \frac{\sin(\theta)}{\Omega} (\sigma_{r\theta} + \text{ctg}(\theta)(\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{\varphi\varphi})) &= 0, \\ \sigma_{r\varphi,r} + \frac{\sigma_{\theta\varphi,\theta}}{r} + \frac{\sigma_{\varphi\varphi,\varphi}}{\Omega} + \frac{\sigma_{r\varphi}}{r} + \frac{2\sin(\theta)}{\Omega} (\sigma_{r\varphi} + \text{ctg}(\theta)\sigma_{\theta\varphi}) &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Подставив определяющие соотношения термоупругого тела

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} \text{tr} e_{ij} - \alpha \delta_{ij} (3\lambda + 2\mu)(T - T_0) + 2\mu e_{ij}, \quad (4)$$

в уравнения равновесия не сложно получить уравнения для определения перемещений в областях термоупругого равновесия. В (4) приняты обозначения δ_{ij} — дельта Кронекера, λ , μ — постоянные Ламе, α — коэффициент линейного теплового расширения, $(T - T_0)$ — температур начально T_0 и текущей T .

Уравнение теплопроводности примет вид

$$T_{,rr} + \frac{(R_0 + 2r \sin(\theta))T_{,r}}{r(R_0 + r \sin(\theta))} + \frac{T_{,\theta\theta}}{r^2} + \frac{\cos(\theta)T_{,\theta}}{r(R_0 + r \sin(\theta))} + \frac{T_{,\varphi\varphi}}{(R_0 + r \sin(\theta))^2} = \frac{1}{\kappa} \frac{\partial T}{\partial t}. \quad (5)$$

3. Краевая задача разгрузки в тороидальных координатах. Рассмотрим тело, обладающее тороидальной симметрией, с внутренней полостью радиуса R_0 и параметрами сечения $r_1 < r < r_2$. В случае симметричного температурного поля, получим

$$u_\varphi = 0, \quad d_{r\varphi} = d_{\theta\varphi} = 0, \quad \sigma_{r\varphi} = \sigma_{\theta\varphi} = 0. \quad (6)$$

Будем рассматривать свободное тепловое расширения, т.е.

$$\sigma_{rr}(r_1, \theta) = 0, \quad \sigma_{r\theta}(r_1, \theta) = 0, \quad \sigma_{rr}(r_2, \theta) = 0, \quad \sigma_{r\theta}(r_2, \theta) = 0. \quad (7)$$

В предположении малости отношения r_2/R_0 уравнение теплопроводности существенно упрощается и записывается в виде

$$T_{,r} + rT_{,rr} = 0. \quad (8)$$

Уравнения равновесия (3) и компоненты деформаций (2) в этом случае преобразуются к виду

$$\begin{aligned} \sigma_{rr,r} + \frac{\sigma_{r\theta,\theta}}{r} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = 0, & \quad \sigma_{r\theta,r} + \frac{\sigma_{\theta\theta,\theta}}{r} + \frac{2\sigma_{r\theta}}{r} = 0, \\ d_{rr} = F_{,r} \quad d_{\varphi\varphi} = C, & \quad d_{\theta\theta} = \frac{F}{r}, \quad d_{r\theta} = 0, \end{aligned} \quad (9)$$

где $F(r)$ — функция, требующая определения, C — не определенные постоянные. Перемещения получаются в виде

$$u_r(r, \theta) = F(r) + R_0 C \sin(\theta), \quad u_\theta(r, \theta) = R_0 C \cos(\theta). \quad (10)$$

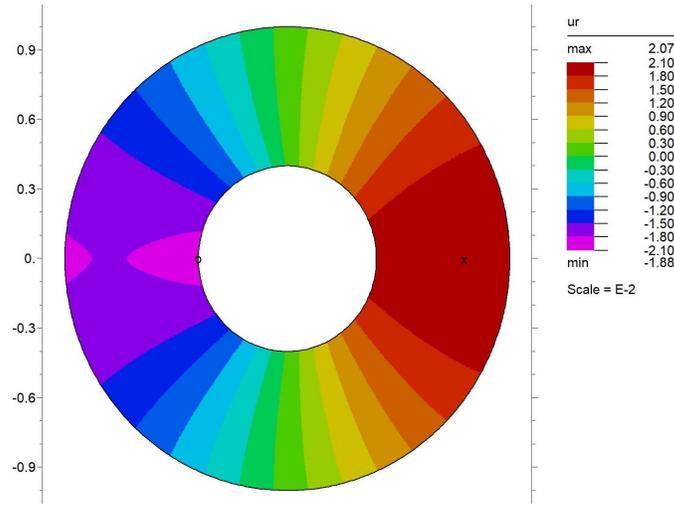


Рис. 2.

Вид функции $F(r)$ зависит от краевых условий рассматриваемой задачи.

Состояние термоупругопластического материала при наличии накопленных необратимых деформаций. Расчет пластического течения обсуждался ранее в работах [19-21]. Приведем графические результаты такого расчета Рис.2-Рис.3. Рассмотрим процесс охлаждения тела до уровня комнатной ($T = T_0$). В этом случае, после пластического течения начнется процесс разгрузки, характеризуемый термоупругим деформированием с учетом накопленных пластических деформаций. Не сложно получить связь компонент необратимых деформаций ($p_{\varphi\varphi} = -p_{rr} - p_{\theta\theta}$), тогда выражения для силовых напряжений примут вид

$$\sigma_{rr} = \frac{2\mu}{\eta^2} \int_{r_1}^r \frac{p_{rr}(\rho) - p_{\theta\theta}(\rho)}{\rho} d\rho - \frac{2\mu^2}{(\lambda + 2\mu)r^2} \int_{r_1}^r \rho(p_{rr}(\rho) + p_{\theta\theta}(\rho)) d\rho + \frac{Q}{r^2} + P, \quad (11)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = (r\sigma_{rr}(r),_r), \quad \sigma_{\varphi\varphi} = \mu\gamma(p_{rr}(r) + p_{\theta\theta}(r)) + \frac{\lambda\sigma_{rr}(r) + \lambda\sigma_{\theta\theta}(r)}{2(\lambda + \mu)},$$

где P, Q — постоянные, определяемые из краевых условий, а компоненты пластических деформаций можно определить согласно зависимостям

$$p_{rr} = \begin{cases} p_{rr}^*, & r_1 \leq r \leq b, \\ p_{rr}^{**}, & b \leq r \leq a, \\ 0, & r_1 \leq a \leq r_2, \end{cases} \quad p_{\theta\theta} = \begin{cases} p_{\theta\theta}^*, & r_1 \leq r \leq b, \\ 0, & b \leq r \leq a, \\ 0, & r_1 \leq a \leq r_2. \end{cases} \quad (12)$$

По формулам (11) и (12) легко провести численные расчеты напряженно деформированного состояния упругой разгрузки материала в условиях тороидальной симметрии.

Заключение. В работе приводятся результаты численного анализа остаточных напряжений термоупругопластического тела, обладающего тороидальной симметрии. Рассмотрен случаи длинного тора и возможность аналитического приближения исходной краевой задачи.

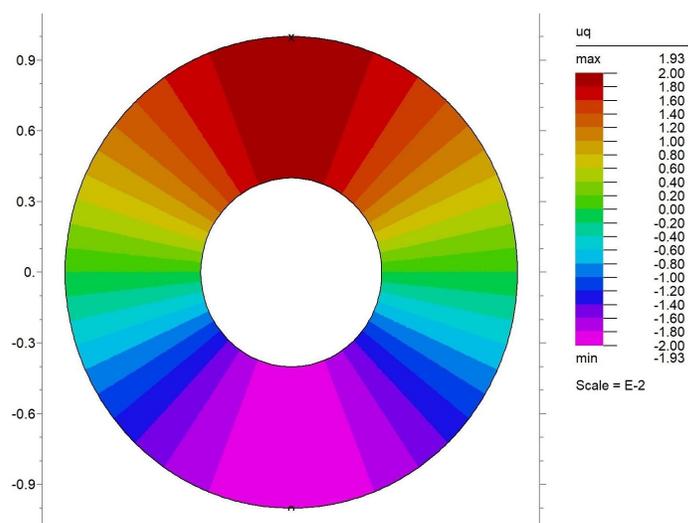


Рис. 3.

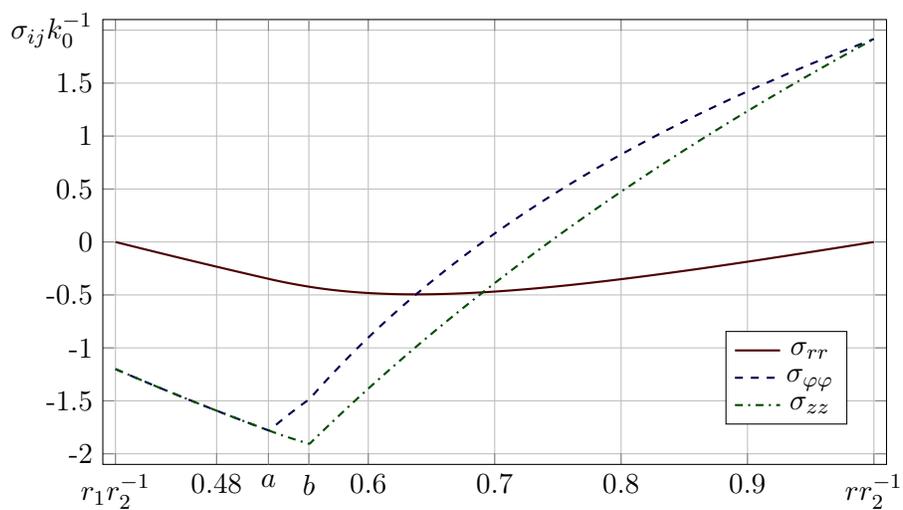


Рис. 4. $r_1r_2^{-1} = 0.4$, $\epsilon = 0.1$, $ar_2^{-1} = 0.521$, $br_2^{-1} = 0.553$.

Благодарности. Работа выполнена в рамках государственного задания (№ госрегистрации АААА-А20-120011690132-4) и при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований проекты (№ 19-51-60001, № 20-01-00666).

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Additive Manufacturing / 3D Printing Technology: A Review / R. Mahamood et al. // Annals of "Dunarea de Jos" University of Galati. Fascicle XII, Welding Equipment and Technology. 2019. V. 30. P. 51-58.

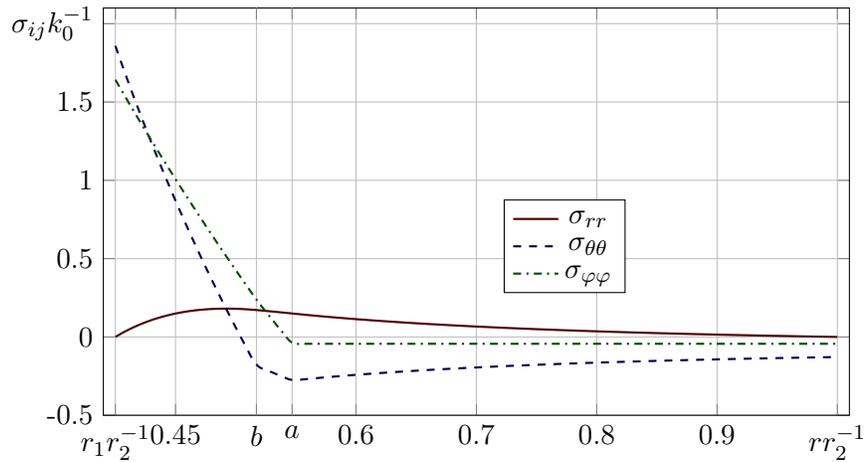


Рис. 5. Остаточные напряжения в тороидальных координатах.

- [2] Experimental Investigation of Laser Metal Deposited Al–Cu–Ti Coatings on Ti–6Al–4V Alloy / A. Lasisi et al. // *Advances in Manufacturing Engineering. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer. 2020. P. 515–522.
- [3] Effect of Process Parameters on the Hardness Property of Laser Metal Deposited Al–Cu–Ti Coatings on Ti–6Al–4V Alloy / A. Lasisi et al. // *Advances in Manufacturing Engineering. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer. 2020. P. 523–529.
- [4] Laser Metal Deposition of Titanium Composites: A Review / E. T. Akinlabi et al. // *Advances in Manufacturing Engineering. Lecture Notes in Mechanical Engineering* / Ed. by S. S. Emamian, M. Awang, F. Yusof. Singapore. Springer. 2020. P. 555–564.
- [5] Study of Additive Manufactured Ti–Al–Si–Cu / Ti–6Al–4V Composite Coating by Direct Laser Metal Deposition (DLMD) Technique / L. C. Naidoo et al. // *Advances in Manufacturing Engineering. Lecture Notes in Mechanical Engineering* / Ed. by S. S. Emamian, M. Awang, F. Yusof. Singapore. Springer. 2020. P. 503–513.
- [6] Material characterization and corrosion behavior of hybrid coating TiAlSiCu / Ti6Al-4V composite / L. C. Naidoo et al. // *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik*. 2020. V. 51. No 6. P. 766–773.
- [7] Температурные напряжения в упругопластической трубе в зависимости от выбора условия пластичности / Е.П. Дац и др. // *Известия Российской академии наук. Механика твердого тела*. 2018. №. 1. P. 32–43.
- [8] Murashkin E. V., Dats E. P., Klindukhov V. V. Numerical analysis of the elastic-plastic boundaries in the thermal stresses theory frameworks // *Journal of Physics: Conference Series*. IOP Publishing. 2017. V. 937. No. 1. P. 012030.
- [9] Murashkin E. V., Dats E. P., Stadnik N. E. Piecewise Linear Yield Criteria in the Problems of Thermoplasticity // *International Journal of Applied Mathematics*. 2017. V. 47. No. 3.
- [10] Mack W. Thermal assembly of an elastic-plastic hub and a solid shaft // *Archive of Applied Mechanics*. 1993. V. 63. No. 1. P. 42–50.
- [11] Burenin A. A., Dats E. P., Murashkin E. V. Formation of the residual stress field under local thermal actions // *Mechanics of Solids*. 2014. V. 49. No. 2. P. 218–224.
- [12] Dats E., Murashkin E., Stadnik N. On heating of thin circular elastic-plastic plate with the yield stress depending on temperature // *Procedia engineering*. 2017. V. 173. P. 891–896.
- [13] Dats E., Murashkin E., Stadnik N. On a multi-physics modelling framework for thermo-elastic-plastic materials processing // *Procedia Manufacturing*. 2017. V. 7. P. 427–434.
- [14] Murashkin E., Dats E. Thermoelastoplastic deformation of a multilayer ball // *Mechanics of Solids*. 2017. V. 52. No. 5. P. 495–500.

-
- [15] Burenin A., Murashkin E., Dats E. Residual stresses in am fabricated ball during a heating process // AIP Conference Proceedings. 2018. V. 1959. P. 1–5.
- [16] Stadnik N., Dats E. Continuum mathematical modelling of pathological growth of blood vessels // Journal of Physics: Conference Series. 2018. V. 991. P. 1–7.
- [17] Murashkin E., Dats E. Coupled thermal stresses analysis in the composite elastic-plastic cylinder // Journal of Physics: Conference Series. 2018. V. 991. P. 1–12.
- [18] Akinlabi E. T., Dats E., Murashkin E. Thermoelasticplastic deformation of a functionally graded spherical layer // Journal of Physics: Conference Series. 2020. V. 1474(1). P. 012002.
- [19] Orçan Y. Residual stresses and secondary plastic flow in a heat generating elastic-plastic cylinder with free ends // International journal of engineering science. 1995. V. 33. No. 12. P. 1689–1698.
- [20] Murashkin E., Dats E. Thermal stresses computation in donut // Engineering Letters. 2019. V. 27. No 3. P. 568–571.
- [21] Дац Е. П., Мурашкин Е. В. Температурные напряжения в условиях тороидальной симметрии // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2019. №. 2. С. 57–70.
- [22] Murashkin E. V., Dats E. P. Thermal stresses computation under toroidal symmetry conditions // AIP Conference Proceedings. AIP Publishing LLC. 2019. V. 2116. No. 1. P. 380012.

*E. P. Dats*¹, *E. V. Murashkin*², *A. M. Bururuev*², *T. K. Nesterov*², *N. E. Stadnik*²

CALCULATION OF RESIDUAL STRESSES IN THE STATE OF ELASTIC UNLOADING OF A PREHEATED INHOMOGENEOUS THERMOELASTOPLASTIC MATERIAL UNDER CONDITIONS OF TOROIDAL SYMMETRY

¹*Institute of Applied Mathematics FEB RAS, Vladivostok, Russia*

²*Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of RAS, Moscow, Russia*

Abstract. The article is devoted to the numerical simulation of residual stresses in an inhomogeneous torus. The torus material is assumed to be thermoelastoplastic. The calculation of temperature stresses is carried out within the framework of the quasi-static approximation. Residual stress and strain fields are calculated. Numerical results of solving the boundary value problem in toroidal coordinates are presented. The cases of a long torus and the possibility of an analytical approximation of the original boundary value problem are considered.

Keywords: thermal stress, ideal plasticity, yield, heat conduction, thermoelasticity

REFERENCES

- [1] Additive Manufacturing / 3D Printing Technology: A Review / R. Mahamood et al. // Annals of “Dunarea de Jos” University of Galati. Fascicle XII, Welding Equipment and Technology. 2019. V. 30.P. 51-58.
- [2] Experimental Investigation of Laser Metal Deposited Al–Cu–Ti Coatings on Ti–6Al–4V Alloy / A. Lasisi et al. // Advances in Manufacturing Engineering. Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer. 2020. P. 515–522.
- [3] Effect of Process Parameters on the Hardness Property of Laser Metal Deposited Al–Cu–Ti Coatings on Ti–6Al–4V Alloy / A. Lasisi et al. // Advances in Manufacturing Engineering. Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer. 2020. P. 523–529.
- [4] Laser Metal Deposition of Titanium Composites: A Review / E. T. Akinlabi et al. // Advances in Manufacturing Engineering. Lecture Notes in Mechanical Engineering / Ed. by S. S. Emamian, M. Awang, F. Yusof. Singapore. Springer. 2020. P. 555-564.
- [5] Study of Additive Manufactured Ti–Al–Si–Cu / Ti–6Al–4V Composite Coating by Direct Laser Metal Deposition (DLMD) Technique / L. C. Naidoo et al. // Advances in Manufacturing Engineering. Lecture Notes in Mechanical Engineering / Ed. by S. S. Emamian, M. Awang, F. Yusof. Singapore. Springer. 2020. P. 503-513.

Dats Evgeniy Pavlovich PhD, Researcher, Institute of Applied Mathematics of FEB RAS, Vladivostok, Russia

Murashkin Evgenii Valerievich PhD, Senior Researcher, Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of RAS, Moscow, Russia

Bururuev Aleksei Mikhailovich Leading Engineer of the Laboratory for Modeling in Mechanics of Solids IPMech RAS, Moscow, Russia.

Nesterov Timofey Konstantinovich programmer, Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of RAS, Moscow, Russia

Stadnik Nikita Eduardovich Junior Researcher, Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of RAS, Moscow, Russia

This study was in part financially supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (State Registration Number AAAA-A20-120011690132-4) and by the Russian Foundation for Basic Research project nos. 19-51-60001, 20-01-00666).

-
- [6] Material characterization and corrosion behavior of hybrid coating TiAlSiCu / Ti6Al-4V composite / L. C. Naidoo et al. // *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik*. 2020. V. 51. No 6. P. 766–773.
- [7] Temperature stresses in an elastoplastic pipe depending on the choice of the plasticity condition / E.P. Dats et al. // *Izvestiya Rossijskoj akademii nauk. Mekhanika tverdogo tela*. 2018. no. 1.P. 32–43.
- [8] Murashkin E. V., Dats E. P., Klindukhov V. V. Numerical analysis of the elastic-plastic boundaries in the thermal stresses theory frameworks // *Journal of Physics: Conference Series*. IOP Publishing. 2017. V. 937. No. 1.P. 012030.
- [9] Murashkin E. V., Dats E. P., Stadnik N. E. Piecewise Linear Yield Criteria in the Problems of Thermoplasticity // *International Journal of Applied Mathematics*. 2017. V. 47. No. 3.
- [10] Mack W. Thermal assembly of an elastic-plastic hub and a solid shaft // *Archive of Applied Mechanics*. 1993. V. 63. No. 1.P. 42-50.
- [11] Burenin A. A., Dats E. P., Murashkin E. V. Formation of the residual stress field under local thermal actions // *Mechanics of Solids*. 2014. V. 49. No. 2.P. 218-224.
- [12] Dats E., Murashkin E., Stadnik N. On heating of thin circular elastic-plastic plate with the yield stress depending on temperature // *Procedia engineering*. 2017. V. 173. P. 891–896.
- [13] Dats E., Murashkin E., Stadnik N. On a multi-physics modeling framework for thermo-elastic-plastic materials processing // *Procedia Manufacturing*. 2017. V. 7. P. 427–434.
- [14] Murashkin E., Dats E. Thermoelastoplastic deformation of a multilayer ball // *Mechanics of Solids*. 2017. V. 52. No. 5.P. 495-500.
- [15] Burenin A., Murashkin E., Dats E. Residual stresses in am fabricated ball during a heating process // *AIP Conference Proceedings*. 2018. V. 1959. P. 1-5.
- [16] Stadnik N., Dats E. Continuum mathematical modeling of pathological growth of blood vessels // *Journal of Physics: Conference Series*. 2018. V. 991. P. 1–7.
- [17] Murashkin E., Dats E. Coupled thermal stresses analysis in the composite elastic-plastic cylinder // *Journal of Physics: Conference Series*. 2018. V. 991. P. 1-12.
- [18] Akinlabi E. T., Dats E., Murashkin E. Thermoelasticplastic deformation of a functionally graded spherical layer // *Journal of Physics: Conference Series*. 2020. V. 1474 (1). P. 012002.
- [19] Orçan Y. Residual stresses and secondary plastic flow in a heat generating elastic-plastic cylinder with free ends // *International journal of engineering science*. 1995. V. 33. No. 12.P. 1689-1698.
- [20] Murashkin E., Dats E. Thermal stresses computation in donut // *Engineering Letters*. 2019. V. 27.No 3.P. 568-571.
- [21] E. P. Dats, E. V. Murashkin Temperature stresses in conditions of toroidal symmetry. *Vestnik of the Chuvash State Pedagogical University. I. Ya. Yakovleva. Series: Limit State Mechanics*. 2019. no. 2.P. 57–70.
- [22] Murashkin E. V., Dats E. P. Thermal stresses computation under toroidal symmetry conditions // *AIP Conference Proceedings*. AIP Publishing LLC. 2019. V. 2116. No. 1.P. 380012.