Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева
Серия: Механика предельного состояния. 2021. № 2 (48). С. 7–13

Г. Т. Володин, Д. С. Кочергин

УСЛОВИЯ ГАРАНТИРОВАННОГО РАЗРУШЕНИЯ И ВЗРЫВОСТОЙКОСТИ БАЛОЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ВЗРЫВЕ В ВОДЕ

Тульский государственный университет, г. Тула, Россия

Аннотация. По данным проведенных ранее исследований авторов найдены условия гарантированного разрушения и гарантированной взрывостойкости балки, свободно лежащей на недеформируемых опорах в воде. Импульсная динамическая нагрузка создана взрывом сосредоточенного заряда конденсированного взрывчатого вещества (ВВ), расположенного в воде на фиксированном расстоянии от балки. Под разрушением понимается потеря несущей способности балки вследствие возникновения в ней пластических зон (шарниров), трещин, разделений на фрагменты. Использован обобщенный на действия динамической нагрузки критерий разрушения, основанный на достижении максимальным изгибающим моментом критических значений.

Ключевые слова: балка, импульсная нагрузка, взрыв в воде, присоединенная масса, максимальный изгибающий момент, динамический критерий разрушения.

DOI: 10.37972/chgpu.2021.48.2.002

УДК: 531/534

Введение

Целью исследований колебаний балочной конструкции в плотной среде (в воде), вызванных действием взрыва, является нахождение условий её гарантированного разрушения (или гарантированной взрывостойкости). Пусть над серединой балки на некотором расстоянии a от её оси расположен заряд ВВ массы С с известными энергетическими характеристиками. Тогда условия разрушения (взрывостойкости балки) можно найти, используя два подхода:

1. При фиксированном расстоянии a найти минимальную массу С заряда, взрыв которого приводит к гарантированному разрушению балки.

2. При фиксированной массе С заряда ВВ найти максимальное расстояние a, на котором взрыв заряда гарантированно разрушит балку.

Володин Геннадий Тимофеевич
`e-mail:` g.volodin@yandex.ru, доктор технических наук, профессор, Тульский государственный университет, г. Тула, Россия.
Кочергин Денис Сергеевич
`e-mail:` sir.cod4@yandex.ru, аспирант, Тульский государственный университет, г. Тула, Россия.

Поступила 23.03.2021

Постановка задачи

Известно [1], что при взрывном (импульсном) воздействии на балочные элементы конструкций их деформирование осуществляется во время свободных колебаний уже после действия такой нагрузки. В работе [1] в рамках принятых в ней допущений получено уравнение свободных колебаний балки свободно опертой по концам на недеформируемые опоры при воздействии на неё в воде взрывной нагрузки. Это уравнение в частных производных пятого порядка при выполнении краевых и начальных условий решено методом разделения переменных, а именно: решение представлено произведением неизвестной функции времени на функцию прогибов, которая выбрана так, что удовлетворяются краевые условия закрепления балки и принцип наименьшего действия – наименьшей работы деформирования [1]. Функция времени найдена из решения обыкновенного дифференциального уравнения, полученного после подстановки выбранной функции прогибов в исходное определяющее уравнение движения.

Весьма актуальной задачей исследований поведения балки в воде при действии на нее взрывной нагрузки является нахождение условий её гарантированного разрушения или гарантированной взрывостойкости.

Рассмотрим задачу о гарантированном разрушении. Следуя работам [2], [3], условие гарантированного разрушения применим в виде

$$|M_{\max}| \geq K_{0*} \cdot \mu_3 \cdot \delta_{*n} \cdot W, \tag{1}$$

где μ_3 – коэффициент динамичности материала ($\mu_3 = \frac{\delta_{*3}}{\delta_*}$, δ_{*3} – динамический предел прочности, δ_* – статический предел прочности), K_{0*} – коэффициент однородности на гарантированное разрушение ($K_{0*} = \frac{\delta_{*\max}}{\delta_{*0}}$, δ_{*0} – нормированный браковочный минимум, $\delta_{*\max}$– максимальное сопротивление материала), δ_{*n} – нормативное сопротивление материала при изгибе, W – момент сопротивления балки.

В работе [1] получено определяющее уравнение свободных колебаний балки, свободно опертой на недеформируемые опоры под действием взрыва заряда ВВ в воде:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \beta_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \beta_2 \frac{\partial^5 w}{\partial x^4 \partial t} = 0, \tag{2}$$

в течение которых происходит её деформирование, при этом $w = w(x,t)$ – прогиб балки в сечении x в момент времени t,

$$\beta_1 = \frac{EJ}{\rho},\ \beta_2 = \frac{\eta J}{\rho}, \rho = \rho_0 + \rho_1, \tag{3}$$

E – модуль упругости материала балки, J – момент инерции площади её поперечного сечения, η – коэффициент вязкости, ρ_0 и ρ_1 – соответственно погонная (на единицу длины) плотность материала балки и присоединенной массы воды [2,4].

Разделяя переменные, функцию прогибов $w(x,t)$ запишем в виде

$$w(x,t) = w_0(t) \cdot \cos\frac{\pi x}{l}, \tag{4}$$

где функция времени $w_0(t)$ определяет прогиб среднего сечения балки в любой момент времени t. Подстановка функции (4) в уравнение движения (5) приводит к обыкновенному дифференциальному уравнению относительно функции $w_0(t)$

$$\ddot{w}_0(t) + \gamma_2 \dot{w}(t) + \gamma_1 w_0(t) = 0, \tag{5}$$

при этом точки над искомой функцией означают ее производные соответствующих порядков по времени, а константы γ_1 и γ_2 вычисляются по формулам [1]:

$$\gamma_1 = \frac{\pi^4}{l^4}\beta_1,\ \gamma_2 = \frac{\pi^4}{l^4}\beta_2. \tag{6}$$

Дискриминант D характеристического уравнения $\lambda^2 + \gamma_2\lambda + \gamma_1 = 0$, равный $D = \gamma_2^2 - 4\gamma_1$ определяет интервал значений коэффициента вязкости η материала балки при данной скорости деформирования, а также форму решения задачи.

Действительно, для случая $D > 0$, получим интервал

$$\eta > 2\left(\frac{l}{\pi}\right)^2 \cdot \sqrt{\frac{E\rho}{J}} \tag{7}$$

Решение уравнения (5) должно удовлетворять начальным условиям [1]:

$$w_0(0) = 0; \tag{8}$$

$$\dot{w}_0(0) = \delta, \tag{9}$$

при этом

$$\delta = \frac{bK_1A_0C}{\rho a^2}, \tag{10}$$

b – ширина балки, K_1 – коэффициент формы [2], учитывающий расположение балки по отношению к фронту возмущения, A_0 – параметр, характеризующий ВВ заряда, например, для тротила, $A_0 = 400\frac{\text{м}}{\text{с}}$, a – расстояние заряда ВВ до оси балки, C – масса заряда ВВ.

Для интервала η, определяемого неравенством (7), решение уравнения (5) имеет вид

$$w_0(t) = C_1\left(e^{\lambda_1 t} - e^{\lambda_2 t}\right), \tag{11}$$

где

$$\lambda_1 = \frac{1}{2}\left(-\gamma_2 + \sqrt{D}\right), \lambda_2 = -\frac{1}{2}\left(\gamma_2 + \sqrt{D}\right), \tag{12}$$

$$C_1 = \frac{\delta}{\sqrt{D}}. \tag{13}$$

Максимальное значение прогиба в центре балки будет в момент t_*, для которого скорость прогиба обратится в нуль, то есть

$$\dot{w}_0(t_*) = 0 \tag{14}$$

Из соотношения (14) найдем

$$t_* = \frac{1}{\sqrt{D}}\ln\frac{\lambda_2}{\lambda_1}, \tag{15}$$

$$w_0(t_*) = C_1\left(e^{\lambda_1 t_*} - e^{\lambda_2 t_*}\right) \tag{16}$$

Учитывая соотношение для максимального изгибающего момента

$$M_{\max} = -EJ\frac{\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)_{\max}}{\left[1 + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2_{\max}\right]^{\frac{3}{2}}} \tag{17}$$

и пренебрегая по малости величиной $\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2_{\max} \ll 1$, получим для максимального прогиба в центре балки (для $x = 0$)

$$|M_{\max}| = EJ\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \cdot w_0(t_*) = EJ\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \frac{\delta}{\sqrt{D}}\left(e^{\lambda_1 t_*} - e^{\lambda_2 t_*}\right) \tag{18}$$

Подставив выражение для $|M_{\max}|$ из (18) в (1), получим для условия гарантированного разрушения соотношение

$$EJ\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \frac{\delta}{\sqrt{D}}\left(e^{\lambda_1 t_*} - e^{\lambda_2 t_*}\right) \geq K_{0*}\mu_3\delta_{*n}W \tag{19}$$

Учитывая соотношение для δ (10) найдем выражение для массы заряда ВВ

$$C \geq \frac{K_{0*}\mu_3\delta_{*n}W \cdot \sqrt{D} \cdot \rho a^2 \left(\frac{l}{\pi}\right)^2}{EJbK_1A_0(1 - e^{-t_*\sqrt{D}})} \cdot e^{-\lambda_1 t_*} \tag{20}$$

Таким образом, для рассматриваемого интервала значений коэффициента вязкости гарантированное разрушение балки согласно принятому критерию (1) произойдет, если будет использован заряд фиксированного ВВ массой не менее величины, определяемой соотношением (20).

Рассмотрим случай, когда $D = 0$. Для этого случая получаем единственное значение коэффициента вязкости

$$\eta = 2\left(\frac{l}{\pi}\right)^2 \cdot \sqrt{\frac{E\rho}{J}} \tag{21}$$

и решение

$$w_0(t) = \delta t e^{\lambda t}, \lambda = \frac{-\gamma_2}{2}, \tag{22}$$

при этом

$$t_* = \frac{2}{\gamma_2} \tag{23}$$

Следовательно,

$$w_0(t_*) = \delta t_* e^{\lambda t_*} \tag{24}$$

Аналогично (18) найдем

$$|M_{\max}| = EJ\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 w_0(t_*) = EJ\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \delta\frac{2}{\gamma_2}e^{-1} \tag{25}$$

Подставив $|M_{\max}|$ из (25) в (1), получим

$$EJ\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \delta\frac{2}{\gamma_2 e} \geq K_{0*}\mu_3\delta_{*n}W \tag{26}$$

Учитывая выражение для δ (10) из (26) найдём

$$C \geq \frac{K_{0*}\mu_3\delta_{*n}W \cdot \rho a^2 \gamma_2 e \left(\frac{l}{\pi}\right)^2}{2EJbK_1A_0} \tag{27}$$

В третьем случае, когда $D < 0$, находим интервал для η:

$$0 < \eta < 2\left(\frac{l}{\pi}\right)^2 \cdot \sqrt{\frac{E\rho}{J}} \tag{28}$$

и решение

$$w_0(t) = \frac{2\delta}{\sqrt{D_1}}e^{-\frac{\gamma_2}{2}t} \cdot \sin\frac{\sqrt{D_1}}{2}t, D_1 = -D \tag{29}$$

$$t_* = \frac{2}{\sqrt{D_1}} arctg \frac{\sqrt{D_1}}{\gamma_2}$$

$$w_0(t_*) = \frac{2\delta}{\sqrt{D_1}} e^{-\frac{\gamma_2}{2}t_*} \cdot \sin \frac{\sqrt{D_1}}{2} t_*$$

$$|M_{\max}| = EJ \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \frac{2\delta}{\sqrt{D_1}} e^{-\frac{\gamma_2}{2}t_*} \cdot \sin \frac{\sqrt{D_1}}{2} t_* \tag{30}$$

Из условия (1) с учетом (30) находим

$$C \geq \frac{K_{0*}\mu_3\delta_{*n}W \cdot \sqrt{D_1} \cdot \rho a^2 \left(\frac{l}{\pi}\right)^2}{2EJbK_1A_0 \cdot \sin \frac{\sqrt{D_1}}{2} t_*} e^{\frac{\gamma_2}{2}t_*} \tag{31}$$

Предположим теперь, что по данным экспериментов для выбранной скорости деформации определены величины модуля упругости и коэффициента вязкости материала балки. Тогда, минимальная масса заряда ВВ определенного вида (с определенными энергетическими характеристиками), необходимая для гарантированного разрушения балки в воде может быть определена по одной из формул (20), (27), (31), в зависимости от того, в каком интервале значений окажется величина η.

Анализ взрывостойкости балочной конструкции проводится по аналогичной методике заменой знака неравенства на противоположный в соотношении (1).

В качестве примера рассмотрим металлическую балку прямоугольного поперечного сечения, из стали (Ст.3), лежащую на недеформируемых опорах в воде; длина балки $l = 2$ м, ширина сечения $b = 0,08$ м, высота сечения $h = 0,1$ м, коэффициент однородности на гарантированное разрушение $K_{0*} = 1,644$, нормированный браковочный минимум $\delta_{*0} = 2,35 \times 10^7$Па, коэффициент динамичности $\mu_3 = 2$, модуль упругости $E = 2,1 \times 10^{11}$Па. Заряд расположен над серединой балки на высоте $a = 1$ м, обобщенный параметр энергетической характеристики ВВ заряда (тротил) $A_0 = 400\frac{\text{м}}{\text{с}}$. Согласно исследованиям, проведенным в работе [5], коэффициент вязкости $\eta = 1 \times 10^5 \frac{\text{кг}}{\text{м}\cdot\text{с}}$, $\rho_0 = 62,4\frac{\text{кг}}{\text{м}}$ (сталь), $\rho_1 = 8\frac{\text{кг}}{\text{м}}$,(вода), момент инерции $J = 6,667 \times 10^{-6}$м^4, $W = 1,333 \times 10^{-4}$м^3. Используя формулу (3) получаем $\beta_1 = 1,989 \times 10^4 \frac{\text{м}^4}{\text{с}^2}$, $\beta_2 = 9,47 \times 10^{-3} \frac{\text{м}^4}{\text{с}}$. Исходя из уравнений (6) получаем $\gamma_1 = 1,211 \times 10^5 \frac{1}{\text{с}^2}$, и $\gamma_2 = 0,058 \frac{1}{\text{с}}$.

Как отмечено ранее, значение дискриминанта D характеристического уравнения $\lambda^2 + \gamma_2\lambda + \gamma_1 = 0$ определяет интервал значений коэффициента вязкости материала балки. В данном примере $D = -4,843 \times 10^5 \frac{1}{\text{с}}$ и, следовательно, корни комплексные и решение определяется формулой (29). Исходя из соотношений (29), найдём величину $t_* = 4.514 \cdot 10^{-3}$. После подстановки этих данных в соотношение (31) для массы C получаем $C \geq 2,283$ кг. Если рассматривать эту же балку, находящуюся в воздухе, то получаем заряд, массой $C \geq 2,15$ кг.

Заключение

В работе решена актуальная задача по нахождению условий гарантированного разрушения (гарантированной взрывостойкости) балочных элементов конструкций, расположенных в воде, импульсной нагрузкой, созданной взрывом сосредоточенного заряда конденсированного ВВ. Задача решена аналитически в рамках принятых допущений. Приведен пример расчетов для стальной балки прямоугольного поперечного сечения. Полученный результат свидетельствует о том, что для гарантированного разрушения балочной конструкции, расположенной в воде, требуется масса заряда большая, чем для такой же балки, расположенной в воздухе. Это соответствует физическому смыслу явления, поскольку при взрыве заряда в воде его энергия дополнительно расходуется на приведение в движение слоев жидкости, окружающих балочную конструкцию.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Володин Г. Т., Кочергин Д. С. Деформирование упруго-вязких балок взрывной нагрузкой в воде // Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2021. № 1(47). С. 56–63.

[2] Саламахин Т.М. Разрушение взрывом элементов конструкций. Москва: ВИА, 1961. 275 с.

[3] Володин Г. Т. Действие взрыва зарядов конденсированных ВВ в газовой и жидкой среде. Часть 2. Взрывостойкость и гарантированное разрушение элементов конструкций. Тула: «Левша», 2005. 160 с.

[4] Кочин Н.Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика, часть 1. Москва: ГИФМЛ, М, 1963. 584 с.

[5] Ильюшин А.А. Об испытании металлов при больших скоростях. Инженерный сборник. Москва, 1941. С. 13–26.

G. T. Volodin, D. S. Kochergin

CONDITIONS FOR GUARANTEED DESTRUCTION AND EXPLOSION RESISTANCE OF BEAM STRUCTURAL ELEMENTS IN THE EVENT OF AN EXPLOSION IN WATER

Tula State University, Tula, Russia.

Abstract. According to the data of the authors' earlier studies, the conditions of guaranteed destruction and guaranteed explosion resistance of a beam freely lying on non-deformable supports in water were found. The impulse dynamic load is created by the explosion of a concentrated charge of a condensed explosive (HE) located in water at a fixed distance from the beam. Destruction is understood as the loss of the bearing capacity of the beam due to the appearance of plastic zones (hinges), cracks, and fragmentation in it. The criterion of destruction generalized to the action of dynamic load is used, based on the achievement of critical values by the maximum bending moment.
Keywords: beam, impulse load, explosion in water, added mass, maximum bending moment, dynamic criterion of failure.

REFERENCES

[1] Volodin G. T., Kochergin D. S. Deformation of elastic-viscous beams by explosive loading in water // Bulletin of the I. Ya. Yakovlev ChSPU. Series: Limit State Mechanics. 2021. no. 56-63. p. 1(47). (in Russian).
[2] Salamakhin T. M. Explosion destruction of structural elements. Moscow: VIA, 1961. 275 p. (in Russian).
[3] Volodin G. T. The effect of the explosion of charges of condensed explosives in a gas and liquid medium. Part 2.Explosion resistance and guaranteed destruction of structural elements. Tula: Lefty, 2005. 160 p. (in Russian).
[4] Kochin N. E., Kibel I. A., Rose N. V. Theoretical hydromechanics, part 1. Moscow: GIFML, 1963. 584 p. (in Russian).
[5] Ilyushin A. A. On testing metals at high speeds. Engineering Collection. Moscow, 1941. P. 13–26. (in Russian).

Volodin Gennady Timofeevich, Doctor of Technical Sciences, Professor, Tula State University, Tula, Russia.
Kochergin Denis Sergeevich, Postgraduate Student, Tula State University, Tula, Russia.