

М. В. Петров, Б. В. Михайлов, Е. Г. Гоник

## УСТОЙЧИВОСТЬ ТОНКОСТЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ КРУЧЕНИИ, ЗАПОЛНЕННЫХ СЫПУЧИМ ЗАПОЛНИТЕЛЕМ

*Чувашский государственный университет им. И. Н. Ульянова, г. Чебоксары, Россия*

**Аннотация.** Экспериментами изучено влияние сыпучего заполнителя на устойчивость при кручении тонкостенных цилиндрических оболочек. Для исследования образцы изготавливались из алюминиевого сплава 3004 глубокой вытяжкой в матрице. Образцы закреплялись консольно к жесткой стенке, на свободный конец прикладывался крутящий момент. Испытывались пустые и заполненные железным порошком образцы. Нагружение образцов выполнялось ступенчато, порциями по 10Н вначале и при приближении к моменту потери устойчивости по 1Н, 0,5Н. На каждой ступени нагружения фиксировались крутящий момент и угол поворота свободного конца образца. Построены графики зависимости угла поворота от крутящего момента. Устойчивость образцов терялась в упругости. Вначале нагружения, на заполненных сыпучим заполнителем образцах, не происходит поворот сечений из-за препятствия сил трения заполнителя. Железный порошок увеличивает значение критического крутящего момента на 20-30%.

**Ключевые слова:** устойчивость, образец, критическая нагрузка, эксперимент, деформация, кручение.

DOI: 10.37972/chgpu.2021.48.2.006

УДК: 539.3

**Введение.** Тонкостенные цилиндрические оболочки используются в конструкциях летательных аппаратов, транспортных средствах, машиностроения, строительных конструкциях, морских кораблей.

---

© Петров М. В., Михайлов Б. В., Гоник Е. Г., 2021

*Петров Михаил Васильевич*

**e-mail:** rimmametova20@gmail.com, доктор технических наук, профессор, Чувашский государственный университет им. И. Н. Ульянова, г. Чебоксары, Россия.

*Михайлов Борис Васильевич*

**e-mail:** boris.mihaylov.63@mail.ru, кандидат технических наук, доцент, Чувашский государственный университет им. И. Н. Ульянова, г. Чебоксары, Россия.

*Гоник Екатерина Григорьевна*

**e-mail:** katya.gonik@mail.ru, старший преподаватель, Чувашский государственный университет им. И. Н. Ульянова, г. Чебоксары, Россия.

Поступила 05.03.2021

Автоцистерны состоят из автомобиля и цилиндрической цистерны для перевозки различных сыпучих материалов (цемента, песка, муки и химической продукции). Автомобильные перевозки составляют 80% объёма перевозимых грузов в стране.

Конструкция летательного аппарата состоит главным образом из оболочек, корпус летательного аппарата в целом можно рассматривать как подкрепленную оболочку. Расчеты оболочек на устойчивость имеют существенное значение при проектировании подводных и надводных кораблей, тепловозов, трубопроводов, резервуаров, куполов и покрытий в инженерных сооружениях и т.д. В конструкциях оболочки могут быть пустыми и заполненными различными жидкостями, газами, сыпучими материалами [1,2,3].

Оболочечные конструкции естественно должны быть прочными, жесткими и устойчивыми. Для выполнения этих требований выполнены различные теоретические и экспериментальные исследования. [4,5,6 и др.].

При эксплуатации оболочки испытывают различные виды нагружения и изгибаются, закручиваются, одновременно изгибаются и закручиваются и т.д. Могут терять прочность, устойчивость. Устойчивость пустых оболочек при сжатии, изгибе, кручении, сложном нагружении рассмотрено во многих работах [7,8,9,10].

В последнее время представляет большой интерес проблема устойчивости тонкостенных оболочек, заполненных сыпучими материалами в связи с перевозками сыпучих материалов в автоцистернах [11-18].

В работах [19-21] исследуется устойчивость тонкостенных оболочек, заполненных сыпучими материалами при изгибе. Показано, что критические нагрузки возрастают на 30-35%. Устойчивость тонкостенных оболочек, заполненных сыпучим материалом при кручении не исследовано, поэтому эта проблема актуальна.

**Целью данной работы** является экспериментальное исследование устойчивости тонкостенных оболочек, заполненных сыпучим материалом при кручении.

#### **Экспериментальная установка, порядок испытаний, образцы.**

Для выполнения экспериментальных исследований была изготовлена специальная установка рис.1. Установка состояла из жесткой металлической стенки 1, к которой закреплялись консольно образец 2. Крутящий момент создавался нагружающим устройством 3. Нагружающее устройство 3 состояло из рычагов 4, двух динамометров 5 и гирей 6. Рычаги 4 соединялись тросами 7 с динамометрами 5. Троса 7 огибались через блоки 8 и соединялись с подвесками 9 на которые укладывались гири 6. На свободный конец, где прикладывался крутящий момент, жестко прикреплялся стержень 10, на конце которого устанавливался индикатор часового типа 11. При повороте стержня 10 индикатор часового типа 11 измерял перемещение конца стержня 10, после чего подсчитывался угол поворота сечения.

Эксперименты проводились следующим образом. Тщательно подбирались образцы без наличия геометрических дефектов. Образец плотно вставлялся на оправку стенки 1 и обжимался хомутом чтобы получить жесткое закрепление конца образца. Испытывались пустые и заполненные сыпучим материалом образцы. Если испытания проводятся с наполнителем, то предварительно образцы заполнялись необходимым количеством сыпучего материала. На свободный конец образца устанавливалось нагружающее устройство. Устанавливался индикатор ИЧ-10 и проверялась работа экспериментальной установки. Нагружение образца крутящим моментом производилось укладыванием на обе подвески гирей. Вначале давались небольшие нагрузки и

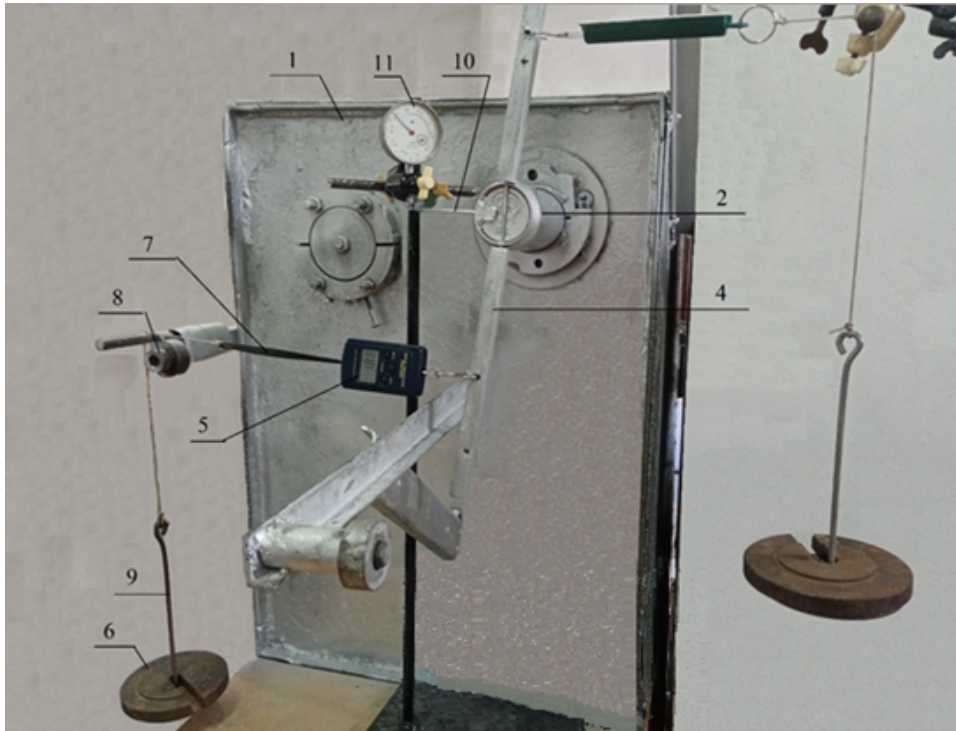


Рис. 1. Экспериментальная установка.

перед потерей устойчивости образца нагрузки снижались, чтобы зафиксировать критический момент. В экспериментах фиксировались крутящий момент и угол поворота сечения, где прикладывался крутящий момент.

Тонкостенные цилиндрические образцы изготавливались из алюминиевого сплава 3004 в состоянии Н19, радиусом  $R=31,5\text{мм}$ , толщиной стенки  $h=0,1\text{мм}$ , длиной  $L=140\text{мм}$ . Чтобы получились стабильные геометрические размеры без дефектов, образцы изготавливались глубокой вытяжкой в матрице. Фотографии образцов представлены на рис.2. На рис.2.а слева показан образец до испытаний. На рис.2.б показан испытанный образец с наполнителем, на рис.2.в показан испытанный пустой образец.

Результаты испытаний.

Вначале испытывались пустые образцы. На рис.3 показаны графики 1,2,3 зависимости угла поворота образца от крутящего момента. Испытывалось 9 образцов. Графики линейные, значит устойчивость терялась в упругости. Получено среднестатистическое критическое значение крутящего момента  $M_{cr} = 547,5\text{Н} \cdot \text{см}$ . На рис.2 для пустого образца видно, что образовались вмятины под углом  $12-14^\circ$  к оси образца по всей наружной поверхности. Число волн равно шести. Критическое касательное напряжение, рассчитанное по формуле [3]:

$$\tau = \frac{M_{cr}}{4\pi R h} = \frac{547,5 \cdot 10^{-8}}{2 \cdot 3,14 \cdot 31,5^2 \cdot 10^{-6} \cdot 0,1 \cdot 10^{-3}} = 8,8\text{МПа} \quad (1)$$

Чтобы убедиться в правильности выполненных экспериментов, рассчитывались по теоретически полученным формулам [3] некоторые результаты:

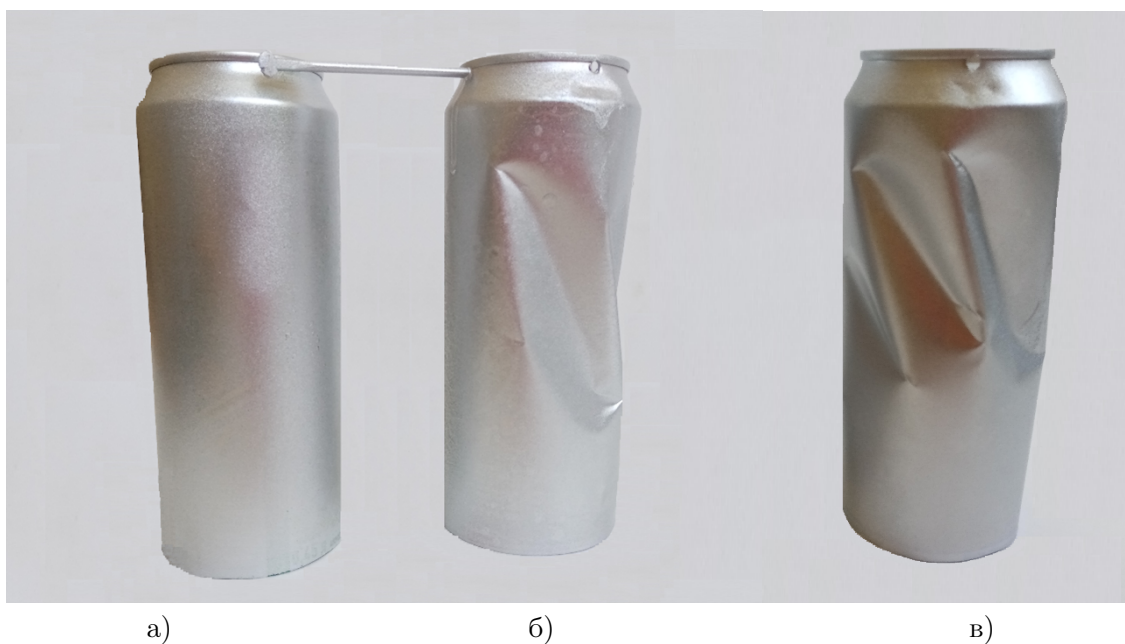


Рис. 2. образцы а) до испытания, б) после испытания нагруженного образца, в) после испытания пустого образца

Верхнее критическое касательное напряжение:

$$\tau_B = 0,78 \cdot E \cdot \frac{h}{p} \sqrt[4]{\frac{Rh}{L^2}} = 0,78 \cdot 0,7 \cdot 10^5 \cdot \frac{0,1}{31,5} \sqrt[4]{\frac{31,5 \cdot 0,1}{140}} = 19,5 \text{ МПа} \quad (2)$$

Нижнее критическое касательное напряжение:

$$\tau_H = 0,8 \cdot \tau_B = 0,8 \cdot 19,5 = 15,6 \text{ МПа} \quad (3)$$

Число образовавшихся волн:

$$n = 4,2 \cdot \sqrt[8]{1 - \mu^2} \cdot \sqrt{\frac{R}{L}} \cdot \sqrt[4]{\frac{R}{h}} = 4,2 \sqrt[8]{1 - 0,3^2} \cdot \sqrt{\frac{31,5}{140}} \cdot \sqrt[4]{\frac{31,5}{0,1}} = 8 \quad (4)$$

В экспериментах  $n=6$ .

Угол наклона вмятин к оси образца:

$$\gamma = 1,73 \sqrt[4]{\frac{Rh}{L^2}} = 1,73 \sqrt[4]{\frac{31,5 \cdot 0,1}{140^2}} = 12,6^\circ \quad (5)$$

В экспериментах  $\gamma = 12-14^\circ$ .

Сравнивая результаты расчетов по [3] с результатами опытов, видим, что критические напряжения отличаются на 56,4%, углы наклона вмятин к оси образца почти совпадают, число волн отличаются на 25%. Отличие результатов связано с тем, что расчетные формулы [3] получены для оболочек идеальных геометрических размеров, а испытанные образцы были не идеальные. Заключаем, что эксперименты выполнены с удовлетворительной точностью.

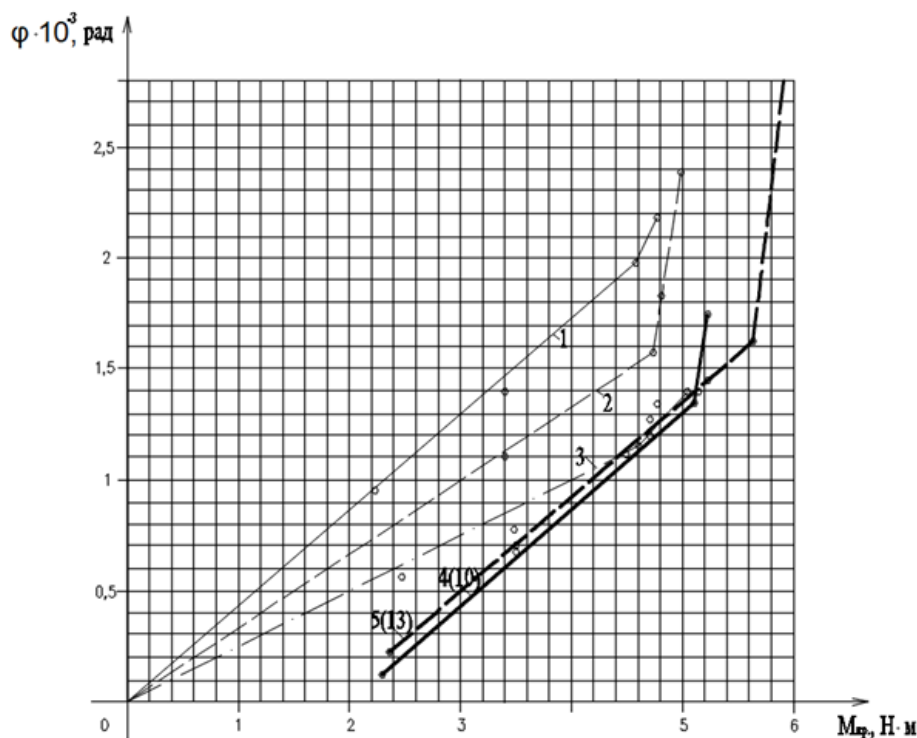


Рис. 3. Зависимость угла поворота от крутящего момента

Далее эксперименты выполнялись на образцах, заполненных железным порошком на 90% и 100% объёма. На рис.3 остальные графики выполнены для заполненных образцов. На графиках написаны номер образцы и процент заполнения. Заполненные образцы теряют устойчивость в упругости. Вмятины на образцах образовывались в местах отсутствия заполнителя рис.2.б. Критический крутящий момент повышался на 20-30% по сравнению с крутящими моментами для пустых образцов. Вначале поперечные сечения не поворачивались до достижения крутящего момента до 150-300Н·см. Это связано с тем, что сила трения между внутренней поверхностью образца и сыпучим материалом создают крутящий момент, противодействующий внешнему моменту. Образцы, заполненные железным порошком на 100%, устойчивость не теряли, на рис. 3 график 5(13).

Выводы:

- (1) Образцы теряют устойчивость в упругости как пустые, так и заполненные сыпучим материалом.
- (2) Вначале нагружения крутящим моментом у образцов, заполненных сыпучим материалом, происходит задержка поворота сечений.
- (3) У образцов, заполненных сыпучим материалом, увеличивается значение критического крутящего момента.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Власов В. В. Устойчивость цилиндрических оболочек с наполнителем при осевом сжатии и внешнем давлении // Прикладная механика. 1973. Т. 9. № 1. С. 117–121.
- [2] Зарипов Р. М., Иванов В. А. Приближенный расчет изгиба оболочки с наполнителем. Сб.: Механика деформируемых сред. Куйбышев. 1977. № 2. С. 94–99.
- [3] Иванов В. А. Исследования по теории оболочек с наполнителем. Диссертация д-ра физико-математических наук. 1983. Казань.
- [4] Баженов В. Г., Кибец А. И., Петров М. В., Шошин Д. В., Федорова Т. Г. Теоретическое и экспериментальное исследование потери устойчивости и закритического поведения тонкостенной цилиндрической оболочки при изгибе // Проблемы прочности и пластичности. 2009. Вып. 71. С. 77–83.
- [5] Бойко Д. В., Железнов Л. П., Кабанов В. В. Исследование нелинейного деформирования и устойчивости некруговых цилиндрических оболочек при поперечном изгибе // Механика твердого тела. 2012. №2. С. 59–67.
- [6] Вольмир А. С. Устойчивость деформируемых систем. М.: Физматгиз, 1967. 984 с.
- [7] Ильгамов М. А. Экспериментальное исследование устойчивости консольно-закрепленной цилиндрической оболочки под действием поперечной силы и внутреннего давления // Исследования по теории пластин и оболочек. 1964. № 2. С. 186–191.
- [8] Кабанов В. В., Железнов Л. П. Нелинейное деформирование и устойчивость круговой цилиндрической оболочки, заполненной жидкостью // Пространственные конструкции в Красноярском крае. Красноярск, 1989. С. 89–98.
- [9] Бойко Д. В., Железнов Л. П., Кабанов В. В. Исследование нелинейного деформирования и устойчивости подкрепленных овальных цилиндрических оболочек при комбинированном нагружении изгибающим моментом и краевой поперечной силой // Механика твердого тела. 2012. № 3. С. 47–53.
- [10] Ильющин А. А., Огибалов П. М. Упругопластические деформации полых цилиндров. М.: Из-во Моск. ун-та, 1960. 227 с.
- [11] Моссаковский В. И., Маневич Л. И., Мильцын А. М. Моделирование несущей способности цилиндрических оболочек. Киев : Наукова Думка, 1977. 141 с.
- [12] Петров М. В., Гоник Е. Г., Федорова Т. Г. Устойчивость при изгибе тонкостенных оболочек, заполненных различными сыпучими материалами // Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2017. №4 (34). С. 52–58.
- [13] Гоник Е. Г., Петров М. В. Расчет предельного состояния тонкостенных цилиндрических оболочек при изгибе, заполненных сыпучим наполнителем // Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2019. № 2 (40). С. 117–127.
- [14] Cerik B. C., Shin H. K., Cho S. R. A comparative study on damage assessment of tubular members subjected to mass impact // Marine Structures. 2016. V.46. P. 1–29.
- [15] Chong J., Gao F. Y., Li X. H. Dynamic buckling behaviors of steel cylindrical shell subjected to conventional explosion impact loading // Advanced Materials Research. 2013. V. 800. P.196–200.
- [16] Houliara S., Karamanos S. A. Stability of long transversely-isotropic elastic cylindrical shells under bending // International Journal of Solids and Structures. 2010. Т. 47. № 1. С. 10–24.
- [17] Dou Y., Liu Y. Computational investigation of lateral impact behavior of pressurized pipelines and influence of internal pressure // Thin-Walled Structures. 2015. V. 95. P. 40–47.
- [18] Arbocz J., Babcock C. D. Experimental investigation of the effect of general imperfections on the buckling of cylindrical shells. NASA CR-1163. 1968.
- [19] Петров М. В., Федорова Т. Г., Гоник Е. Г., Пфаненштиль Н. Г. Способ приближенного расчета на устойчивость при поперечном изгибе тонкостенных цилиндрических оболочек средней длины, заполненных сыпучим материалом // Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2018. № 4 (38). С.120–128.
- [20] Гоник Е. Г., Кибец А. И., Петров М. В., Федорова Т. Г., Фролова И. А. Влияние аппроксимации диаграммы деформирования на критические нагрузки при поперечном изгибе цилиндрической оболочки // Проблемы прочности и пластичности. 2017. Т. 79. №2. С. 169–181
- [21] Федорова Т. Г., Петров М. В., Гоник Е. Г., Пфаненштиль Н. Г. Экспериментальное изучение влияния геометрических параметров на устойчивость тонкостенных цилиндрических оболочек, заполненных сыпучим материалом, при изгибе поперечной силой // Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2018. №3 (37). С. 62–73.

*M. V. Petrov, B. V. Mikhailov, E. G. Gonik*

## **TORSIONAL STABILITY OF THIN-WALLED CYLINDRICAL SHELLS FILLED WITH FREE-FLOWING AGGREGATE**

*Chuvash state University named after I. N. Ulyanov, Cheboksary, Russia*

**Abstract.** Experiments have studied the effect of free-flowing aggregate on torsional stability of thin-walled cylindrical shells. For research samples were made of aluminum alloy 3004 deep hood in the matrix. The samples were fixed cantilever to a rigid wall, on torque was applied to the free end. Tested empty and samples filled with iron powder. The loading of the samples was carried out stepwise, in portions of 10N at the beginning and when approaching the moment of loss stability of 1H, 0.5H. At each loading stage, torque and angle of rotation of the free end of the sample. Graphs built the dependence of the angle of rotation on the torque. Stability of samples lost in elasticity. At the beginning of loading, on filled with bulk filler in samples, no rotation of sections occurs due to obstacle forces friction of the aggregate. Iron powder increases the critical value of torque by 20-30 %.

**Keywords:** stability, sample, critical load, experiment, deformation, torsion.

### **REFERENCES**

- [1] Vlasov V. V. Stability of cylindrical shells with filler under axial compression and external pressure // Applied Mechanics. 1973. V. 9. No. 1. P. 117–121.
- [2] Zaripov P. M., Ivanov V. A. Approximate calculation of the bending of a shell with a filler. Sat: Mechanics of deformable media. Kuibyshev. 1977. No. 2. P. 94–99.
- [3] Ivanov V. A. Research on the theory of filled shells. Dissertation of Doctor of Physical and Mathematical Sciences. 1983. Kazan.
- [4] Bazhenov V. G., Kibets A. I., Petrov M. V., Shoshin D. V., Fedorova T. G. Theoretical and experimental study of the loss of stability and supercritical behavior of a thin-walled cylindrical shell during bending // Problems of Strength and Plasticity. 2009. Issue. 71. P. 77–83.
- [5] Boyko D. V., Zhelezov L. P., Kabanov V. V. Investigation of nonlinear deformation and stability of non-circular cylindrical shells under transverse bending // Rigid Body Mechanics. 2012. No. 2. P. 59–67.
- [6] Volmir A. S. Stability of deformable systems. Moscow: Fizmatgiz, 1967. 984 p.
- [7] Ilgamov M. A. Experimental study of the stability of a cantilevered cylindrical shell under the action of a transverse force and internal pressure // Research on the theory of plates and shells. 1964. No. 2. P. 186–191.
- [8] Kabanov V. V., Zhelezov L. P. Nonlinear deformation and stability of a circular cylindrical shell filled with liquid // Spatial structures in the Krasnoyarsk Territory. Krasnoyarsk, 1989. P. 89–98.
- [9] Boyko D. V., Zhelezov L. P., Kabanov V. V. Investigation of nonlinear deformation and stability of reinforced oval cylindrical shells under combined loading by a bending moment and an edge transverse force // Rigid Body Mechanics. 2012.No. 3.P. 47-53.
- [10] Ilyushin A. A., Ogibalov P. M. Elastoplastic Deformations of Hollow Cylinders. M.: Iz-vo Mosk. University, 1960. 227 p.

---

*Mikhail Vasilyevich Petrov*, Doctor of Engineering, Professor, Chuvash state University named after I. N. Ulyanov, Cheboksary, Russia.

*Boris Vasilyevich Mikhailov*, Candidate of technical Sciences, Associate Professor, Chuvash state University named after I. N. Ulyanov, Cheboksary, Russia

*Ekaterina Grigoryevna Gonik*, Senior Lecturer, Chuvash state University named after I. N. Ulyanov, Cheboksary, Russia.

- 
- [11] Mossakovsky V. I., Manevich L. I., Miltsyn A. M. Modeling the bearing capacity of cylindrical shells. Kiev: Naukova Dumka, 1977. 141 p.
- [12] Petrov M. V., Gonik E. G., Fedorova T. G. Flexural stability of thin-walled shells filled with various bulk materials // Vestnik of the Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Series: Mechanics of Limit State. 2017. No. 4 (34). P. 52-58.
- [13] Gonik E. G., Petrov M. V. Calculation of the limiting state of thin-walled cylindrical shells during bending, filled with a free-flowing filler // Vestnik of the Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Series: Mechanics of Limit State. 2019. No. 2 (40). P. 117-127.
- [14] Cerik B. C., Shin H. K., Cho S. R. A study on damage assessment of tub comparaular members subjected to mass impact // Marine Structures. 2016. V.46. P. 1-29.
- [15] Chong J., Gao F. Y., Li X. H. Dynamic buckling behaviors of steel cylindrical shell subjected to conventional explosion impact loading // Advanced Materials Research. 2013. V. 800. P. 196-200.
- [16] Houliara S., Karamanos S. A. Stability of long transversely-isotropic elastic cylindrical shells under bending // International Journal of Solids and Structures. 2010. V. 47.No. 1. S. 10-24.
- [17] Dou Y., Liu Y. Computational investigation of lateral impact behavior of pressurized pipelines and influence of internal pressure // Thin - Walled Structures. 2015. V. 95. P. 40-47.
- [18] Arbocz J., Babcock C. D. Experimental investigation of the effect of generalimperfections on the buckling of cylindrical shells. NASA CR-1163. 1968.
- [19] Petrov M. V., Fedorova T. G., Gonik E. G., Pfanenstil N. G. A method of approximate calculation of stability in transverse bending of thin-walled cylindrical shells of medium length, filled with bulk material // Vestnik of the Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Series: Mechanics of Limit State. 2018. No. 4 (38). Pp. 120-128.
- [20] Gonik E. G., Kibets A. I., Petrov M. V., Fedorova T. G., Frolova I. A. Influence of approximation of the deformation diagram on critical loads during transverse bending of a cylindrical shell // Problems of strength and plasticity. 2017. V. 79. No. 2. P. 169-181
- [21] Fedorova T. G., Petrov M. V., Gonik E. G., Pfanenstil N. G. Experimental study of the influence of geometric parameters on the stability of thin-walled cylindrical shells filled with bulk material under bending by a transverse force // Vestnik of the Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Series: Mechanics of Limit State. 2018. No. 3 (37). P. 62-73.



А. Д. Чернышов<sup>1</sup>, В. В. Горяйнов<sup>2</sup>, С. Ф. Кузнецов<sup>1</sup>, О. Ю. Никифорова<sup>1</sup>

## ТРЕХМЕРНЫЕ ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ДИФФУЗИИ

<sup>1</sup>Воронежский государственный университет инженерных технологий, г. Воронеж, Россия,

<sup>2</sup>Воронежский государственный технический университет, г. Воронеж, Россия

**Аннотация.** При помощи метода быстрых разложений решается задача диффузии в параллелепипеде с граничными условиями 1-го рода и внутренним источником вещества, зависящим от координат точек параллелепипеда. Получено в общем виде решение, содержащее свободные параметры, с помощью которых можно получить множество новых точных решений с различными свойствами. Показан пример построения точного решения для случая внутреннего источника переменного только по оси  $OZ$ . Приведен анализ особенностей диффузионных потоков в параллелепипеде с указанным внутренним источником. Получено, что концентрация вещества в центре параллелепипеда равна сумме среднеарифметического значения концентраций вещества в его вершинах и амплитуды внутреннего источника умноженного на величину  $c^2/\pi^2$ .

**Ключевые слова:** аналитическое решение, точное решение, диффузионные потоки, переменный внутренний источник, параллелепипед, быстрые разложения.

DOI: 10.37972/chgpu.2021.48.2.007

УДК: 519.632

**Введение.** Для решения пространственных задач диффузии применяются различные численные и аналитические методы. В [1] на примере решения уравнения диффузии рассмотрен метод клеточных автоматов, как метод решения дифференциальных уравнений в частных производных параболического типа. В [2] рассмотрены

---

© Чернышов А. Д., Горяйнов В. В., Кузнецов С. Ф., Никифорова О. Ю., 2021

*Чернышов Александр Данилович*

**e-mail:** chernyshovad@mail.ru, д-р физ.-мат. наук, профессор, Воронежский государственный университет инженерных технологий, г. Воронеж, Россия.

*Горяйнов Виталий Валерьевич*

**e-mail:** gorvit77@mail.ru, кандидат физико-математических наук, доцент, Воронежский государственный технический университет, г. Воронеж, Россия

*Кузнецов Сергей Федорович*

**e-mail:** sfs134@mail.ru, кандидат физико-математических наук, доцент, Воронежский государственный университет инженерных технологий, г. Воронеж, Россия

*Никифорова Ольга Юрьевна*

**e-mail:** niki22@mail.ru, старший преподаватель, Воронежский государственный университет инженерных технологий, г. Воронеж, Россия

Поступила 10.03.2021