Серия: Механика предельного состояния. 2021. № 3 (49). С. 33-41

В. И. Гультяев, В. Г. Зубчанинов, А. А. Алексеев, И. А. Саврасов

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СТАЛИ 45 ПО НЕКОТОРОЙ ГЛАДКОЙ КРИВОЛИНЕЙНОЙ ТРАЕКТОРИИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ

Тверской государственный технический университет, г. Тверь, Россия

**Аннотация.** В работе представлены экспериментальные результаты деформирования тонкостенного трубчатого образца по гладкой криволинейной траектории деформирования постоянной кривизны, в которой на каждом участке изменяется знак кривизны и смещается ее центр. Экспериментальное исследование выполнено на автоматизированном расчетноэкспериментальном комплексе СН-ЭВМ в девиаторном пространстве деформаций А.А. Ильюшина (жесткое нагружение) при одновременном комбинированном действии на тонкостенный трубчатый образец растяжения-сжатия и кручения. Исследованы скалярные и векторные свойства материала стать 45. Показано, что экспериментальные диаграммы, характеризующие скалярные и векторные свойства материала носят колебательный характер.

**Ключевые слова**: пластичность, сложное нагружение, экспериментальные данные, траектория деформирования, векторные и скалярные свойства материала.

DOI: 10.37972/chgpu.2021.49.3.004

УДК: 539.374

Поступила 10.10.2021

<sup>©</sup> Гультяев В. И., Зубчанинов В. Г., Алексеев А. А., Саврасов И. А., 2021 Гультяев Вадим Иванович

e-mail: vig0@mail.ru, доктор технических наук, заведующий кафедрой автомобильные дороги, основания и фундаменты, Тверской государственный технический университет, г. Тверь, Россия.

Зубчанинов Владимир Георгиевич

e-mail: vlgzub@gmail.com, доктор технических наук, профессор кафедры сопротивления материалов, теории упругости и пластичности, Тверской государственный технический университет, г. Тверь, Россия,

Алексеев Андрей Алексеевич

e-mail: alexeew@bk.ru, кандидат технических наук, доцент кафедры сопротивления материалов, теории упругости и пластичности, Тверской государственный технический университет, г. Тверь, Россия,

Саврасов Иван Александрович

e-mail: flam\_47@mail.ru, аспирант кафедры сопротивления материалов, теории упругости и пластичности, Тверской государственный технический университет, г. Тверь, Россия.

Исследование закономерностей упругопластического деформирования и прочности материалов, их механических свойств при сложном напряженном состоянии и нагружении является важной и актуальной задачей теории пластичности. Проведение экспериментальных исследований по сложным траекториям деформирования открывают возможность оценки достоверности и границ применимости математических моделей теории пластичности. Результаты экспериментальных исследований деформирования поликристаллических металлов и сплавов при сложном нагружении и варианты моделей теории пластичности представлены в [1-18] и других работах. Особый интерес представляют криволинейные траектории деформирования, особенно с участками средней и большой кривизны, содержащие окружности [3, 6, 9, 16-18] или спирали Архимеда [3, 15].

В данной статье рассмотрена оригинальная криволинейная траектория деформирования постоянной кривизны, в которой на каждом участке изменяется знак кривизны и смещается ее центр. Экспериментальное исследование проведено на автоматизированном расчетно-экспериментальном комплексе СН-ЭВМ имени А.А. Ильюшина, реализующем трехпараметрическое воздействие на образец (осевое растяжение-сжатие, кручение и внутреннее давление). Экспериментальные результаты представлены в векторном представлении напряжений и деформаций по А.А. Ильюшину [1–3]. Программа эксперимента реализовывана в девиаторном пространстве деформаций  $9_1-9_3$  (жесткое или кинематическое нагружение) при совместном действии на образцы осевой силы и крутящего момента. Процесс нагружения предполагался монотонным изотермическим, а деформации — малыми.

Реализованная траектория деформирования представлена на рисунке 1, она представляет собой начинающиеся из начала координат восемь последовательных полуокружностей радиуса R = 0.25 % и кривизной  $\pm 400$ . Тонкостенный трубчатый образец подвергался комбинированному растяжению по  $\Theta_1$  от нуля до  $\Theta_1^* = 4 \%$  и знакопеременному кручению по  $\Theta_3$ . Реализованная траектория деформирования по терминологии А.А.Ильюшина является гладкой [1], так как в местах перехода ее участков отсутствуют точки излома, но изменяется знак кривизны.

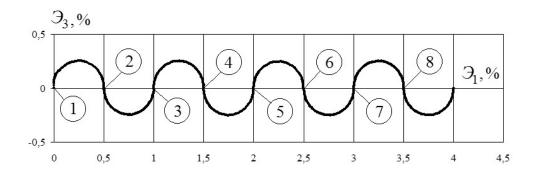


Рис. 1. Траектория деформирования на плоскости  $\Theta_1 - \Theta_3$ 

Используемый в опыте тонкостенный трубчатый образец, выполненный из стали 45 в состоянии поставки, имел толщину стенки h=1 мм, радиус срединной поверхности

поперечного сечения r=15,5 мм и длину рабочей части l=110 мм. Начальная изотропия материала сталь 45 подтвердилась в базовых опытах при простом пропорциональном нагружении (растяжение, сжатие и кручение). При обработке результатов экспериментальных данных для определения компонент тензоров деформаций  $\varepsilon_{ij}$  и напряжений  $\sigma_{ij}$  использовались формулы [3]

$$\begin{cases}
\varepsilon_{11} = \frac{\Delta l}{l}, & \varepsilon_{22} = \frac{\Delta r}{r}, & \varepsilon_{12} = \frac{r\psi}{2l}, & \varepsilon_{13} = \varepsilon_{23} = 0, \\
\varepsilon_{33} = -(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}) + \frac{\sigma_0}{K}, & \varepsilon_0 = \frac{1}{3}(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}),
\end{cases}$$
(1)

$$\begin{cases}
\sigma_{11} = \frac{P}{2\pi rh}, & \sigma_{22} = q \frac{r}{h}, & \sigma_{12} = \frac{M}{2\pi r^2 h}, & \sigma_{33} \approx 0, & \sigma_{13} = \sigma_{23} = 0, \\
\sigma_{0} = \frac{1}{3} \left( \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33} \right), & K = \frac{M}{3(1 - 2\mu)},
\end{cases} (2)$$

где  $\Delta l$  и  $\Delta r$  — приращения l и r;  $\psi$  — угол поворота поперечного сечения; P — растягивающая осевая сила; q — внутреннее давление; M — крутящий момент; E — модуль продольной упругости;  $\mu$  — коэффициент Пуассона; K — объемный модуль упругости. При обработке экспериментальных данных принималось условие несжимаемости ( $\varepsilon_0=0$ ), достаточно точное вне упругой области, так как  $\mu$  достаточно быстро стремился к значению 0,5. Координаты векторов деформаций и напряжений формоизменения определялись через компоненты тензоров по формулам

$$S_{1} = \sqrt{\frac{3}{2}}S_{11} = \sqrt{\frac{3}{2}}(\sigma_{11} - \sigma_{0}), \quad S_{3} = \sqrt{2}S_{12} = \sqrt{2}\sigma_{12},$$
  

$$\Theta_{1} = \sqrt{\frac{3}{2}}\Theta_{11} = \sqrt{\frac{3}{2}}(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{0}), \quad \Theta_{3} = \sqrt{2}\Theta_{12} = \sqrt{2}\varepsilon_{12},$$
(3)

где  $\sigma_{ij}$ ,  $\varepsilon_{ij}$ ,  $S_{ij}$ ,  $S_{ij}$  (i,j=1,2,3) – компоненты тензоров и тензоров-девиаторов напряжений и деформаций соответственно;  $\sigma_0 = \sigma_{ii}/3$ ,  $\varepsilon_0 = \varepsilon_{ii}/3$  – средние напряжение и деформация. Модули векторов напряжений и деформаций, равные модулям девиаторов напряжений и деформаций определялись по формулам

$$\sigma = \sqrt{S_{ij}S_{ij}} = \sqrt{S_1^2 + S_3^2}, \quad \Im = \sqrt{\Im_{ij}\Im_{ij}} = \sqrt{\Im_1^2 + \Im_3^2}.$$
 (4)

При обработке результатов экспериментальных данных для определения угла отклонения  $\vartheta_1$  вектора напряжений от касательной к траектории деформирования использовалось выражение

$$\cos \vartheta_1 = \frac{1}{\sigma} \left( \pm S_1 \frac{(\Theta_3 - \Theta_3^0)}{R} \mp S_3 \frac{(\Theta_1 - \Theta_1^0)}{R} \right), \tag{5}$$

где  $\Theta_1^0, \, \Theta_3^0$  — координаты центра кривизны полуокружности.

Экспериментальные данные представлены на рисунках 2-7. На рис. 2 представлен отклик в пространстве напряжений  $S_1-S_3$ . На рис. 3 представлена глобальная диаграмма деформирования  $\sigma-\Theta$ , а на рисунке 4 диаграмма прослеживания процесса деформирования  $\sigma-s$ , характеризующая векторные свойства материала, где s- длина дуги траектории деформирования. На рис. 5, 6 приведены локальные диаграммы деформирования растяжения-сжатия по компонентам  $S_1-\Theta_1$  и чистого сдвига по компонентам $S_3-\Theta_3$ . На рис. 7 представлена диаграмма зависимости  $\vartheta_1-s$ , характеризующая векторные свойства материала. Цифрами 1–8 на рисунках обозначены точки начала соответствующих полуокружностей.

Как видно из экспериментальных результатов, графики на рисунках носят колебательный характер. На рисунках 4 и 5 дополнительно приведены данные эксперимента

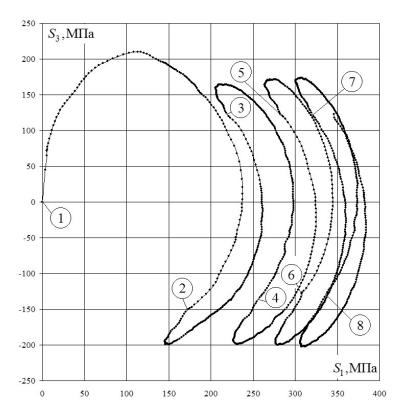


Рис. 2. Отклик по напряжениям на плоскости  $S_1 - S_3$ .

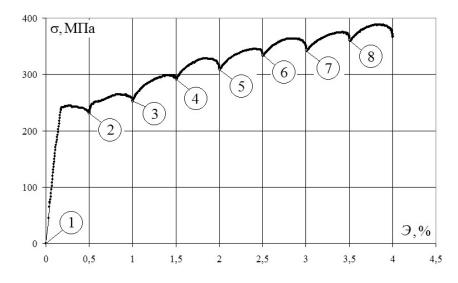


Рис. 3. Диаграмма деформирования  $\sigma - \Im$ .

при простом растяжении (красным цветом) в сравнении с реализованной сложной траекторией деформирования. Из рисунка 4 видно, что диаграмма простого растяжения

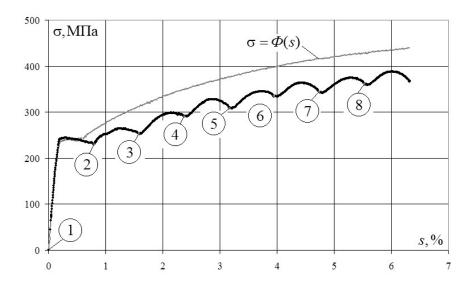


Рис. 4. Диаграмма деформирования  $\sigma - s$ .

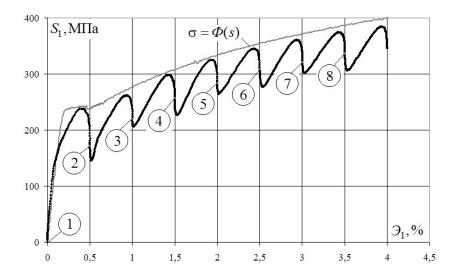


Рис. 5. Локальная диаграмма деформирования  $S_1 - \Theta_1$ .

(красный цвет) располагается значительно выше диаграммы при сложном нагружении (черный цвет). Также хорошо виден колебательный характер зависимости  $\sigma-s$ , которая не может быть принята за универсальную зависимость  $\sigma=\Phi(s)$ .

Локальная диаграмма деформирования  $S_1 - \Im_1$  (рисунок 5, черный цвет) при сравнении с диаграммой при чистом растяжении (красный цвет) расположена ниже и практически касается ее в экстремальных точках на каждой из полуокружностей. Локальная диаграмма деформирования  $S_3 - \Im_3$  (рисунок 6) имеет вид, характерный для диаграмм знакопеременного нагружения-разгружения.

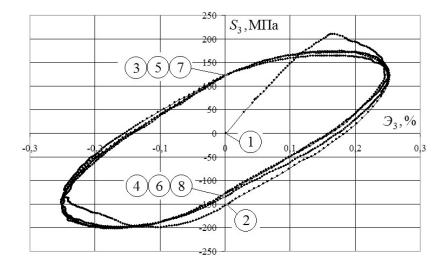


Рис. 6. Локальная диаграмма деформирования  $S_3 - \Theta_3$ .

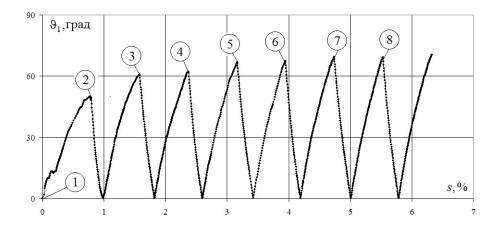


Рис. 7. Диаграмма  $\vartheta_1 - s$ .

Ранее было экспериментально установлено [3, 17, 18], что изменение кривизны траектории деформирования на диаграмме  $\sigma - s$  дает эффект, равносильный наличию угла излома траектории с образованием "нырка напряжений". В данном опыте наблюдается похожий эффект. Зависимости на рисунке 4 показывают, что на первой половине каждого участка (при увеличении  $\Theta_3$  по модулю) значение  $\sigma$  увеличивается, а на второй половине (при уменьшении  $\Theta_3$  до нуля) значение  $\sigma$  уменьшается. Таким образом, при смене знака кривизны, величина  $\sigma$  сначала возрастает, а затем плавно убывает, причем уменьшение величины  $\sigma$  по сравнению с наибольшим значением на данном участке не превышает 7 %.

Экспериментально установлено [3, 17], что при деформировании по окружным траекториям постоянной кривизны устанавливается стационарный режим деформирования с практически постоянным значением угла сближения  $\vartheta_1^* \approx \text{const.}$  Из рисунка

7 видно, что при смене знака кривизны стационарный режим не устанавливается, а диаграмма  $\vartheta_1-s$  носит колебательный характер. Начиная со второй полуокружности угол  $\vartheta_1$  сначала убывает до нуля, а затем начинает возрастать, причет с ростом s значение  $\vartheta_1$  увеличивается. В данном опыте было получено максимальное значение  $\vartheta_1 \approx 70^\circ$ . Поскольку на протяжении всего эксперимента  $\vartheta_1 < 90^\circ$ , то процесс деформирования по данной сложной траектории траекториям был активным (без сложной разгрузки).

Заключение. Представлены экспериментальные данные по сложному упругопластическому деформированию материала сталь 45 по криволинейной траектории деформирования постоянной кривизны, в которой на каждом участке изменяется знак кривизны и смещается ее центр. Исследованы скалярные и векторные свойства материала стать 45. Установлено, что экспериментальные диаграммы  $\sigma - s$  и  $\vartheta_1 - s$  носят колебательный характер. При этом, начиная со второго участка на каждом участке величина  $\sigma$  сначала возрастает, а затем плавно убывает, а величина  $\vartheta_1$  сначала убывает до нуля, а затем начинает возрастать. Результаты экспериментального исследования будут полезны при аттестации и верификации существующих математических моделей теории пластичности и установления границ их применимости.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Ильюшин А. А. Механика сплошной среды. М.: Изд-во МГУ, 1971. 310 с.
- [2] Ильюшин А. А. Пластичность. Основы общей математической теории. М.: Изд-во АН СССР, 1963. 273 с.
- [3] Зубчанинов В. Г. Механика процессов пластических сред. М.: Физматлит, 2010. 352 с.
- [4] Зубчанинов В. Г. Общая математическая теория пластичности и постулаты макроскопической определимости и изотропии А.А. Ильюшина // Вестник Московского университа. Серия 1. Математика. Механика. 2018. № 5. С. 29-46. DOI: 10.3103/S0027133018050011
- [5] Аннин Б. Д., Жигалкин В. М. Поведение материалов в условиях сложного нагружения. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1999. 342 с.
- [6] Митенков Ф. М., Волков И. А., Игумнов Л. А., Коротких Ю. Г. и др. Прикладная теория пластичности. М.: Физматлит, 2015. 284 с.
- [7] Bondar V. S. Inelasticity. Variants of the theory. New York: Begell House, 2013.
- [8] Васин Р. А. Экспериментальное исследование неупругого поведения материалов // Прикладная механика и техническая физика, 2016. № 5. С. 30–34. doi: 10.15372/PMTF20160504
- [9] Пелешко В. А. Прикладной и инженерный варианты теории упругопластических процессов активного сложного нагружения. Часть 2: Идентификация и верификация // Изв. РАН. МТТ. 2016. № 1. С. 110-135. DOI: 10.3103/S0025654416010106
- [10] Krieg R. D. A Practical Two Surface Plasticity Theory // Journal of Applied Mechanics. Vol. 42, 1975. pp . 641-646.
- [11] Chaboche J. L. A review of some plasticity and viscoplasticity constitutive theories // International Journal of Plasticity. Vol. 24. No 10. 2008. pp. 1642–1693. doi: 10.1016/j.ijplas.2008.03.009
- [12] Ohashi Y., Tanaka E. Plastic Deformation Behavior of Mild Steel Along Orthogonal Trilinear Strain Trajectories in Three-Dimensional Vector Space of Strain Deviator // Journal of Engineering Materials and Technology. Vol. 103(4). 1981. pp. 287–292. doi: 10.1115/1.3225018
- [13] Babamuratov K. Sh., Abirov R. A. The new approach to the analysis of elasto-plastic deformation of solids within the bounds of theory of processes by A.A. Ilyushin // ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, Proceedings. 2001. pp. 899-903.
- [14] Молодцов И. Н. Прикладные вопросы теории упругопластических процессов А. А. Ильюшина // Вестник Московского университета. Серия 1. Математика. № 5. 2020. С. 33-38
- [15] Алексеев А. А. Моделирование процесса упругопластического деформирования стали 45 по траекториям типа спирали Архимеда. Вычислительная механика сплошных сред. Т. 14(1). 2021. С 102-109. DOI: 10.7242/1999-6691/2021.14.1.9

- [16] Zubchaninov V. G., Alekseev A. A., Gultiaev V. I. Modeling of deformation processes of structural steels along circular paths // Journal of Physics: Conference Series. Vol. 1425(1). 2020. P. 012186
- [17] Zubchaninov V. G., Alekseev A. A., Gultiaev V. I., Alekseeva E. G. Modeling of elastoplastic deformation of structural steel by a trajectory containing three circles touching internally // Materials Physics and Mechanics. 2019. vol. 42. No 5. pp. 528-534.
- [18] Зубчанинов В. Г., Алексеев А. А., Гультяев В. И. Влияние замены неаналитических траекторий с точками излома гладкими траекториями на сложность процессов деформирования и нагружения материалов // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2020. № 2. С. 52-63. doi: 10.15593/perm.mech/2020.2.05

V. I. Gultiaev, V. G. Zubchaninov, A. A. Alekseev, I. A. Savrasov

## EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF STEEL 45 ALONG SOME SMOOTH CURVILINEAR STRAIN TRAJECTORY

Tver State Technical University, Tver, Russia

Abstract. The paper presents experimental results of deformation of a thin-walled tubular specimen along a smooth curvilinear strain trajectory of constant curvature, in which the sign of curvature changes at each section and its center shifts. Experimental data were obtained on the automated calculation-experimental complex SN-Computer in the deviator space of deformations A.A. Ilyushin (rigid loading) with a simultaneous combined action on the specimen of tension-compression and torsion. Scalar and vector material properties of steel 45 are investigated. It is shown that experimental diagrams characterizing scalar and vector properties of the material have oscillatory character.

**Keywords**: plasticity, complex loading, experimental data, strain trajectory, vector and scalar material properties.

## ЛИТЕРАТУРА

Russia,

- [1] Ilyushin A. A. Continuum Mechanics. MSU Publishing House: Moscow, 1990. 310 p.
- [2] Ilyushin A. A. Plasticity Fundamentals of the general mathematical theory. Izd-vo AN USSR: Moscow, 1963. 273 p.
- [3] Zubchaninov V. G.: Mechanics of processes of plastic environments. Fizmatlit: Moscow, 2010. 352 c.
- [4] Zubchaninov V. G. The General Mathematical Theory of Plasticity and the Il'yushin Postulates of Macroscopic Definability and Isotropy // Moscow University Mechanics Bulletin. 2018. Volume 73. Issue 5. pp. 101–116. doi: 10.3103/S0027133018050011
- [5] Annin B. D., Zhigalkin V. M. Material Behavior under Conditions of Complex Loading. Izdat. SO RAN: Novosibirsk, 1999. 342 p.
- [6] Mitenkov F. M., Volkov I. A., Igumnov L. A., Kaplienko A. V., Korotkikh Yu. G., Panov V. A. Applied theory of plasticity. Moscow: Fizmatlit, 2015. 284 p.
- [7] Bondar V. S. Inelasticity. Variants of the theory. New York: Begell House, 2013.

Gulyiaev, Vadim Ivanovich, Doctor of technical sciences, Head of Department of Automobile roads, bases and foundations, Tver State Technical University, Tver, Russia.

Zubchaninov, Vladimir Georgievich, Doctor of technical sciences, Professor, Department of Strength of materials, theory of elasticity and plasticity, Tver State Technical University, Tver, Russia, Alekseev, Andrey Alekseevich, Ph.D. (Technical Sciences), Associate Professor, Department of Strength of Materials, Theory of Elasticity and Plasticity, Tver State Technical University, Tver,

Savrasov, Ivan Alexandrovich, Postgraduate Student of the Department of Strength of Materials, Theory of Elasticity and Plasticity, Tver State Technical University, Tver, Russia.

- [8] Vasin R. A. Experimental study of the inelastic behavior of materials // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2016, Vol. 57. Issue 5, pp. 789–791. doi: 10.1134/S0021894416050047
- [9] Peleshko V. A. Applied and engineering versions of the theory of elastoplastic processes of active complex loading part 2: Identification and verification // Mechanics of Solids. 2016. Vol. 51. Issue 1. pp 91–113. doi: 10.3103/S0025654416010106
- [10] Krieg R. D. A Practical Two Surface Plasticity Theory // Journal of Applied Mechanics. Vol. 42. 1975. pp . 641-646.
- [11] Chaboche J. L. A review of some plasticity and viscoplasticity constitutive theories // International Journal of Plasticity. Vol. 24. No 10. 2008. pp. 1642–1693. doi: 10.1016/j.ijplas.2008.03.009
- [12] Ohashi Y., Tanaka E. Plastic Deformation Behavior of Mild Steel Along Orthogonal Trilinear Strain Trajectories in Three-Dimensional Vector Space of Strain Deviator // Journal of Engineering Materials and Technology. Vol. 103(4). 1981. pp. 287–292. doi: 10.1115/1.3225018
- [13] Babamuratov K. Sh., Abirov R. A. The new approach to the analysis of elasto-plastic deformation of solids within the bounds of theory of processes by A.A. Ilyushin // ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, Proceedings. 2001. pp. 99-903.
- [14] Molodtsov I. N. Applied questions of Il'yushin theory of elastoplastic processes // Moscow University Mathematics Bulletin. Ser. 1. Mat. Mekh. 2020. No 5, pp. 33–38
- [15] Alekseev A. A. Modeling of elastoplastic deformation of steel 45 along Archimedes spiral type trajectories // Computational Continuum Mechanics. Vol. 14(1). 2021. pp. 102-109. DOI: 10.7242/1999-6691/2021.14.1.9
- [16] Zubchaninov V. G., Alekseev A. A., Gultiaev V. I. Modeling of deformation processes of structural steels along circular paths // Journal of Physics: Conference Series. 1425(1). 2020. pp. 012186
- [17] Zubchaninov V. G., Alekseev A. A., Gultiaev V. I., Alekseeva E. G. Modeling of elastoplastic deformation of structural steel by a trajectory containing three circles touching internally // Materials Physics and Mechanics. 2019. vol. 42. № 5. pp. 528-534.
- [18] Zubchaninov V. G., Alekseev A. A., Gultiaev V. I. The effect of replacing non-analytic trajectories with break points on smooth paths to the complexity of deformation and loading processes of materials // PNRPU Mechanics Bulletin. 2020. No 2. pp. 52-63. doi: 10.15593/perm.mech/2020.2.05