Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева
Серия: Механика предельного состояния. 2021. № 4 (50). С. 3–9

Г. Т. Володин, Д. С. Кочергин

РАЗРУШЕНИЕ ВЗРЫВОМ БАЛОЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ В ВОДЕ

Тульский государственный университет, г. Тула, Россия

Аннотация. Представлено решение задачи о гарантированном разрушении балки, свободно лежащей на недеформируемых (идеальных) опорах в воде на глубине H взрывом неконтактного сферического заряда ВВ, расположенного на заданном расстоянии a от балки. Учтены эффекты отражения потока возмущений среды от преграды (балки), характеристики ВВ заряда, его расположение относительно балки. Влияние водной среды учитывается введением присоединенной массы воды.

Ключевые слова: гарантированное разрушение, подводный взрыв, балочная конструкция, эффекты отражения, присоединенная масса воды

DOI: 10.37972/chgpu.2021.50.4.001

УДК: 531/534

Постановка задачи.

Физическая модель(основные допущения). Рассматривается прямолинейная до деформации балка прямоугольного поперечного сечения, свободно лежащая на недеформируемых (идеальных) опорах. Сферический заряд радиуса r_0 определенного вида ВВ расположен на расстоянии a от оси балки над произвольной точкой пролета балки. Рассматриваемая балочная конструкция и заряд расположены в воде на глубине H водоёма. Эффекты сопротивления воды движению балки при взрыве учитываются введением присоединенной массы.

Математическая модель. Совместим ось абсцисс прямоугольной декартовой системы координат с осью балки, а начало координат расположим на левом ее конце. Уравнение упругих колебаний балки под действием внешней нагрузки в принятой системе координат при взрыве в воздухе имеет вид [1], [2]:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \beta^2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = \frac{K_1 b}{m_*} P_2(x) f(t), \tag{1}$$

Володин Геннадий Тимофеевич
`e-mail:` g.volodin@yandex.ru, доктор технических наук, профессор, Тульский государственный университет, г. Тула, Россия.
Кочергин Денис Сергеевич
`e-mail:` sir.cod4@yandex.ru, аспирант, Тульский государственный университет, г. Тула, Россия.

Поступила 03.11.2021

где $w(x,t)$ – прогиб балки, $P_2(x)$ – давление на балку в момент приложения к ней нагрузки, b – ширина сечения балки, K_1 – коэффициент формы, m_* – погонная масса (масса единицы длины) балки, *f(t)* – функция времени, учитывающая спад давления. Эту функцию в большинстве случаев, согласно экспериментальным данным, принимают в виде [1]:

$$f(t) = \left(1 - \frac{t}{\tau}\right)^n, \tag{2}$$

где τ – время действия фазы сжатия ударной волны, n – показатель степени, обычно принимаемый в интервале (1;3) в зависимости от интенсивности ударной волны;

$$\beta = \sqrt{\frac{EJ}{m_*}} \tag{3}$$

где E – модуль упругости материала балки, J – момент инерции ее поперечного сечения.

Для случая взрыва в воде, эффект сопротивления колебаниям балки со стороны воды учитывается введением присоединенной массы m_{*1} в уравнение движения (1) и соотношение (3). Поэтому в случае взрыва в воде уравнение движения примет вид

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \beta^2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = \frac{K_1 b}{m_* + m_{*1}} P_2(x) f(t), \tag{4}$$

где

$$\beta = \sqrt{\frac{EJ}{m_* + m_{*1}}} \tag{5}$$

Рассмотрим поведение балки под действием кратковременно действующего импульса, интенсивность которого по длине балки зависит от положения её сечения x, т.е.

$$i(x) = KbP_m(x) \int_0^\tau f(t)dt, \tag{6}$$

где $P_m(x)$ – давление, действующее на элемент dx балки в точке x в момент отражения элементарной струйки потока на фронте ударной волны.

В работе [3] найдена формула для $P_m(x)$:

$$P_m = P_3 \left(\frac{\rho_2}{\rho_3}\frac{u_2}{u_3}\right)^2 \frac{a^2}{a^2 + (x_* - x)^2}, \tag{7}$$

где x_* - проекция заряда на ось балки, ρ_2, u_2 – соответственно плотность и скорость частиц на фронте водной ударной волны, a – расстояние заряда от оси балки, P_3, ρ_3, u_3 – соответственно давление, плотность, скорость на фронте детонационной волны, при этом [1]: $u_3 = \frac{D_0}{k_3+1}$, $\rho_3 = \frac{k_3+1}{k_3}\rho_0$, $P_3 = \frac{\rho_0 D_0^2}{k_3+1}$; показатель политропы k_3 соответствует виду ВВ заряда, D_0, ρ_0 - соответственно скорость фронта детонационной волны и плотность ВВ заряда. Для удельного импульса получим соотношение

$$i(x) = \left[P_3 \left(\frac{\rho_2}{\rho_3}\frac{u_2}{u_3}\right)^2 \frac{a^2}{a^2 + (x_* - x)^2} - P_{01}\right] \vartheta, \tag{8}$$

где K – коэффициент восстановления при ударе, ρ_2 и u_2 – соответственно плотность и скорость частиц на фронте падающей на балку ударной волны. Постоянная времени ϑ входит в соотношение

$$\frac{P - P_{01}}{P_{01}} = \frac{P_m - P_{01}}{P_{01}} \cdot e^{-\frac{t}{\vartheta}} \tag{9}$$

которое соответствует закону изменения давления во времени и является конкретизацией для выражения (2) на случай распространения ударной волны в воде. В формуле (9) величина ϑопределяется соотношением [1]

$$\frac{a_{01}\vartheta}{r_0} = 1,4\left(\frac{r}{r_0}\right)^{0,24} \tag{10}$$

Так как импульс действует кратковременно, то за время его действия частицы балки не успевают получить заметных смещений, а получают только начальные скорости. Деформирование балки происходит после окончания действия нагрузки, т.е. в период её свободных колебаний, которые описываются однородным уравнением

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \beta^2\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = 0 \tag{11}$$

Для балки, свободно опертой на идеальные (недеформируемые) опоры, краевые условия для уравнения (11) примут вид:

$$w(0,t) = w(l,t) = 0 \tag{12}$$

$$\left.\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right|_{x=0} = \left.\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right|_{x=l} = 0, \tag{13}$$

где l – длина балки.
Условия (12) означают, что концы балки лишены возможности перемещаться по направлению оси w, а условия (13) означают, что концы балки неспособны воспринимать изгибающего момента.

Начальные условия для уравнения (11) соответствуют характеру действующей нагрузки [1]:

$$\left.\frac{\partial w}{\partial t}\right|_{t=0} = \frac{i_*(x)}{m_* + m_{*1}} \tag{14}$$

В работе [1] получено решение уравнения (11) с краевыми условиями (12) - (13) и начальным условием (14), записанными для аналогичного расположения балки только в воздухе. Используя это решение для случая расположения балки в воде путём введения присоединенной массы воды, запишем искомое решение в виде

$$w(x,t) = \frac{2l}{\pi^2\beta(m_* + m_{*1})}\sum_{j=1}^{\infty}\frac{1}{j^2}\sin\left(j\pi\frac{x}{l}\right)\sin\left(\frac{j^2\pi^2}{l^2}\beta t\right)S, \tag{15}$$

где

$$S(j) = \int_0^l i_*(\xi)\sin\left(j\pi\frac{\xi}{l}\right)d\xi, i_* = ibK_1 \tag{16}$$

Следовательно,

$$S(j) = bK_1\vartheta aP_3\left(\frac{\rho_2}{\rho_3}\frac{u_2}{u_3}\right)^2\int\limits_0^l\frac{\sin\left(j\pi\frac{\xi}{l}\right)d\xi}{a^2 + (x_* - \xi)^2} + \frac{P_{01}}{j\pi}(cos(j\pi) - 1) \tag{17}$$

Найдем теперь условие гарантированного разрушения рассматриваемой балочной конструкции в воде. Воспользуемся соотношением [2], [4]

$$\sigma_{MAX} = \frac{M^*_{MAX}}{W} \geq K_*\mu_3\delta_* \tag{18}$$

где μ_3 – коэффициент динамичности материала балки, K_* – коэффициент однородности на гарантированное разрушение, δ_* – нормативное сопротивление материала при изгибе, W – момент сопротивления балки, M^*_{MAX} – максимальный изгибающий момент в середине балки.
Формулу для M_{MAX}, исходя из известного соотношения для малых прогибов [4]

$$M_{MAX} = -EJ\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \tag{19}$$

запишем с учетом выражения (15) для прогибов в виде

$$M_{MAX} = \frac{2EJ}{\beta(m_* + m_{*1})} \cdot \sum_{j=1}^{\infty} \sin\left(\pi j \frac{x}{l}\right) \sin\left(\frac{j^2\pi^2}{l^2}\beta t\right) S(j) \tag{20}$$

Максимальный изгибающий момент возникает в моменты времени t_*, которые определяются из соотношения $\sin\left(\frac{j^2\pi^2}{l^2}\beta t_*\right) = 1$. Отсюда следует $\frac{j^2\pi^2\beta t_*}{l^2} = \frac{\pi}{2} + \pi n$, $n = 0, 1, 2, ...$, из которого следует

$$t_* = \frac{(2n+1)l^2}{2j^2\pi\beta} \tag{21}$$

Наибольшее значение в распределении максимальных прогибов достигается в середине пролёта балки, т.е.

$$M^*_{MAX} = \frac{2EJ}{\beta(m_* + m_{*1})} \cdot \sum_{j=1}^{\infty} \sin \pi j \frac{x}{l} S(j)\Bigg|_{x=\frac{l}{2}}$$

или

$$M^*_{MAX} = \frac{2EJ}{\beta(m_* + m_{*1})}(S(1) - S(3) + S(5) - S(7) + ...). \tag{22}$$

Подставив выражение M^*_{MAX} из (22) в соотношение (18), получим

$$\frac{2EJ}{\beta(m_* + m_{*1})W}\left[S(1) - S(3) + S(5) - S(7) + ...\right] \geq K_*\mu_3\delta_*. \tag{23}$$

Чтобы из соотношения (23) определить массу заряда, необходимого для гарантированного разрушения рассматриваемой балочной конструкции при взрыве в воде, нужно найти параметры на фронте ударной волны. Эти параметры определяются из соотношений для взрыва в воде с привлечением экспериментальных данных. Найденные в работе [4], они соответствуют алгоритму для вычислений

$$\begin{cases} \varepsilon = 1 - \left(\frac{P_2 - P_{01}}{BP_{01}} + 1\right)^{-\frac{1}{n}} \\ D = \sqrt{\frac{P_2 - P_1}{\varepsilon\rho_1}} \\ u_2 = \varepsilon D \\ \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{1}{1-\varepsilon} \end{cases} \tag{24}$$

В представленном алгоритме параметры на фронте ударной волны определяются по известному давлению на фронте. Давление на фронте ударной волны определяется по экспериментальным зависимостям [4]

$$\left.\begin{aligned} \frac{P_2-P_{01}}{P_{01}} &= 14700\Big(\frac{r_0}{r}\Big)^{1{,}13}, \quad \frac{r}{r_0} > 12 \\ \frac{P_2-P_{01}}{P_{01}} &= 37000\Big(\frac{r_0}{r}\Big)^{\frac{3}{2}}, \quad 6 < \frac{r}{r_0} < 12 \end{aligned}\right\}, \tag{25}$$

справедливым для сферических зарядов, радиусов r_0 на расстояниях r.
Для соотношений (24) параметры B и n вычисляются по формулам

$$\begin{gathered} B = \begin{cases} 2945, & \dfrac{P_2-P_{01}}{P_{01}} < 3\cdot 10^4 \\ 4115, & \dfrac{P_2-P_{01}}{P_{01}} \geq 3\cdot 10^4 \end{cases} \\ n = \begin{cases} 7,15, & \dfrac{P_2-P_{01}}{P_{01}} < 3\cdot 10^4 \\ 6,29, & \dfrac{P_2-P_{01}}{P_{01}} \geq 3\cdot 10^4 \end{cases} \end{gathered} \tag{26}$$

при этом $P_1 = P_{01} + \rho_1 g H$, где P_{01} – давление на поверхности водоёма, ρ_1 – плотность воды, g – ускорение силы тяжести, H – глубина погружения балочной конструкции.
Учитывая соотношение для массы заряда C

$$C = \frac{4}{3}\pi r_0^3 \rho_0, \tag{27}$$

где ρ_0 – плотность ВВ, получим формулу для r_0

$$r_0 = \left(\frac{3C}{4\pi\rho_0}\right)^{\frac{1}{3}} \tag{28}$$

и, следовательно, согласно соотношениям (25), (26), (28), (7) из неравенства (23), определим массу C заряда ВВ, взрыв которого в воде приводит к её гарантированному разрушению.
Для вычислений выполним предварительные преобразования. Введём следующие обозначения: примем $r{=}a$ в формулах (25),

$$\omega(j) = \int_0^l \frac{\sin(j\frac{\pi\xi}{l})d\xi}{a^2 + (x_* - \xi)^2}, \tag{29}$$

$$y = \frac{r_0}{a}. \tag{30}$$

В этих обозначениях соотношения (25) и (10) примут вид

$$\frac{P_2-P_{01}}{P_{01}} = 14700 y^{1,18}, \;\; \frac{1}{y} > 12, \tag{31}$$

$$\frac{P_2-P_{01}}{P_{01}} = 37000 y^{1,5}, \;\; 6 < \frac{1}{y} < 12, \tag{32}$$

$$\vartheta = 1,4\frac{a}{a_{01}} y^{0,76}, \tag{33}$$

а неравенство (23) в виде:

$$\frac{2EJbK_1\vartheta}{\beta(m_*+m_{*1})lW}\sum_{j=1}^{\infty}\sin\left(\frac{\pi}{2}l\right)\left[P_3\left(\frac{\rho_2}{\rho_3}\frac{u_2}{u_3}\right)^2 a^2\omega(j)+\frac{P_{01}l}{j\pi}(\cos(j\pi-1)\right]-K_*\mu_3\delta_*\geq 0. \tag{34}$$

Неравенство (34) нужно решить относительно y. Однако, это неравенство является неопределенным относительно величин параметров B и n, которые зависят от неизвестного y. Исходя из соотношений (31) и (32), которые приводят к двум вариантам неравенства (34), построим следующий алгоритм вычислений. Предполагая расположение величины y в интервале (31), находим решение неравенства (34) через экспериментальные значения давления P_2, а затем по найденному таким образом значению y проверяем выбор значений B и n по соотношениям (26). Если диапазон выбранных значений y не соответствует используемым значениям B и n, вместо соотношения (31) используем соотношение (32).

Пример. В качестве примера рассмотрим определение массы C заряда тротила, расположенного на расстоянии $a = 1$м от стальной балки (материал Сталь3) прямоугольного сечения $b = 0,1$м, $h = 0,1$м, свободно лежащей на идеальных (недеформируемых) опорах, на глубине $H = 10$м от свободной поверхности водоема. Длина балки длинной $l = 2,5$м, заряд расположен на расстоянии $x_* = 1$ от одного из концов пролета балки. Плотность воды $\rho_1 = 10^3\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, скорость звука в воде $a_{01} = 1460\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, $T = 288°K$, $P_{01} = 1,013\cdot 10^5$Па, тротил литой, плотность $\rho_0 = 1620\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, коэффициент однородности на гарантированное разрушение $K_* = 1,644$, нормированный браковочный минимум $\delta_* = 2,4\cdot 10^8$, коэффициент динамичности $\mu_3 = 2$, модуль упругости Ст.3: $E = 2,1\cdot 10^{11}$Па, коэффициент формы $K_1 = 1$, коэффициент восстановления при ударе $K = 1$, плотность Ст.3: $\rho = 7,8\cdot 10^3\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Для вычисления присоединенной массы использованы формулы [1], [4]:

$$m_* = bh\rho,$$

$$m_{*1} = \frac{\pi}{4}\rho_1 hb.$$

В результате решения поставленной задачи получим радиус сферического заряда $y \geq 0,159$м и массу заряда $C = 27,301$кг.

Для формирования заключения изменим некоторые входные параметры и проверим как изменятся радиус и масса сферического заряда. В качестве варьируемых параметров выберем расстояние до заряда a, глубину погружения H и длину балки l.

Заключение. Получен алгоритм для расчета радиуса и массы сферического заряда взрывчатого вещества, действие которого гарантированно разрушит балку (балочную конструкцию), расположенную в воде. Обнаружено существенное влияние на результаты расчётов свойств ВВ заряда, его расположения в воде по отношению к преграде (балки), геометрических и механических характеристик балочной конструкции.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Саламахин Т. М. Разрушение взрывом элементов конструкций. Москва: ВИА, 1961. 275 с.
[2] Володин Г. Т. Действие взрыва зарядов конденсированного ВВ в газовой и жидкой средах. Часть 2. Взрывостойкость и гарантированное разрушение элементов конструкций. Тула: Левша, 2005. 160 с.
[3] Володин Г.Т., Кочергин Д. С. Импульсная нагрузка на неподвижную преграду при взрыве в воде // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2021. № 2(48). с. 12–18.
[4] Беляев Н. М. Сопротивление материалов. Москва: Наука, 1976. 607 с.

G. T. Volodin, D. S. Kochergin

DESTRUCTION OF BEAM STRUCTURES IN WATER BY EXPLOSION

Tula State University, Tula, Russia.

Abstract. The solution of the problem of guaranteed destruction of a beam lying freely on non-deformable (ideal) supports in water at a depth H by an explosion of a non-contact spherical explosive charge located at a given distance a from the beam is presented. The effects of reflection of the flow of perturbations of the medium from the barrier (beam), the characteristics of the explosive charge, its location relative to the beam are taken into account. The influence of the aquatic environment is taken into account by introducing an attached mass of water.

Keywords: guaranteed destruction, underwater explosion, beam structure, reflection effects, attached water mass.

REFERENCES

[1] Salamakhin T. Explosion destruction of structural elements. Moscow: VIA, 1961. 275 p. (in Russian).
[2] Volodin G. Action of explosion of condensed explosive charges in gas and liquid media. Part 2. Explosion resistance and guaranteed destruction of structural elements. Tula: lefty, 2005. 160 p. (in Russian).
[3] Volodin G.T., Kochergin D.S. Pulse load on a stationary barrier during an explosion in water. № 2(48). c. 12–18. (in Russian).
[4] Belyaev N. Resistance of materials. Moscow: Science, 1976. 607 p. (in Russian).

Volodin Gennady Timofeevich, Doctor of Technical Sciences, Professor, Tula State University, Tula, Russia.
Kochergin Denis Sergeevich, postgraduate student, Tula State University, Tula, Russia.