Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева
Серия: Механика предельного состояния. 2022. № 1 (51). С. 65–84

Ю. В. Немировский[1,2], *С. В. Тихонов*[3]

ИССЛЕДОВАНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ БЕТОННЫХ СЛОИСТЫХ СТЕРЖНЕЙ

[1] *Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, г. Новосибирск, Россия*

[2] *Новосибирский государственный технический университет, г. Новосибирск, Россия*

[3] *Чувашский государственный университет им. И. Н. Ульянова, г. Чебоксары, Россия*

Аннотация. Рассматривается задача центрального растяжения однородного и многослойного бетонного стержня квазистатическими нагрузками. В качестве распределенной нагрузки принимается сила тяжести, действующая на стержень. Определены предельные нагрузки и удлинения стержня в зависимости от физических параметров стержня. При деформации ниже предельной упругой предполагается, что бетон деформируется линейно, в противном случае нелинейно неупруго. Приведены примеры расчетов по полученным соотношениям для слоистых стержней одинаковой массы, где в каждом слое могут быть реализованы различные марки бетонов.

Ключевые слова: многослойный стержень, центральное растяжение, физическая нелинейность, предельные нагрузки

DOI: 10.37972/chgpu.2022.51.1.007

УДК: 539.374

В качестве объекта исследования будем рассматривать многослойные гибридные стержневые конструкции в условиях одноосного нагружения растяжением или сжатием. Будем предполагать, что существующие технологии изготовления гибридных

Немировский Юрий Владимирович
`e-mail:` nemiryury@mail.ru, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник, Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, г. Новосибирск, Россия, профессор Новосибирский государственный технический университет, г. Новосибирск, Россия.
Тихонов Сергей Владимирович
`e-mail:` strangcheb@mail.ru, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры компьютерных технологий, Чувашский государственный университет им. И. Н. Ульянова, г. Чебоксары, Россия.

Поступила 01.05.2022

многофазных слоистых конструкций [1] позволяют создавать идеальные с точки зрения деформирования конструкции, обеспечивающие непрерывное вдоль оси деформирование всех фазовых материалов, без взаимных проскальзований и отрывов. Будем считать, что также в рассматриваемых конструкциях все составляющие фазовые материалы являются бетонами разных марок, подчиняющимися единообразным сходственным диаграммам деформирования от начала нагружения и до разрушения. При этом будем учитывать в разрабатываемых модельных расчетных схемах, что наблюдается практически при всех испытаниях и при эксплуатации конструкций из бетона существенно различно в их деформировании и характере разрушения в условиях нагружения растяжением или сжатием. Будем также считать, что деформационные процессы на всем этапе нагружения описываются физически-нелинейными зависимостями каждой фазы на всем этапе деформирования [2–17].

Обратим внимание на то обстоятельство, что используемые традиционные во всех расчетных методиках физические характеристики типа плотности и модуля упругости практически не меняются в пределах изготовления данного фазового материала по любым известным технологиям и их характеристики отличаются при переходе только от одной марки бетона к другой.

Будем считать также, как это обычно принимается при расчете стержневых конструкций, что размеры поперечного сечения исследуемых гибридных конструкций существенно меньше их продольных размеров.

Будем учитывать в дальнейшем, что используемые традиционно во всех методиках характеристики бетонов конкретной марки типа модулей упругости и удельной плотности при изготовлении испытуемых материалов практически остаются неизменными при изготовлении, но существенно отличаются при переходе от одной марки бетона к другой.

Возьмем в качестве эталонного стержня однородный стержень прямоугольного поперечного сечения с шириной $2b_1$ и толщиной $2\Delta_1$ (рис. 1). В рассматриваемых задачах будем использовать следующую систему координат: ось Ox направим вдоль центральной оси стержня, ось Oz направим вертикально вверх, начало координат O поместим в центр грани левого конца стержня.

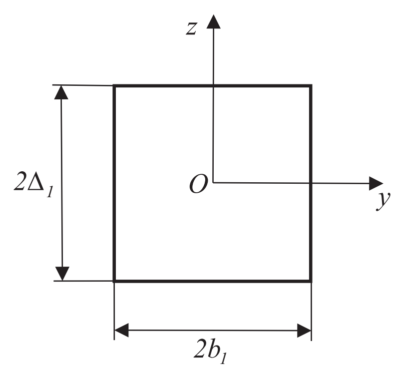


Рис. 1. Поперечное сечение эталонного стержня

Обозначим через σ_*^+, σ_*^- пределы прочности бетона, ε_0^+, ε_0^- – предельные упругие деформации, ε_*^+, ε_*^- – предельные деформации упрочнения (предразрушения) [18, 19], E^+, E^- – начальные модули упругости бетона соответственно при растяжении и сжатии.

В дальнейшем во всех расчетах будем использовать обезразмеренные величины

$$\tilde{C} = \frac{C}{C_1}, \quad \tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{\sigma_{1*}^-}, \quad \tilde{E} = \frac{E}{\sigma_{1*}^-}, \quad \tilde{b_i} = \frac{b_i}{l}, \quad \tilde{\Delta_i} = \frac{\Delta_i}{l}, \quad \tilde{P} = P\frac{1}{l^2\sigma_{1*}^-}, \quad \tilde{q} = q\frac{1}{l\sigma_{1*}^-}, \quad (1)$$
$$\tilde{N} = N\frac{1}{l^2\sigma_{1*}^-}, \quad \tilde{u} = \frac{u}{l}.$$

где обезразмеривающие величины: σ_{1*}^- – предел прочности при сжатии бетона марки $B10$, l – длина стержня; P – величина точечной нагрузки, q – величина распределенной нагрузки, N – величина продольного усилия, u – величина перемещений вдоль оси Ox.

В дальнейшем надстрочный индекс «$\sim$» во всех формулах и обозначениях будем опускать.

На диаграмме деформирования бетона отметим характерные точки D^-, C^-, B^-, B^+, C^+, D^+. Участки B^-OB^+ соответствуют упругой работе бетона, C^-OC^+ – участкам сохранения сплошности, а участки D^-C^- и С$^+D^+$ соответствуют участкам нарушения сплошности, сопровождающимся интенсивными процессами трещинообразования.

Значение указанных точек по результатам экспериментов [20,21] для бетонов марок B10, B30, B50 приведены в таблицах 1, 2.

Если деформация не превышает предельных упругих деформаций (участок B^-OB^+), тогда имеем

$$\sigma = E^-\varepsilon \quad \text{при} \quad -\varepsilon_0^- \leq \varepsilon \leq 0, \tag{2}$$

$$\sigma = E^+\varepsilon \quad \text{при} \quad 0 \leq \varepsilon <= \varepsilon_0^+. \tag{3}$$

Марка бетона	C	σ_0^-	σ_*^-	σ_{**}^-	ε_0^-, 10^{-2}	ε_*^-, 10^{-2}	ε_{**}^-, 10^{-2}	E^-
B10	1	0,36	1	0,35	0,0047	0,2	0,35	2233
B30	1,23	1,21	2,91	2,14	0,018	0,2	0,3	4304
B50	1,45	2,01	4,8	4,38	0,014	0,2	0,25	5160

Таблица 1. Значения физических параметров бетонов

Марка бетона	σ_0^+	σ_*^+	σ_{**}^+	ε_0^+, 10^{-2}	ε_*^+, 10^{-2}	ε_{**}^+, 10^{-2}	E^+
B10	0,09	0,11	0,08	0,005	0,015	0,02	2057
B30	0,19	0,24	0,19	0,005	0,015	0,02	4243
B50	0,25	0,3	0,28	0,00375	0,015	0,02	7110

Таблица 2. Значения физических параметров бетонов

В случае, когда деформация превышает предельную упругую, но меньше предельной деформации упрочнения (участки C^-B^-, B^+C^+), закон деформирования бетона

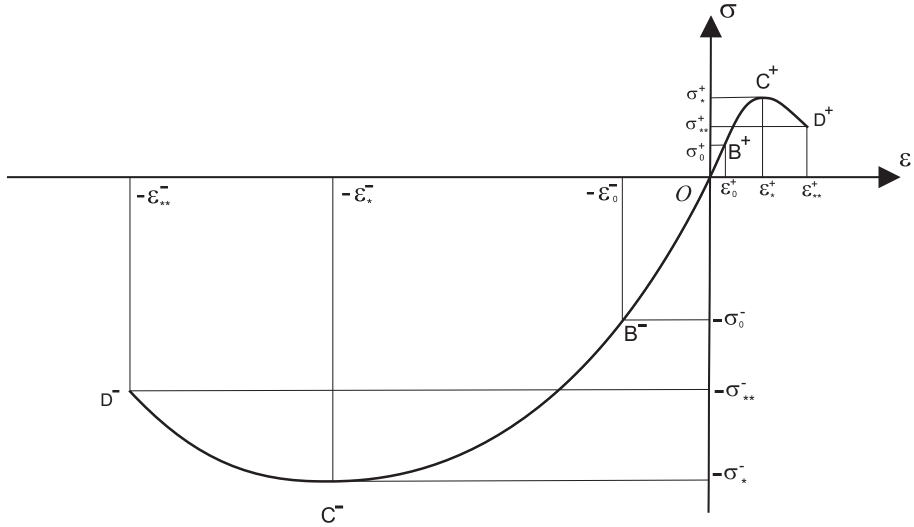


Рис. 2. Диаграмма деформирования бетона

для каждого слоя будем принимать в виде аппроксимации полиномом второго или третьего порядка [2, 5].

Для аппроксимации диаграммы деформирования бетона $\sigma = f(\varepsilon)$ на указанном участке для зон растяжения и сжатия можно использовать одни и те же функции с одними и те же коэффициентами. Тогда для случая полинома второго порядка аппроксимация диаграммы будет иметь вид (4), а в случае полинома третьего порядка (5).

$$\sigma_i = A_{1i}^2 \varepsilon + A_{2i}^2 \varepsilon^2, \tag{4}$$

$$\sigma_i = A_{1i}^3 \varepsilon + A_{2i}^3 \varepsilon^2 + A_{3i}^3 \varepsilon^3, \tag{5}$$

где коэффициенты $A_{1i}^2, A_{2i}^2, A_{1i}^3, A_{2i}^3, A_{3i}^3$ можно определить из реальных диаграмм растяжения-сжатия бетонов.

В случае если использовать для зон растяжения и сжатия одни и те же функции, но с различными коэффициентами, тогда аппроксимации будут иметь вид (6), (7).

$$\sigma_i^{\pm} = A_{1i}^{2\pm} \varepsilon + A_{2i}^{2\pm} \varepsilon^2, \tag{6}$$

$$\sigma_i^{\pm} = A_{1i}^{3\pm} \varepsilon + A_{2i}^{3\pm} \varepsilon^2 + A_{3i}^{3\pm} \varepsilon^3, \tag{7}$$

где знаки «+» и «−» соответствуют зонам растяжения и сжатия соответственно.

Примеры расчета указанных коэффициентов, используя результаты экспериментов [20, 21] для аппроксимаций (3), (4) методом наименьших квадратов, приведены в таблицах 3, 4. В дальнейших расчетах положим, что модуль упругости бетона при растяжении и сжатии является одинаковым, т.е. примем $E = E^+ = E^-$.

Аналогичные расчеты коэффициентов для аппроксимаций (6), (7) методом наименьших квадратов приведены в таблице 5.

Марка бетона	A_1^{3+}	A_2^{3+}	A_3^{3+}	A_1^{2+}	A_2^{2+}
B10	3864,57	$-4,4*10^7$	$1,57*10^{11}$	2379,41	$-1,14*10^7$
B30	7770,69	$-8,55*10^7$	$2,99*10^{11}$	4920,89	$-2,31*10^7$
B50	11578,48	$-1,38*10^8$	$5,03*10^{11}$	6844,36	$-3,44*10^7$

Таблица 3. Значения коэффициентов аппроксимации диаграммы деформирования бетонов при растяжении полиномами второго и третьего порядка для соотношений (6), (7)

Марка бетона	A_1^{3-}	A_2^{3-}	A_3^{3-}	A_1^{2-}	A_2^{2-}
B10	2318,2	$1,82*10^6$	$4,59*10^8$	1532,63	542483.2160
B30	6052,14	$4,62*10^6$	$1,17*10^9$	4074,12	$1,35*10^6$
B50	10793,97	$8,44*10^6$	$2,15*10^9$	6997,58	$2,4*10^6$

Таблица 4. Значения коэффициентов аппроксимации диаграммы деформирования бетонов при сжатии полиномами второго и третьего порядка для соотношений (6), (7)

Марка бетона	A_1^3	A_2^3	A_3^3	A_1^2	A_2^2
B10	1875,87	$1,17*10^6$	$2,43*10^8$	1493,78	519354,19
B30	4151,89	$1,78*10^6$	$2,1*10^8$	3840,79	$1,22*10^6$
B50	7009,38	$3,01*10^6$	$3,36*10^8$	6495,96	$2,11*10^6$

Таблица 5. Значения коэффициентов аппроксимации диаграммы деформирования бетонов при растяжении полиномами второго и третьего порядка для соотношений (4), (5)

Диаграммы построенные по экспериментальным данным и по аппроксимирующим зависимостям (6), (7) приведены на рисунках 3, 4, 5.

Диаграммы, построенные по экспериментальным данным и по аппроксимирующим зависимостям (4), (5), приведены на рисунках 6, 7, 8.

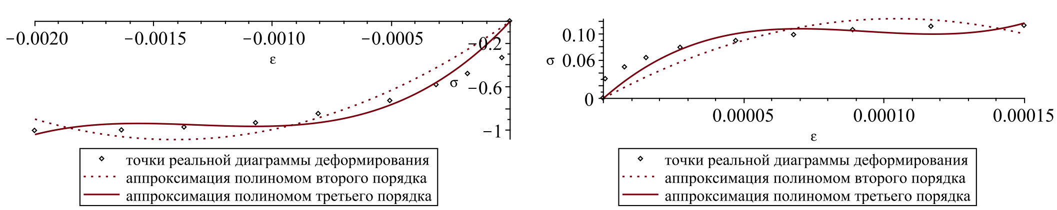


Рис. 3. Диаграммы, построенные по экспериментальным данным и по аппроксимирующим зависимостям (6), (7) для бетонов марки B10

Положим, что один конец стержня защемлен, а на другой действует сосредоточенная сила P, приложенная к центру правой грани стержня (рис. 9). Будем считать,

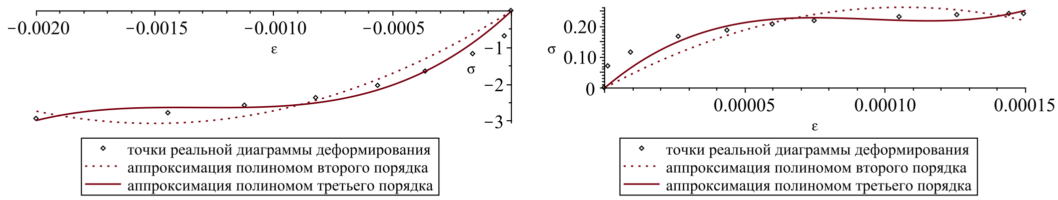


Рис. 4. Диаграммы, построенные по экспериментальным данным и по аппроксимирующим зависимостям (6), (7) для бетонов марки B30

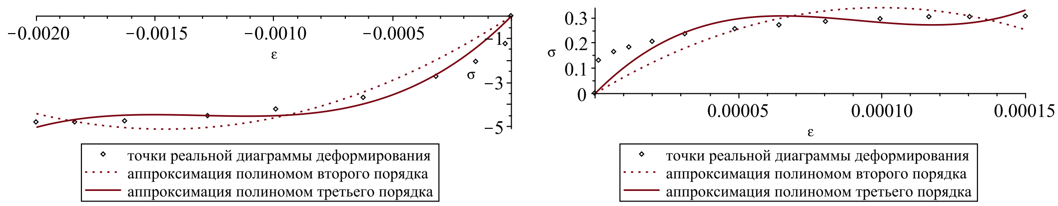


Рис. 5. Диаграммы, построенные по экспериментальным данным и по аппроксимирующим зависимостям (6), (7) для бетонов марки B50

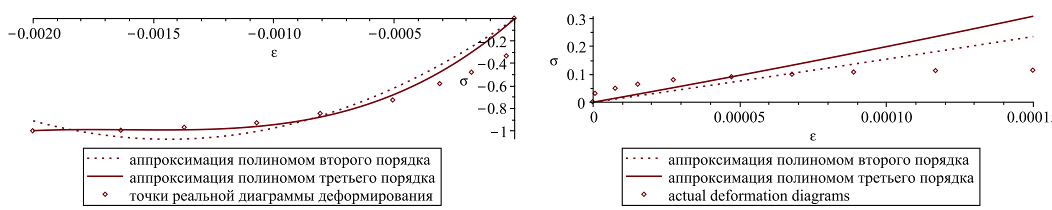


Рис. 6. Диаграммы, построенные по экспериментальным данным и по аппроксимирующим зависимостям (3), (4) для бетонов марки B10

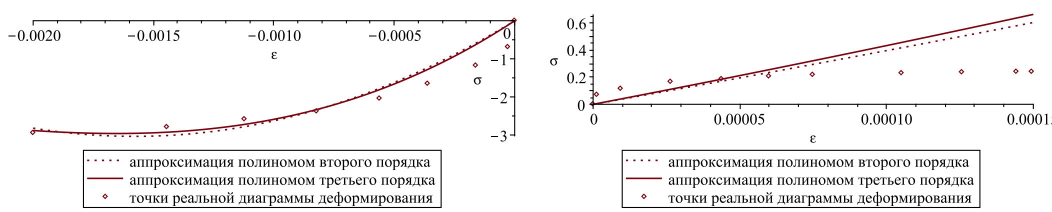


Рис. 7. Диаграммы, построенные по экспериментальным данным и по аппроксимирующим зависимостям (3), (4) для бетонов марки B30

что на стержень также действует распределенная нагрузка $q(x)$, под которой в данной работе будем понимать результат действия силы тяжести, направленной вдоль оси Ox.

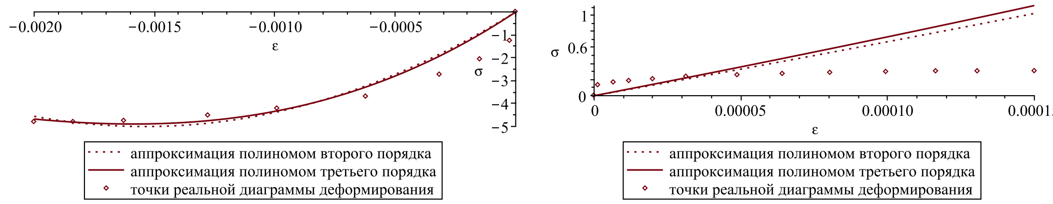


Рис. 8. Диаграммы, построенные по экспериментальным данным и по аппроксимирующим зависимостям (3), (4) для бетонов марки B50

В данном случае действие всех сил такое, что имеет место центральное растяжение-сжатие стержня.

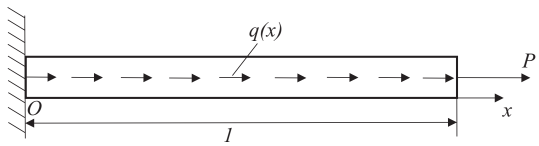


Рис. 9. Случай защемленного с левого края стержня

В указанной постановки данная задача является статически определимой. Уравнения равновесия в случае центрального растяжения-сжатия имеют вид

$$\frac{dN}{dx} = -q(x). \tag{8}$$

Если принять, что $q(x)$ является результатом действия силы тяжести, то имеем, с учетом обезразмеривания согласно отношениям (1),

$$q(x) = q_g = \frac{4g}{l\sigma_{1*}^{-}} b_1 \Delta_1 \rho, \tag{9}$$

где g – величина ускорения свободного падения, ρ – плотность бетона материала стержня.

Интегрируя уравнение (8) с учетом (9), получим

$$\int_1^x dN = -\int_1^x q_g dx. \tag{10}$$

На правом конце стержня имеет место

$$N(1) = P. \tag{11}$$

Тогда для величины продельного усилия N будет справедливо

$$N(x) = P + (1 - x) q_g. \tag{12}$$

В данном случае во всех участках стержня имеет место $N > 0$ и $\varepsilon > 0$. Причем величина продольного усилия N линейно увеличивается вдоль оси стержня и принимает наибольшее значение в месте защемления $x = 0$.

В зависимости от приложенных усилий q_g, P возможны следующие случаи

(1) $\forall x \in [0,1]: \quad 0 \le \varepsilon(x) < \varepsilon_0^+$
(2) $\forall x \in [0,x_e): \quad 0 \le \varepsilon(x) < \varepsilon_0^+,$
(3) $\forall x \in [x_e,1]: \quad \varepsilon_0^+ \le \varepsilon(x) < \varepsilon_*^+,$
(4) $\forall x \in [0,1]: \quad \varepsilon_0^+ \le \varepsilon(x) < \varepsilon_*^+.$

Первый случай реализуется, когда величина нагрузок такова, что деформации не превышает предельно упругие. Принимая во внимание, что значение q_g фиксировано для данного сечения стержня и набора материалов, определим величину P_0, которая соответствует предельной упругой нагрузке.

Наибольшие по величине деформации будут в левом конце стержня, тогда для указанного сечения имеем из (12)

$$P_0 = N(0) - q_g. \tag{13}$$

В указанном случае по всей длине стержня справедливо упругое деформирование, тогда

$$N = 4\int_0^{\Delta_1}\int_0^{b_1} \sigma dy dz = 4\Delta_1 b_1 \sigma = 4\Delta_1 b_1 E\varepsilon. \tag{14}$$

Наибольшее значение продольного усилия в указанном случае может быть реализовано при $\varepsilon = \varepsilon_0^+$. Тогда для предельной упругой нагрузки окончательно имеем

$$P_0 = 4\Delta_1 b_1 E\varepsilon_0^+ - q_g. \tag{15}$$

Величина удлинения стержня δ при нагрузке $0 < P < P_0$ определим из соотношения

$$\delta = \int_0^1 \varepsilon dx = \int_0^1 \frac{P + (1-x)q_g}{4\Delta_1 b_1 E} dx.$$

.

Величину удлинения стержня δ_0 при предельной упругой нагрузке P_0 определяется выражением

$$\delta_0 = \int_0^1 \varepsilon dx = \int_0^1 \frac{P_0 + (1-x)q_g}{4\Delta_1 b_1 E} dx = \varepsilon_0^+ - \frac{q_g}{8\Delta_1 b_1 E}. \tag{16}$$

Если окажется, что величина нагрузки $P \ge P_0$, тогда имеет место второй случай, когда в левой части стержня реализуется нелинейный неупругий закон деформирования (7), а в правой части – упругое растяжение стержня.

Предельное верхнее значение нагрузки P_1, при которой возможен данный случай, определяется из условия равенства деформации предельному упругому значению $\varepsilon = \varepsilon_0^+$ в правом конце стержня $(x = 1)$.

Тогда для вычисления P_1 имеем выражение

$$P_1 = 4\Delta_1 b_1 E\varepsilon_0^+. \tag{17}$$

В случае, если нагрузка находится в интервале $P_0 < P < P_1$, значение деформации, равное предельной упругой ε_0^+, будет реализовываться на границе раздела двух областей $x = x_s$. Тогда для определения границы $x = x_s$ справедливо уравнение

$$4\Delta_1 b_1 E\varepsilon_0^+ = P + (1 - x_s)q_g, \tag{18}$$

откуда получим

$$x_s = 1 - \frac{4\Delta_1 b_1 E\varepsilon_0^+ - P}{q_g}. \tag{19}$$

Из соотношений (17), (19) и условия $P_0 < P < P_1$ видно, что для границы раздела областей $x = x_s$ справедливо $0 < x_s < 1$.

Удлинение δ при нагрузке $P_0 < P < P_1$ определим из соотношений

$$\delta = \int_0^{x_s} \varepsilon_1(x)dx + \int_{x_s}^1 \varepsilon_2(x)dx,$$

где $\varepsilon_1(x)$ – деформация на участке $[0, x_s]$, а $\varepsilon_2(x)$ – деформация на участке $[x_s, 1]$.

Деформацию $\varepsilon_1(x)$ можно определить из решения уравнения

$$4\Delta_1 b_1 \left(A_1^{3+}\varepsilon_1(x) + A_2^{3+}(\varepsilon_1(x))^2 + A_3^{3+}(\varepsilon_1(x))^3\right) = P + (1-x)q_g, \tag{20}$$

а деформацию $\varepsilon_2(x)$ из соотношений

$$\varepsilon_2(x) = \frac{P + (1-x)q_g}{4\Delta_1 b_1 E}.$$

Удлинение δ_1 при нагрузке P_1 определяется соотношением

$$\delta_1 = \int_0^1 \varepsilon_1(x)dx, \tag{21}$$

где $\varepsilon_1(x)$ определяется из кубического относительно $\varepsilon_1(x)$ уравнения с помощью формулы Кардано [22]

$$4\Delta_1 b_1 \left(A_1^{3+}\varepsilon_1(x) + A_2^{3+}(\varepsilon_1(x))^2 + A_3^{3+}(\varepsilon_1(x))^3\right) = 4\Delta_1 b_1 E\varepsilon_0^+ + (1-x)q_g. \tag{22}$$

Для третьего случая в левом конце стержня нагрузка должна быть такая, что деформация не должна превышать предельное значение упрочнения (предразрушения) ε_*^+, т.е.

$$P_2 = 4\Delta_1 b_1 \left(A_1^{3+}\varepsilon_*^+ + A_2^{3+}(\varepsilon_*^+)^2 + A_3^{3+}(\varepsilon_*^+)^3\right) - q_g. \tag{23}$$

Таким образом, нагрузка должна находиться в интервале $P_1 \le P < P_2$. В случае превышения нагрузки значения P_2 в стержне будут участки, где деформация превышает деформации упрочнения (предразрушения), и будем считать, что стержень теряет несущую способность.

Удлинение δ при нагрузке $P_1 < P \le P_2$ определим из соотношений

$$\delta = \int_0^1 \varepsilon(x)dx, \tag{24}$$

где $\varepsilon(x)$ решение уравнения

$$4\Delta_1 b_1 \left(A_1^{3+}\varepsilon(x) + A_2^{3+}(\varepsilon(x))^2 + A_3^{3+}(\varepsilon(x))^3\right) = P + (1-x)q_g. \tag{25}$$

Рассмотрим стержень длины 1 с постоянным поперечным двутавровым сечением, симметричным вдоль осей Ox, Oy (рис. 10), с параметрами Δ_1, Δ_2, b_1, b_2. Положим, что в стержне послойно могут быть реализованы различные марки бетонов, соответственно с различными физическими характеристиками. Положим, что в первом слое стержня ($0 < z < \Delta_1$) бетон с модулем упругости E_1, предельными деформациями $\varepsilon_{01}^+, \varepsilon_{01}^-, \varepsilon_{*1}^+, \varepsilon_{*1}^-$ и в области нелинейного деформирования коэффициентами A_{11}^{3+}, A_{21}^{3+}, A_{31}^{3+}, A_{11}^{3-}, A_{21}^{3-}, A_{31}^{3-} (7), а во втором слое ($\Delta_1 < z < \Delta_1 + \Delta_2$) соответственно с параметрами E_2, ε_{02}^+, ε_{02}^-, ε_{*2}^+, ε_{*2}^-, A_{12}^{3+}, A_{22}^{3+}, A_{32}^{3+}, A_{12}^{3-}, A_{22}^{3-}, A_{32}^{3-}. В дальнейшем для определенности положим, что $\varepsilon_{01}^+ < \varepsilon_{02}^+$ и $\varepsilon_{*1}^+ < \varepsilon_{*2}^+$. Случаи $\varepsilon_{01}^+ > \varepsilon_{02}^+$ и $\varepsilon_{*1}^+ > \varepsilon_{*2}^+$ рассматриваются аналогично.

Сила тяжести, действующая на многослойный стержень, определяется соотношениями

$$q(x) = q_g = \frac{4g}{l\sigma_{1*}^-}\left(b_1\Delta_1\rho_1 + b_2\Delta_2\rho_2\right),$$

где ρ_1, ρ_2 – плотности первого и второго слоя стержня.

Из указанного соотношения можно определить удлинение δ_2 при нагрузке $P = P_2$.

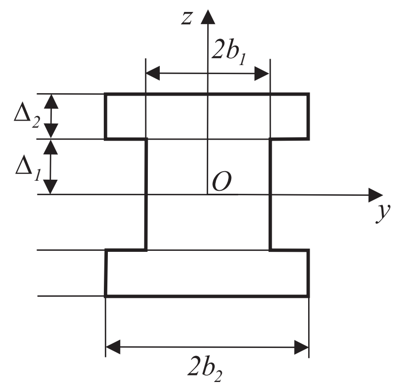


Рис. 10. Стержень двутаврового поперечного сечения

Рассмотрим аналогичную предыдущему случаю задачу о растяжении многослойного стержня (рис. 9). В этом случае в области упругого деформирования соотношения (14) примут вид

$$N = 4\int_0^{\Delta_1}\int_0^{b_1}\sigma dydz + 4\int_0^{\Delta_2}\int_0^{b_2}\sigma dydz = 4\left(\Delta_1 b_1 E_1 + \Delta_2 b_2 E_2\right)\varepsilon, \tag{26}$$

и выражение для предельной упругой нагрузки P_0, которое для однородного стержня имело вид (15), примет вид

$$P_0 = 4\left(\Delta_1 b_1 E_1 + \Delta_2 b_2 E_2\right)\varepsilon_0^+ - q_g, \tag{27}$$

где предельная деформация $\varepsilon_0^+ = \min\{\varepsilon_{01}^+, \varepsilon_{02}^+\} = \varepsilon_{01}^+$.

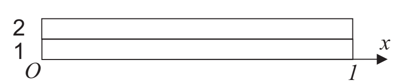


Рис. 11. Случай $P < P_0$

Для нагрузки $P < P_0$ (рис. 11), где цифрами обозначены номера слоев стержня, имеем для удлинения стержня δ

$$\delta = \int_0^1 \varepsilon(x)dx = \frac{2P + q_g}{8\left(\Delta_1 b_1 E_1 + \Delta_2 b_2 E_2\right)}.$$

Для удлинения δ_0 при предельной упругой нагрузке P_0 имеем

$$\delta_0 = \varepsilon_0 - \frac{q_g}{8\left(\Delta_1 b_1 E_1 + \Delta_2 b_2 E_2\right)}. \tag{28}$$

В случае, если нагрузка превышает значение P_0, тогда в первом слое реализуется нелинейное неупругое деформирование, а во втором до нагрузки P_{01} – упругое. Указанную нагрузку P_{01} можно определить из соотношений

$$P_{01} = 4\Delta_1 b_1 \left(A_{11}^{3+}\varepsilon_{02}^{+} + A_{21}^{3+}(\varepsilon_{02}^{+})^2 + A_{31}^{3+}(\varepsilon_{02}^{+})^3\right) + 4\Delta_2 b_2 E_2 \varepsilon_{02}^{+} - q_g. \tag{29}$$

При условии, что $P_0 < P < P_{01}$, можно определить значение x_{s1}, которое будет разделять две области – область нелинейного неупругого деформирования и упругого деформирования в первом слое

$$x_{s1} = 1 - \frac{4\Delta_1 b_1 E_1 \varepsilon_{01}^{+} + 4\Delta_2 b_2 E_2 \varepsilon_{01}^{+} - P}{q_g}. \tag{30}$$

Из соотношения (30) и условия $P > P_0$ следует, что $x_{s1} > 0$. Значение нагрузки P, при которой первый слой стержня испытывает нелинейное неупругое деформирование по всей длине, а второй полностью упругое деформирование, определяется из условия $x_{s1} = 1$. Если указанную нагрузку обозначить через P_{02}, то имеем

$$P_{02} = 4\Delta_1 b_1 E_1 \varepsilon_{01}^{+} + 4\Delta_2 b_2 E_2 \varepsilon_{01}^{+}. \tag{31}$$

Очевидно, что указанный случай может иметь место только в случае $P_{02} < P_{01}$, т.е. физические параметры стержня должны быть таковы, что должно быть справедливо соотношение

$$\begin{gathered} 4\Delta_1 b_1 E_1 \varepsilon_{01}^{+} + 4\Delta_2 b_2 E_2 \varepsilon_{01}^{+} < 4\Delta_1 b_1 \left(A_{11}^{3+}\varepsilon_{02}^{+} + A_{21}^{3+}(\varepsilon_{02}^{+})^2 + A_{31}^{3+}(\varepsilon_{02}^{+})^3\right) + \\ + 4\Delta_2 b_2 E_2 \varepsilon_{02}^{+} - q_g. \end{gathered} \tag{32}$$

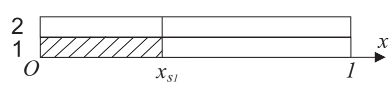


Рис. 12. Случай $P_0 < P < P_{01} < P_{02}$

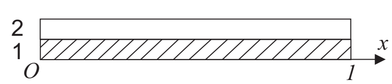


Рис. 13. Случай $P_{02} < P < P_{01}$

При нагрузке $P_0 < P < P_{01} < P_{02}$ (рис. 12), где заштрихованная область соответствует области нелинейного неупругого деформирования, имеем для удлинения δ

$$\delta = \int_0^{x_{s1}} \varepsilon_1(x)dx + \int_{x_{s1}}^1 \varepsilon_2(x)dx,$$

где деформация $\varepsilon_1(x)$ определяется из решения уравнения

$$4\Delta_1 b_1 \left(A_{11}^{3+}\varepsilon_1(x) + A_{21}^{3+}(\varepsilon_1(x))^2 + A_{31}^{3+}(\varepsilon_1(x))^3\right) + 4\Delta_2 b_2 \varepsilon_1(x) = P + (1-x)q_g,$$

то есть для деформации $\varepsilon_2(x)$ справедливо

$$\varepsilon_2(x) = \frac{P + (1-x)q_g}{4\Delta_1 b_1 E_1 + 4\Delta_2 b_2 E_2}.$$

Если имеет место $P_{02} < P < P_{01}$ (рис. 13), тогда для удлинения δ имеет место

$$\delta = \int_0^1 \varepsilon(x)dx,$$

где деформация $\varepsilon(x)$ определяется из уравнения

$$4\Delta_1 b_1 \left(A_{11}^{3+}\varepsilon(x) + A_{21}^{3+}(\varepsilon(x))^2 + A_{31}^{3+}(\varepsilon(x))^3\right) + 4\Delta_2 b_2 \varepsilon(x) = P + (1-x)q_g.$$

Если $P_{01} < P < P_{02}$, тогда в первом слое стержня на участке $[0, x_{s1}]$ и во втором слое стержня на участке $[0, x_{s2}]$ имеет место нелинейное неупругое деформирование, в остальных областях – упругое (рис. 14).

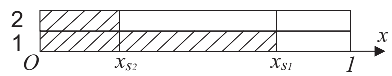


Рис. 14. Случай $P_{01} < P < P_{02}$

Указанные границы x_{s1}, x_{s2} определяются из соотношений

$$x_{s1} = 1 - \frac{4\Delta_1 b_1 E_1 \varepsilon_{01}^{+} + 4\Delta_2 b_2 E_2 \varepsilon_{01}^{+} - P}{q_g}, \tag{33}$$
$$x_{s2} = 1 - \frac{4\Delta_1 b_1 \left(A_{11}^{3+}\varepsilon_{02}^{+} + A_{21}^{3+}(\varepsilon_{02}^{+})^2 + A_{31}^{3+}(\varepsilon_{02}^{+})^3\right) + 4\Delta_2 b_2 E_2 \varepsilon_{02}^{+} - P}{q_g}.$$

Удлинение δ стержня в случае $P_{01} < P < P_{02}$ определяется по соотношениям

$$\delta = \int_0^{x_{s1}} \varepsilon_1(x)dx + \int_{x_{s1}}^{x_{s2}} \varepsilon_2(x)dx + \int_{x_{s2}}^{1} \varepsilon_3(x)dx,$$

где деформации $\varepsilon_1(x)$, $\varepsilon_2(x)$, $\varepsilon_3(x)$ определяются из соотношений

$$4\Delta_1 b_1 \left(A_{11}^{3+}\varepsilon_1(x) + A_{21}^{3+}(\varepsilon_1(x))^2 + A_{31}^{3+}(\varepsilon_1(x))^3\right) +$$
$$+4\Delta_2 b_2 (A_{12}^{3+}\varepsilon_1(x) + (\varepsilon_1(x))^2 + A_{32}^{3+}(\varepsilon_1(x))^3) = P + (1-x)q_g,$$
$$4\Delta_1 b_1 \left(A_{11}^{3+}\varepsilon_2(x) + A_{21}^{3+}(\varepsilon_2(x))^2 + A_{31}^{3+}(\varepsilon_2(x))^3\right) + 4\Delta_2 b_2 E_2 \varepsilon_2(x) = P + (1-x)q_g,$$
$$\varepsilon_3(x) = \frac{P + (1-x)q_g}{4\Delta_1 b_1 E_1 + 4\Delta_2 b_2 E_2}.$$

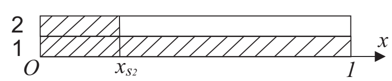


Рис. 15. Случай $P_{02} < P_{01} < P < P_1$

При нагрузке $P_{02} < P_{01} < P < P_1$ имеем, что первый слой стержня полностью находится в области нелинейного неупругого деформирования, а второй слой имеет участок нелинейного неупругого деформирования $[0, x_{s2}]$ и $[x_{s2}, 1]$ – участок упругого деформирования (рис. 15).

Указанную границу x_{s2} можно определить из соотношений

$$x_{s2} = 1 - \frac{4\Delta_1 b_1 \left(A_{11}^{3+}\varepsilon_{02}^+ + A_{21}^{3+}(\varepsilon_{02}^+)^2 + A_{31}^{3+}(\varepsilon_{02}^+)^3\right) + 4\Delta_2 b_2 E_2 \varepsilon_{02}^+ - P}{q_g}. \tag{34}$$

Для удлинения δ при нагрузке $P_{02} < P_{01} < P < P_1$ имеем

$$\delta = \int_0^{x_{s1}} \varepsilon_1(x)dx + \int_{x_{s1}}^1 \varepsilon_2(x)dx,$$

где деформации $\varepsilon_1(x)$, $\varepsilon_2(x)$ можно найти из уравнений

$$4\Delta_1 b_1 \left(A_{11}^{3+}\varepsilon_1(x) + A_{21}^{3+}(\varepsilon_1(x))^2 + A_{31}^{3+}(\varepsilon_1(x))^3\right) +$$
$$+4\Delta_2 b_2 (A_{12}^{3+}\varepsilon_1(x) + (\varepsilon_1(x))^2 + A_{32}^{3+}(\varepsilon_1(x))^3) = P + (1-x)q_g,$$
$$4\Delta_1 b_1 \left(A_{11}^{3+}\varepsilon_2(x) + A_{21}^{3+}(\varepsilon_2(x))^2 + A_{31}^{3+}(\varepsilon_2(x))^3\right) + 4\Delta_2 b_2 E_2 \varepsilon_2(x) = P + (1-x)q_g.$$

Предельная нагрузка P_1, соответствующая случаю, когда оба слоя стержня по всей длине оказались в области нелинейного неупругого деформирования, определяется из соотношений

$$P_1 = 4\Delta_1 b_1 \left(A_{11}^{3+}\varepsilon_{02}^+ + A_{21}^{3+}(\varepsilon_{02}^+)^2 + A_{31}^{3+}(\varepsilon_{02}^+)^3\right) + 4\Delta_2 b_2 E_2 \varepsilon_{02}^+. \tag{35}$$

Удлинение δ_1, соответствующее предельной нагрузке P_1, имеет вид

$$\delta_1 = \int_0^1 \varepsilon(x)dx, \tag{36}$$

где $\varepsilon(x)$ определяется из соотношений

$$4\Delta_1 b_1 \left(A_{11}^{3+}\varepsilon(x) + A_{21}^{3+}(\varepsilon(x))^2 + A_{31}^{3+}(\varepsilon(x))^3\right) + \tag{37}$$
$$+4\Delta_2 b_2 (A_{12}^{3+}\varepsilon(x) + (\varepsilon(x))^2 + A_{32}^{3+}(\varepsilon(x))^3) =$$
$$= 4\Delta_1 b_1 \left(A_{11}^{3+}\varepsilon_{02}^+ + A_{21}^{3+}(\varepsilon_{02}^+)^2 + A_{31}^{3+}(\varepsilon_{02}^+)^3\right) + 4\Delta_2 b_2 E_2 \varepsilon_{02}^+ + (1-x)q_g.$$

Предельную нагрузку, которую выдержит стержень, определим из соотношений

$$P_2 = 4\Delta_1 b_1 \left(A_{11}^{3+}\varepsilon_*^+ + A_{21}^{3+}(\varepsilon_*^+)^2 + A_{31}^{3+}(\varepsilon_*^+)^3\right) + \tag{38}$$
$$+4\Delta_2 b_2 \left(A_{12}^{3+}\varepsilon_*^+ + A_{22}^{3+}(\varepsilon_*^+)^2 + A_{32}^{3+}(\varepsilon_*^+)^3\right) - q_g,$$

где величина предельной деформации равна $\varepsilon_*^+ = \min\{\varepsilon_{*1}^+, \varepsilon_{*2}^+\}$.

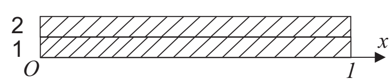


Рис. 16. Случай $P_1 < P < P_2$

Случай $P_1 < P < P_2$ соответствует случаю нелинейного неупругого деформирования стержня в обоих слоях стержня до потери им несущей способности (рис. 16).

Удлинение в случае $P_1 < P \leq P_2$ будет равно

$$\delta = \int_0^1 \varepsilon(x)dx,$$

где

$$4\Delta_1 b_1 \left(A_{11}^{3+}\varepsilon(x) + A_{21}^{3+}(\varepsilon(x))^2 + A_{31}^{3+}(\varepsilon(x))^3\right) + \tag{39}$$

$$+4\Delta_2 b_2(A_{12}^{3+}\varepsilon(x) + (\varepsilon(x))^2 + A_{32}^{3+}(\varepsilon(x))^3) = P + (1-x)q_g.$$

Удлинение δ_2, соответствующее предельной нагрузке P_2, можно получить из предыдущей формулы, положив, что $P = P_2$.

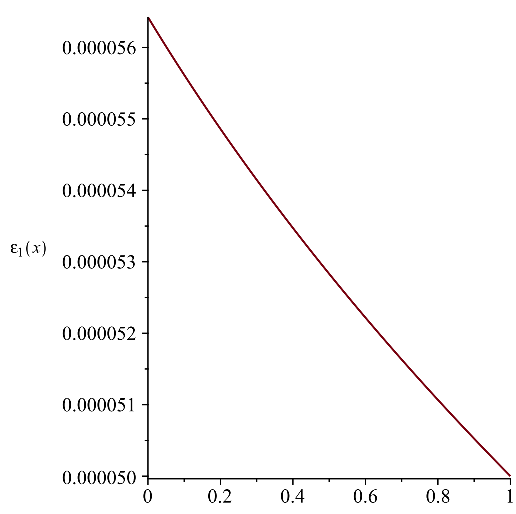
В качестве примера рассмотрим эталонный однородный стержень из бетона марки $B10$ с параметрами поперечного сечения

$$\Delta_1 = b_1 = 0,5 \tag{40}$$

и физическими параметрами из таблиц 2, 3, тогда по соотношениям (15), (16), (17), (21), (22), (22), (23), (24) получим для предельных нагрузок P и удлинения стержня δ

$$P_0 = 0,09945, \quad P_1 = 0,10273, \quad P_2 = 0,11411 \tag{41}$$
$$\delta_0 = 4,92 \cdot 10^{-5}, \quad \delta_1 = 5,2987 \cdot 10^{-5}, \quad \delta_2 = 1,4862 \cdot 10^{-4}.$$

Уравнения (22), (24) в общем случае могут иметь три решения. Для определения решения уравнения (22) необходимо учитывать условие, что деформация вдоль длины стержня $\varepsilon_1(x)$ при нагрузке P_1 такова, что весь стержень находится в области нелинейного неупругого деформирования, а в правом крае стержня деформация должна быть равна предельной упругой при растяжении, т.е. $\varepsilon_1(1) = \varepsilon_0^+$. Аналогично определяем решение уравнения (24), полагая, что при нагрузке P_2 кривая $\varepsilon(x)$ должна проходить через точку $x = 0$, $\varepsilon(x) = \varepsilon_*^+$. Решения, соответствующие данным условиям, изображены на рис. 17. Площади, образованные кривыми $\varepsilon_1(x)$, $\varepsilon(x)$ (рис. 17), являются удлинениями стержня δ_1 и δ_2 соответственно.



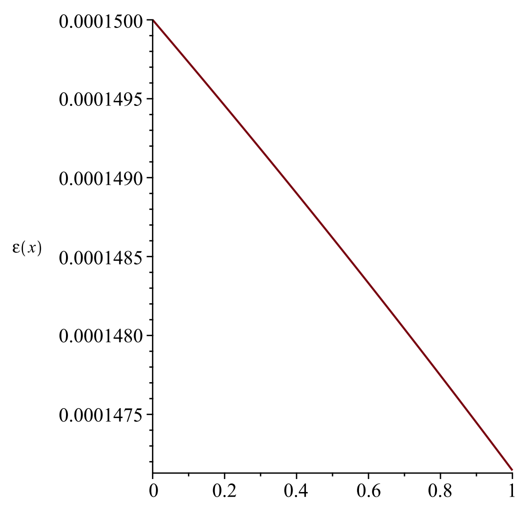


Рис. 17. Распределение деформаций вдоль длины стержня при нагрузке P_1 и P_2 соответственно

Если в соотношениях (15), (16), (17), (21), (22), (22), (23), (24) положим, что $q_g = 0$, т.е. пренебрежем действием силы тяжести, тогда для предельных нагрузок P и удлинения стержня δ имеем

$$P_0 = 0,10273, \quad P_1 = 0,10273, \quad P_2 = 0,117389, \qquad (42)$$
$$\delta_0 = 5 \cdot 10^{-5}, \quad \delta_1 = 5 \cdot 10^{-5}, \quad \delta_2 = 1,5 \cdot 10^{-4}.$$

В случае отсутствия силы тяжести в стержне деформации и продольные усилия постоянные, поэтому при достижении предельной упругой нагрузки в левом конце стержня весь стержень оказывается в зоне нелинейного неупругого деформирования, поэтому в полученных решениях (40) нагрузки P_0, P_1 и удлинения $\delta_0 = \delta_1$ одинаковые.

Сравнивая решения (40) с учетом силы тяжести и (42), можно увидеть, что предельная упругая нагрузка P_0 без учета силы тяжести на 10% больше, чем с учетом, причем удлинение стержня при предельной упругой нагрузке в случае с учетом силы тяжести меньше на 2%. Предельная нагрузка P_1 оказалась в обоих случаях одинаковая, а удлинение в случае учета силы тяжести больше на 4%, что объясняется тем, что при одинаковой нагрузке P на стержень в случае учета силы тяжести принимается в расчет еще дополнительно распределенная нагрузка. Нагрузка P_2, соответствующая появлению участков с деформацией, равной предельной деформации упрочнения, в случае учета силы тяжести меньше на 2,8%, и удлинение стержня также меньше в случае учета силы тяжести.

В дальнейшем рассмотренный выше однородный стержень из бетона B10 (рис. 1) с параметрами сечения (40) будем считать эталонным и будем рассматривать составные стержни (рис. 10), имеющие одинаковую массу по сравнению с эталонным стержнем.

В случае одинаковой массы рассматриваемых составных стержней имеем, что все стержни должны удовлетворять соотношениям

$$\Delta_э b_э \rho_э = \Delta_{1i} b_{1i} \rho_{1i} + \Delta_{2i} b_{2i} \rho_{2i}, \qquad (43)$$

где $\Delta_э, b_э$ – толщина и ширина стержня в поперечном сечении, $\rho_э$ – плотность бетона эталонного стержня, Δ_{1i}, Δ_{2i}, b_{1i}, b_{2i} – параметры поперечного сечения составного стержня (10), ρ_{1i}, ρ_{2i} – плотности первого и второго слоя стержня соответственно. В дальнейших расчетах будем полагать плотности бетонов марок $B10$, $B30$, $B50$ равными соответственно $\rho_1 = 2500$ кг/м^3, $\rho_2 = 2800$ кг/м^3, $\rho_3 = 3100$ кг/м^3.

Рассмотрим слоистый стержень с параметрами сечения

$$\Delta_1 = 0,25, \quad \Delta_2 = 0,16964, \quad b_1 = b_2 = 0,5, \qquad (44)$$

причем если в первом слое стержня в качестве фазового материала будет взят бетон марки $B50$, а во втором бетон марки $B30$, тогда масса стержня с параметрами (44) будет равна массе эталонного стержня (41).

По соотношениям (27), (35), (38) для стержня с параметрами (44) получим выражения для предельных нагрузок и удлинений

$$P_0 = 0,1841, \quad P_1 = 0,22048, \quad P_2 = 0,247875, \qquad (45)$$
$$\delta_0 = 3,71 \cdot 10^{-5}, \quad \delta_1 = 5,13 \cdot 10^{-5}, \quad \delta_2 = 1,494 \cdot 10^{-4}.$$

Корректность выбора решений уравнений (37), (39) можно проверить по графикам распределения деформаций при заданных предельных нагрузках. Из рисунка 18 а) видно, что деформация в стержне, соответствующая предельной нагрузке P_1 (уравнение (37)), проходит через точку $\varepsilon(1) = \varepsilon^+_{02}$, а деформация при нагрузке P_2 (уравнение (39)) проходит через точку $\varepsilon(0) = \varepsilon^+_*$.

Рассмотрим стержни, одинаковой массы по сравнению с эталонным стержнем (43), с параметрами, указанными в таблице 6. Расчетные значения предельных усилий, соответствующих удлинений стержня и отношение разности предельных нагрузок рассматриваемого и эталонного стержня к предельной нагрузке эталонного стержня (если нагрузка считалась с учетом силы тяжести, то и для эталонного стержня нагрузка считалась тоже с учетом силы тяжести и наоборот) поместим в таблицу 7, причем знак плюс будет соответствовать тому, что предельная нагрузка больше, а минус – предельная нагрузка меньше по сравнению с эталонным стержнем.

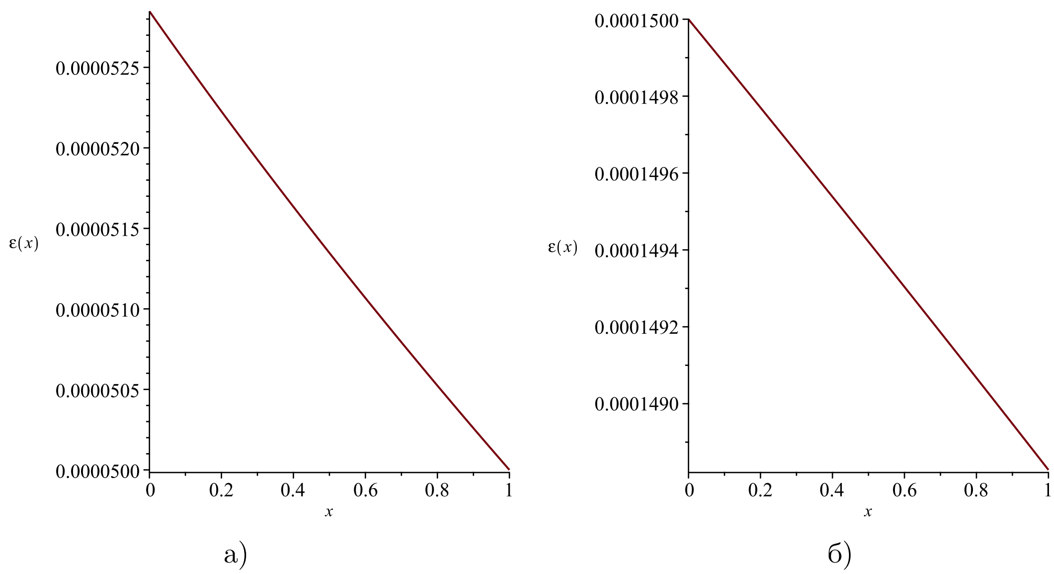


Рис. 18. Распределение деформаций вдоль длины стержня при нагрузке а) P_1, б) P_2

№	Δ_1	Δ_2	b_1	b_2	Сила тяжести	Слой 1	Слой 2
1	0,25	0,17	0,5	0,5	+	B50	B30
2	0,25	0,17	0,5	0,5	-	B50	B30
3	0,25	0,19	0,5	0,5	+	B50	B10
4	0,25	0,19	0,5	0,5	-	B50	B10
5	0,25	0,22	0,5	0,5	+	B30	B10
6	0,25	0,22	0,5	0,5	-	B30	B10
7	0,3	0,19	0,5	0,3	+	B50	B30
8	0,3	0,19	0,5	0,3	-	B50	B30
9	0,4	0,2	0,3	0,4	+	B50	B50
10	0,4	0,2	0,3	0,4	-	B50	B50
11	0,35	0,28	0,4	0,3	+	B30	B30
12	0,35	0,28	0,4	0,3	-	B30	B30

Таблица 6. Параметры поперечных сечений, марки бетонов, реализованные в слоях составных эквивалентных по массе стержней, и наличие или отсутствие действия силы тяжести при расчетах

№	P_0	P_1	P_2	$\delta_0, 10^{-5}$	$\delta_1, 10^{-5}$	$\delta_2, 10^{-4}$	$\Delta P_0/P_{0э}$	$\Delta P_1/P_{1э}$	$\Delta P_2/P_{2э}$
1	0,1841	0,2205	0,2479	3,717	5,139	1,494	85 %	114 %	117 %
2	0,1873	0,2205	0,2512	3,75	5	1,5	82 %	115 %	113 %
3	0,15938	0,18753	0,207	3,7122	5,17	1,493	60 %	82 %	81 %
4	0,16266	0,18753	0,21028	3,75	5	1,5	58 %	82 %	79 %
5	0,148	0,1513	0,1743	4,94	5,175	1,49	48 %	47 %	52 %
6	0,1512	0,1512	0,1776	5,00	5,00	1,5	47 %	47 %	51 %
7	0,1931	0,2266	0,2531	3,71	5,14	1,49	94 %	120 %	121 %
8	0,1964	0,2266	0,2564	3,75	5,00	1,5	91 %	120 %	118 %
9	0,212	0,215	0,263	3,72	3,81	1,49	113 %	109 %	131 %
10	0,215	0,215	0,267	3,75	3,75	1,5	109 %	109 %	127 %
11	0,186	0,189	0,221	4,95	5,13	1,492	87 %	84 %	94 %
12	0,1894	0,1894	0,2249	5	5	1,5	84 %	84 %	91 %

Таблица 7. Расчетные значения предельных нагрузок, соответствующих этим нагрузкам удлинений составных эквивалентных по массе стержней и относительное изменение предельных нагрузок по сравнению с эталонным стержнем для стержней с параметрами из таблицы 6

ЛИТЕРАТУРА

[1] Мут А. Р. Современные технологии производства ЖБИ // Бетон и железобетон. Оборудование. Материалы. Технологии. 2009. С. 20–23.

[2] Мищенко А. В. Прямая и обратная задачи деформирования слоистых стержней с учетом физической нелинейности // Численные методы решения задач теории упругости и пластичности: труды XIX Всероссийской конференции, Бийск, 28-31 августа 2005 г. Параллель, 2005. С. 184–188.

[3] Немировский Ю. В., Тихонов С. В. Предельное состояние бетонных и железобетонных стержней при сложном и продольно-поперечном изгибе // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2020. № 1. С. 60–73.
[4] Немировский Ю. В., Тихонов С. В. Продольно-поперечный изгиб многослойных стержней из бетонов и сталефибробетонов // Известия Алтайского государственного университета. 2021. № 1(117). С. 40–46.
[5] Nemirovskii Y. V., Tikhonov S. V. On the stability loss of a rapidly rotating polymetallic disc // Mechanics of Solids. 2020. Vol. 55(6). p. 767–775.
[6] Немировский Ю. В., Тихонов С. В. Влияние формы поперечного сечения многослойного бетонного стержня на несущую способность при продольно-поперечной нагрузке // Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред. Сборник тезисов 9-й всероссийской научной конференции с международным участием им. И.Ф. Образцова и Ю.Г. Яновского, посвященной 30-летию ИПРИМ РАН. 2019. С. 185–189.
[7] Немировский Ю. В., Тихонов С. В. Продольно-поперечный изгиб многослойных бетонных стержней армированных стальной арматурой под действием массовых сил // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2021. № 2(48). С. 94–103.
[8] Nemirovskii Y. V., Tikhonov S. V. Longitudinal-transverse bending of physically nonlinear rods by quasi-static loads and mass forces // Lecture Notes in Civil Engineering. 2021. Vol. 170. P. 447–457.
[9] Nemirovskii Y. V., Tikhonov S. V. Longitudinal-Transverse Bending of Reinforced Concrete Rods on The Basis of Nonlinear Diagrams of Deformation of Phase Materials // AIP Conference Proceedings. 2021. Vol. 2448. p. 020024.
[10] Немировский Ю. В., Тихонов С. В. Продольно-поперечный изгиб физически-нелинейных железобетонных балок // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2021. № 3(49). С. 85–93.
[11] Мищенко А. В., Неимировский Ю. В. Нелинейное деформирование бетонных элементов при продольно-поперечном изгибе // Известия вузов. Строительство. 2013. № 4. С. 133–146.
[12] Плевков В. С., Колупаева С. Н., Кудяков К. Л. Расчетные диаграммы нелинейного деформирования базальто-фибробетона при статических и кратковременных динамических воздействиях // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2016. № 3. с. 95–110.
[13] Лукаш П. А. Основы нелинейной строительной механики. Москва: Строительство, 1974. 208 с.
[14] Немировский Ю. В., Тихонов С. В. Влияние формы поперечного сечения и силы тяжести на деформирование многослойных бетонных стержней при квазистатических нагрузках // Моделирование и механика конструкций. 2020. № 12. С. 11–49.
[15] Немировский Ю. В., Болтаев А. И. Диаграммы деформирования бетонов и железобетонов // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. 2015. № 6. с. 125–129.
[16] Немировский Ю. В. Прогнозирование нелинейного деформирования гибридных композитных материалов // Проблемы нелинейной механики деформируемого твердого тела : материалы второй международной конференции, Казань, Россия, 8-11 декабря 2009 г. Казань: Казанский гос. ун-т, 2009.
[17] Немировский Ю. В. Метод расчета стержневых композитных стержней из разномодульных материалов // Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики: Материалы V Всероссийской научной конференции. Томск: Изд-во ТГУ, 2006. С. 288–290.
[18] Немировский Ю. В. Допредельное деформирование гибридных армированных бетонных конструкций // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2018. № 3(37). С. 26–37.
[19] Немировский Ю. В. Второе предельное состояние однородных и композитных балок // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2009. № 1(6). С. 150–159.
[20] Иващенко Е. И. Разработка методов расчета железобетонных элементов на основе действительных диаграмм деформирования материалов с учетом фактического изменения площади их поперечных сечений // дис. ... канд. техн. наук. Воронеж, 2006. 230 с.

[21] Маилян Л. Р., Иващенко Е. И. Расчет железобетонных элементов на основе действительных диаграмм деформирования материалов. Ростов-на-Дону: Изд-во Ростовский гос. строит. ун-т, 2006. 222 с.
[22] Корн Г., Корн Т. Справочник по математике (для научных работников и инженеров). М.: Наука, 1973. 720 с.

Yu. V. Nemirovskii, S. V. Tikhonov

STUDY OF THE FEATURES OF DEFORMATION AND DESTRUCTION OF CONCRETE LAYERED RODS

S. Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics of the Siberian Branch of the RAS, Novosibirsk, Russia

Novosibirsk state technical University, Novosibirsk, Russia

I. Ulyanov Chuvash State University, Cheboksary, Russia

Abstract. The problem of central tension of a homogeneous and multilayer concrete rod by quasi-static loads is considered. The force of gravity acting on the rod is taken as a distributed load. The ultimate loads and elongations of the rod are determined depending on the physical parameters of the rod. At a deformation below the limiting elastic one, it is assumed that the concrete deforms linearly, otherwise it is non-linearly inelastic. Examples of calculations based on the obtained ratios for layered rods of the same mass are given, where different grades of concrete can be realized in each layer.

Keywords: multilayer rod, central tension, physical non-linearity, limit loads

REFERENCES

[1] Mut A. Modern concrete production technologies // Concrete and reinforced concrete. Equipment. Materials. Technology. 2009. P. 20–23.
[2] Mishchenko A. V. Direct and inverse problems of deformation of layered bars taking into account physical nonlinearity // Numerical methods for solving problems in the theory of elasticity and plasticity: Proceedings of the XIX All-Russian Conference, Biysk, August 28-31, 2005. Parallel, 2005. P. 184–188.
[3] Nemirovsky Y. V., Tikhonov S. V. Ultimate state of concrete and reinforced concrete bars under complex and longitudinal-transverse bending // Bulletin of PNRPU. Mechanics. 2020. no. 1. p. 60–73.
[4] Nemirovsky Y. V., Tikhonov S. V. Longitudinal-transverse bending of multilayer concrete and steel-fiber-reinforced concrete bars // News of the Altai State University. 2021. no. 1(117). P. 40–46.
[5] Nemirovskii Y. V., Tikhonov S. V. On the stability loss of a rapidly rotating polymetallic disc // Mechanics of Solids. 2020. Vol. 55(6). p. 767–775.
[6] Nemirovsky Y. V., Tikhonov S. V. Influence of the cross-sectional shape of a multilayer concrete bar on the bearing capacity under longitudinal-transverse loading // Mechanics of composite materials and structures, complex and heterogeneous media. Collection of abstracts of the 9th All-Russian scientific conference with international participation named after V.I. I.F. Obraztsov and Yu.G. Yanovsky dedicated to the 30th anniversary of IPRIM RAS. 2019. P. 185–189.

Nemirovskii Yuri Vladimirovich, Dr. Sci. Phys. & Math., Professor, Leading Research Worker, S. Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics of the Siberian Branch of the RAS, Novosibirsk, Russia, Novosibirsk state technical University, Novosibirsk, Russia.
Tikhonov Sergey Vladimirovich, PHD, Assoc. Prof., I. Ulyanov Chuvash State

[7] Nemirovsky Y. V., Tikhonov S. V. Longitudinal-transverse bending of multilayer concrete bars reinforced with steel reinforcement under the action of body forces // Bulletin of the Chuvash State Pedagogical University. I. Ya. Yakovleva. Series: Mechanics of the limit state. 2021. no. 2(48. P. 94–103.

[8] Nemirovskii Y. V., Tikhonov S. V. Longitudinal-transverse bending of physically nonlinear rods by quasi-static loads and mass forces // Lecture Notes in Civil Engineering. 2021. Vol. 170. P. 447–457.

[9] Nemirovskii Y. V., Tikhonov S. V. Longitudinal-Transverse Bending of Reinforced Concrete Rods on The Basis of Nonlinear Diagrams of Deformation of Phase Materials // AIP Conference Proceedings. 2021. Vol. 2448. p. 020024.

[10] Nemirovsky Y. V., Tikhonov S. V. Longitudinal-transverse bending of physically non-linear reinforced concrete beams // Bulletin of the Chuvash State Pedagogical University. I. Ya. Yakovleva. Series: Mechanics of the limit state. 2021. no. 3(49). P. 85–93.

[11] Mishchenko A. V., Neimirovskiy Y. V. Nonlinear deformation of concrete elements during longitudinal-transverse bending // News of universities. Construction. 2013. no. 4. P. 133–146.

[12] Plevkov V. S., Kolupaeva S. N., Kudyakov K. L. Design diagrams of non-linear deformation of basalt-fiber-reinforced concrete under static and short-term dynamic effects // Bulletin of the Tomsk State University of Architecture and Civil Engineering. 2016. no. 3. p. 95–110.

[13] Ivlev D. D., Ershov L. V. Perturbation method in the theory of elastic-plastic body. M.: Science, 1978. 208 p.

[14] Nemirovsky Y. V., Tikhonov S. V. Influence of the cross-sectional shape and gravity on the deformation of multilayer concrete bars under quasi-static loads // Modeling and structural mechanics. 2020. no. 12. P. 11–49.

[15] Nemirovsky Y. V., Boltaev A. I. Diagrams of deformation of concrete and reinforced concrete // Bulletin of the Belgorod State Technological University. V.G. Shukhov. 2015. no. 6. p. 125–129.

[16] Nemirovsky Y. V. Nonlinear Deformation Prediction for Hybrid Composite Materials // Problems of non-linear mechanics of a deformable solid body: materials of the second international conference, Kazan, Russia, December 8-11, 2009. Kazan: Kazan state. university, 2009.

[17] Nemirovsky Y. V. Method of calculation of rod composite rods from different-modulus materials // Fundamental and Applied Problems of Modern Mechanics: Proceedings of the V All-Russian Scientific Conference. Tomsk: TSU publishing house, 2006. P. 288–290.

[18] Nemirovsky Y. V. Prelimit deformation of hybrid reinforced concrete structures // Bulletin of the Chuvash State Pedagogical University. I. Ya. Yakovleva. Series: Mechanics of the limit state. 2018. no. 3(37). P. 26–37.

[19] Nemirovsky Y. V. Second limit state of homogeneous and composite beams // Bulletin of the Chuvash State Pedagogical University. I. Ya. Yakovleva. Series: Mechanics of the limit state. 2009. no. 1. p. 150–159.

[20] Ivashchenko E. I. Development of methods for calculating reinforced concrete elements based on actual material deformation diagrams, taking into account the actual change in their cross-sectional area // dis. ... cand. tech. Sciences. Voronezh, 2006. 230 p.

[21] Mailyan L. R., Ivashchenko E. I. Calculation of reinforced concrete elements based on actual material deformation diagrams. Rostov-on-Don: Publishing house of the Rostov state. builds. un-t, 2006. 222 p.

[22] Korn G., Korn T. Handbook of mathematics (for scientists and engineers). M.: Science, 1973. 720 p.